

Chapitre V

Etudes de fonctions

Soit f une fonction, D son domaine de définition et C sa courbe

Représentative dans un repère orthogonal $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1) Parité :

■ f est paire $\Leftrightarrow$ pour tout $x \in D$ on a : $-x \in D$ et $f(-x) = f(x)$.

■ f est impaire $\Leftrightarrow$ pour tout $x \in D$ on a : $-x \in D$ et $f(-x) = -f(x)$.

■ Conseil : Si f est paire ou impaire, le domaine d'étude est réduit à : $D \cap [0, +\infty[$

■ Interprétation géométrique :

Si f est paire alors C présente une symétrie par rapport à l'axe $(O, \vec{j})$.

Si f est impaire alors C présente une symétrie par rapport à l'origine du repère.

2) Périodicité :

■ Définition : f est périodique de période T si et seulement si pour tout $x \in D$, on a : $x + T \in D$ et $f(x + T) = f(x)$.

■ Conseil : Si f est de période T , l'ensemble d'étude est réduit à un intervalle d'amplitude T contenu dans D .

■ Conséquence graphique :

La courbe de C de f s'obtient à partir de la portion de la courbe tracée sur

l'intervalle par des translations successives de vecteur $k \vec{i}$ où k est un entier relatif.

3) Centre de symétrie :

$A(a, b)$ est un centre de symétrie pour C si et seulement si pour tout $x \in D$.

$2a - x \in D$ et $f(2a - x) = 2b - f(x)$.

4) Axe de symétrie :

$\Delta : x = a$ est un axe de symétrie pour C si et seulement si pour tout $x \in D$,

$2a - x \in D$ et $f(2a - x) = f(x)$.

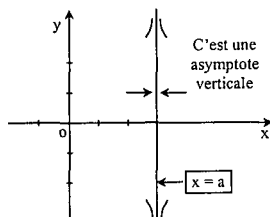
5) Branches infinies :

■ Si $\lim_{x \rightarrow a} f(x) \in \{-\infty, +\infty\}$ alors la

droite

d'équation $x = a$ est une asymptote à

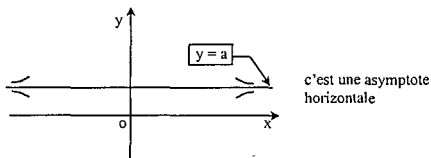
C_f quand $x \longrightarrow a$;



■ Si $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = a$ alors la droite

d'équation : $y = a$ est une asymptote

à C_f quand $x \longrightarrow \infty$;



■ Si $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) \in \{+\infty, -\infty\}$ et si la fonction s'écrit de la forme :

$f(x) = ax + b + g(x)$ avec $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x) = 0$ alors la droite d'équation :

$y = ax + b$ est une asymptote à C_f quand $x \longrightarrow \infty$.

Si non : on calcule $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x}$.

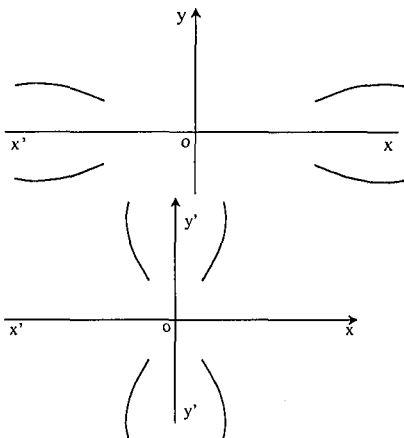
1^{er} cas : Si $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = 0$ dans ce cas

la branche infinie est une branche parabolique de direction $(x \circ x')$.

2^{ème} cas : Si $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} \in \{+\infty, -\infty\}$

dans

ce cas, la branche infinie est une branche parabolique de direction $(y' \circ y')$.



3^{ème} cas : Si $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = a$, on calcule

$\lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) - ax] \cdot (a \neq 0)$

a) Si $\lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) - ax] = b$ alors la

droite d'équation : $y = ax + b$ est une asymptote à C_f au voisinage de ∞ .

b) Si $\lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) - ax] \in \{+\infty, -\infty\}$

alors la branche infinie est une branche parabolique de direction la droite d'équation : $y = ax$.

