

ISOMETRIES - DEPLACEMENT - ANTIDEPLACEMENT

Résultats à retenir :

1) a) Une isométrie du plan est une application qui conserve les distances.

b) Les réflexions, translations, rotations sont des isométries.

c) Les isométries d'un plan :

Transforment une droite en une droite, un segment en un segment, un cercle en un cercle de même rayon, conservent le contact, le parallélisme, les milieux, les angles géométriques, les aires.

2) a) On appelle déplacement du plan toute isométrie qui conserve les angles orientés.

b) étant donné des points A, B, A', B' tels que $A'B' = AB$ et $A \neq B$ alors il existe un déplacement f et un seul transformant A en A' et B en B'.

si $\vec{AA'} = \vec{BB'}$ alors f est une translation.

si $(\vec{AB}, \vec{A'B'}) \neq 0(2\pi)$ alors f est une rotation d'angle

$$\alpha \equiv (\vec{AB}, \vec{A'B'})(2\pi)$$

3) a) on appelle antidéplacement du plan toute isométrie qui transforme les angles en leurs opposés.

b) Soit f un antidéplacement alors $f = S_{\Delta}$ ou $f = S_{\Delta} \circ T_{\vec{v}} = T_{\vec{v}} \circ S_{\Delta}$

où $\vec{v}$ est un vecteur directeur de Δ (f est dite symétrie glissante, elle n'a pas de point invariant).

c) Etant donné A, B, C, D quatre points tel que

A $\neq$ B et AB = CD alors il existe un unique antidéplacement g transformant A en C et B en D.

$g = f \circ S_{(AB)} = S_{(AD)} \circ f$ où f est le déplacement vérifiant

$f(A) = C$ et $f(B) = D$.

4) Soit Δ_1 et Δ_2 deux droites

* si $\Delta_1 // \Delta_2$ alors $S_{\Delta_1} \circ S_{\Delta_2}$ est une translation

* si $\Delta_1 \not// \Delta_2$ alors $S_{\Delta_1} \circ S_{\Delta_2}$ est une rotation de centre I point

d'intersection de Δ_1 et Δ_2 et d'angle $\alpha \equiv (\vec{u_1}, \vec{u_2}) \pmod{2\pi}$