

Oscillations libres dans un circuit RLC série

I- Les oscillations libres amorties:

• Le montage ci-contre permet l'étude des oscillations libre amorties :

• La tension u_c prend alternativement des valeurs négatives et des valeurs positives. Elle oscille.

• Comme $q=c.u_c$ donc la charge oscille aussi.

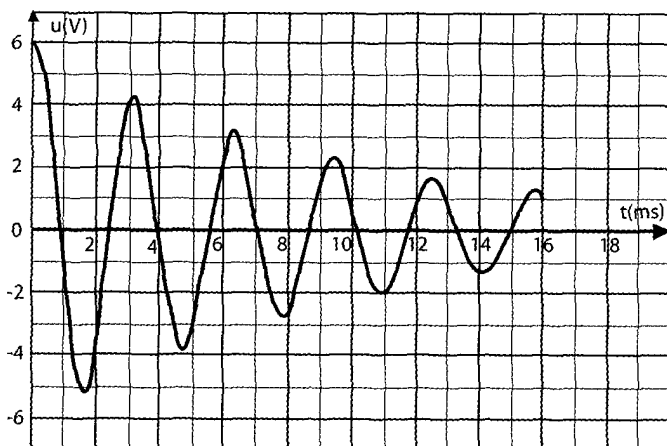
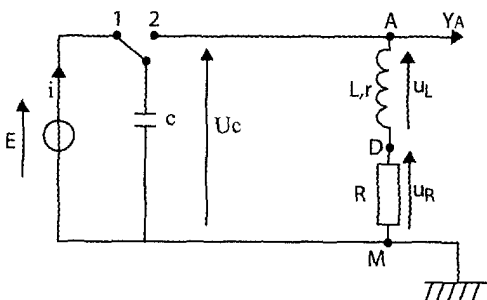
• La tension u_R est aussi oscillante. Donc l'intensité du courant i qui circule dans le circuit est oscillante.

• Au cours du temps l'amplitude des oscillations (valeur maximale à partir de 0) diminue : les oscillations sont dites **amorties**.

La tension u_c subit des oscillations **libres amorties** dont la valeur maximale décroît et intervient à intervalles de temps égaux : on dit que le régime des oscillations est **pseudopériodique**.

• La pseudopériode T est la durée entre 2 valeurs maximales successives ou entre deux passages par zéro dans le même sens. Elle est constante.

• Si on diminue la valeur de l'inductance L on constate que la période T diminue.



• Les oscillations résultent :

➤ De la tendance du condensateur à se décharger spontanément lorsqu'il est chargé.

➤ Des retards à la variation de l'intensité du courant électrique, introduit par la bobine.

➤ La diminution de l'amplitude des oscillations est due à la diminution de l'énergie qui est perdue par effet joule dans le résistor.

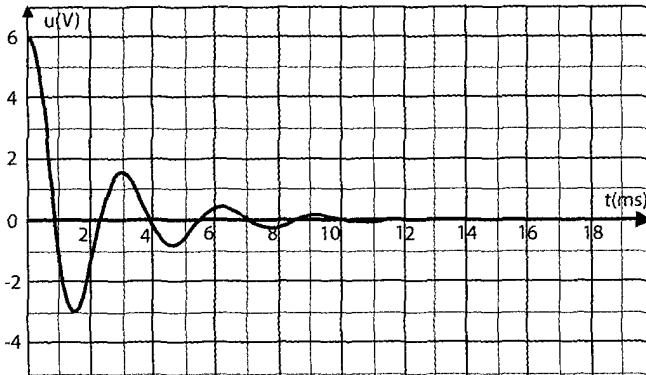
• Ainsi : un circuit RL série fermé sur un condensateur initialement chargé peut être le siège d'oscillations électriques amorties. De telles oscillations qui s'effectuent d'elles mêmes sans intervention de l'extérieur sont dites libres.

• Les oscillations libres amorties sont des oscillations pseudopériodiques de pseudopériode T .

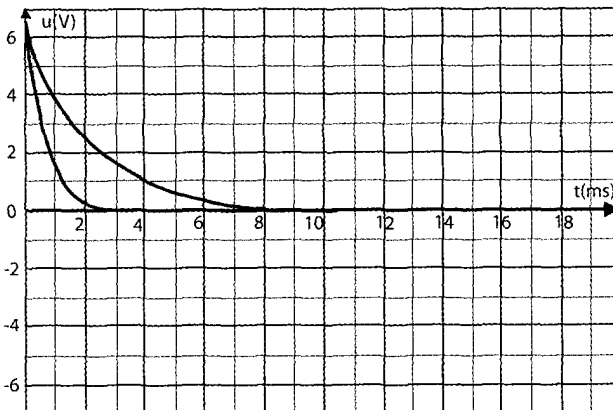
Remarque : on peut remplacer le générateur de tension continue par un GBF délivrant une tension en créneaux de fréquence N si on n'a pas ni oscilloscope numérique, ni un ordinateur muni d'une interface.

Influence de l'amortissement:

- Si on augmente la valeur de R , l'amortissement est plus grand, le nombre d'oscillation diminue.



- Pour des grandes valeurs de R , le régime devient apériodique, il n'y a plus d'oscillations.



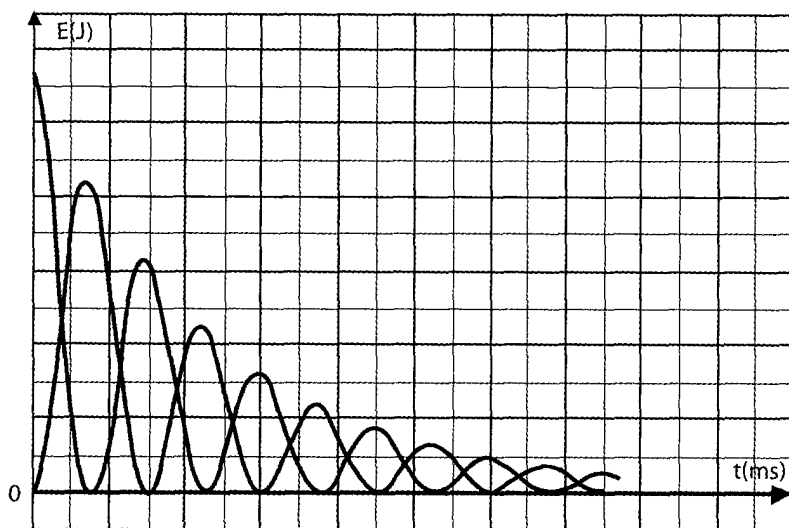
Forme et transfert de l'énergie.

- Energie emmagasinée par la bobine : $E_L = \frac{1}{2} L.i^2$
- Energie emmagasinée par le condensateur : $E_C = \frac{1}{2} C.u_C^2$
- Energie totale : $E = E_L + E_C = \frac{1}{2} L.i^2 + \frac{1}{2} C.u_C^2$
- On peut ainsi grâce à l'ordinateur tracer les courbes E_L , E_C en fonction du temps.

➤ L'énergie totale décroît en fonction du temps, elle se dissipe par effet joule dans le conducteur ohmique.

➤ En régime pseudopériodique, la décharge est oscillante, il y a transfert d'énergie du condensateur vers la bobine et réciproquement de façon alternative.

En régime aperiodique, il y a seulement transfert du condensateur vers la bobine lors de la décharge.

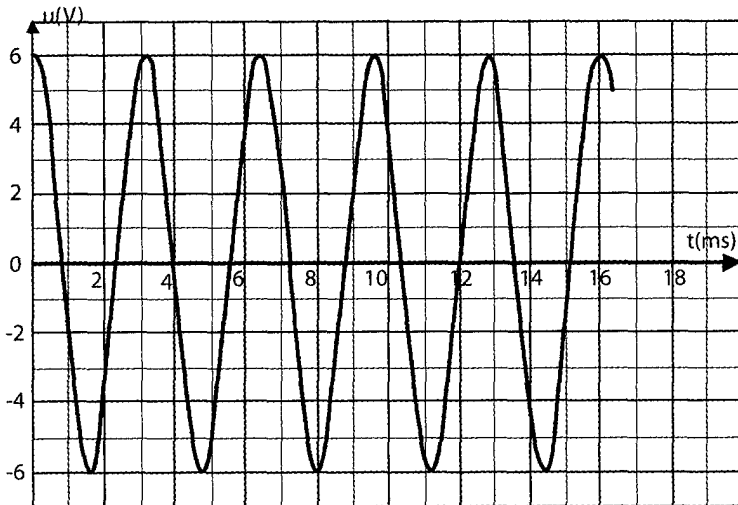


- L'équation différentielle faisant intervenir la charge q du condensateur est : $L \frac{d^2 q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0$
- Energie totale : $E = E_L + E_C = \frac{1}{2} L.i^2 + \frac{1}{2} C.u_C^2$.

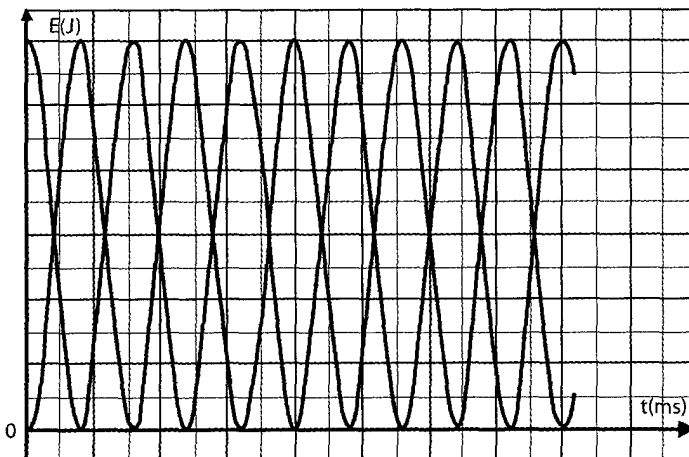
- $\frac{dE}{dt} = -Ri^2 < 0 \Rightarrow E$ diminue au cours du temps ce qui entraîne la diminution de l'amplitude des oscillations.

II- Les oscillations libres non amorties:

- Lorsque la résistance totale du circuit est nulle alors les oscillations deviennent sinusoïdales. Il n'y a plus diminution de l'amplitude.



- La période des oscillations dépend de l'inductance L et de la capacité C du condensateur. Elle est appelée période propre et on la note souvent T_0 .
- L'énergie totale reste constante, elle se conserve. Il y a transfert continu entre la bobine et le condensateur.



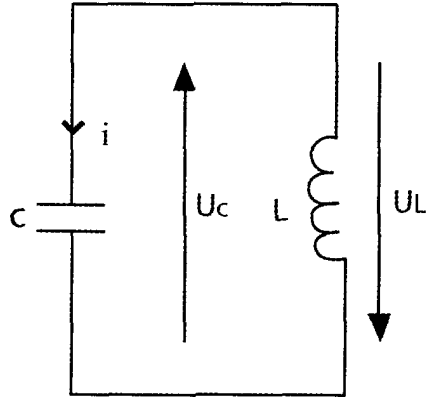
Etude théorique des oscillations d'un circuit série LC :a- Equation différentielle

- Loi des mailles :

$$u_L + u_C = 0 \Rightarrow L \cdot \frac{di}{dt} + u_C = 0$$

$$\text{Or } i = \frac{dq}{dt} \text{ et } q = C \cdot u_C \Rightarrow i = C \cdot \frac{du_C}{dt}$$

$$\Rightarrow L \cdot C \cdot \frac{d^2 u_C}{dt^2} + u_C = 0 \text{ ou } \frac{d^2 u_C}{dt^2} + \frac{1}{LC} u_C = 0$$



- On peut aussi écrire une équation différentielle pour q.

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{1}{LC} q = 0$$

- La solution de l'équation différentielle est de la forme :

$$u_C = U_m \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + \varphi) ; U_m, \omega_0 \text{ et } \varphi \text{ étant des constantes à déterminer.}$$

$$\triangleright \frac{du_C}{dt} = \omega_0 \cdot U_m \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

$$\triangleright \frac{d^2 u_C}{dt^2} = -\omega_0^2 \cdot U_m \cdot \sin(\omega_0 t + \varphi)$$

- L'équation différentielle devient :

$$\frac{d^2 u_C}{dt^2} + \frac{1}{LC} u_C = (-\omega_0^2 + \frac{1}{LC}) \cdot U_m \cdot \sin(\omega_0 t + \varphi) = 0$$

- Relation valable pour tout t. Il faut donc :

$$-\omega_0^2 + \frac{1}{LC} = 0 \Rightarrow \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} ; \omega_0 \text{ est appelée pulsation propre des oscillations}$$

électriques, elle s'exprime en $\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$.

- On utilise les conditions initiales pour déterminer U_m et φ :

- ✓ A $t=0$ s , $u_C = U_m \cdot \sin(\varphi)$; φ est appelé phase à l'origine. Souvent

$$u_C = U_m, \varphi = \frac{\pi}{2}.$$

- ✓ La fonction sinus varie entre -1 et 1, U_m est donc la valeur maximale, appelée amplitude de u_C . $U_m = E$.

✓ On appelle T_0 , la période propre des oscillations électriques :

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{LC} . T_0 \text{ s'exprime en s.}$$

✓ Dans un régime pseudopériodique, la pseudopériode est légèrement supérieure à T_0 .

✓ La fréquence propre N_0 (ou f_0) : $N_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$

• La charge q est $q = C.u_C = C.U_m \cdot \sin(\omega_0 t + \varphi)$

• L'intensité du courant traversant le circuit est $i = \frac{dq}{dt}$

$$\Rightarrow i = C.U_m \cdot \omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi) = I_m \cdot \sin(\omega_0 t + \varphi) \text{ avec } I_m = C.U_m \cdot \omega_0$$

b- Conservation d'énergie :

• Energie totale : $E = E_L + E_C = \frac{1}{2} Li^2 + \frac{1}{2} C.u_C^2$

• $\frac{dE}{dt} = 0 \Rightarrow E$ se conserve au cours du temps ce qui entraîne une amplitude des oscillations constante.