

PRIMITIVES

résultats à retenir :

- Soit f et F deux fonctions définies sur un intervalle I . on dit que F est une primitive de f sur I lorsque F est dérivable sur I et $F'(x) = f(x)$, pour tout x de I .
- Toute fonction continue sur un intervalle I admet au moins une primitive sur I .
- Soit f une fonction continue sur un intervalle I . Si F et G sont deux primitives de f sur I , alors la fonction $F - G$ est constante sur I .
- Soit f une fonction continue sur un intervalle I . Soit x_0 un réel de I et y_0 un réel. Alors il existe une unique primitive F de f telle que $F(x_0) = y_0$.
- Primitives des fonctions usuelles et opérations:

Dans le tableau ci-dessous F désigne une primitive de la fonction f sur l'intervalle I et a, c, ω et φ des réels.

f	I	F
$x \mapsto a$	$\mathbb{R}$	$x \mapsto ax + c$
$x \mapsto x^n, n \in \mathbb{N}^*$	$\mathbb{R}$	$x \mapsto \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$
$x \mapsto \frac{1}{x^n}, n \in \mathbb{N} \setminus \{0, 1\}$	$]0, +\infty[$ (ou $]-\infty, 0[$)	$x \mapsto \frac{x^{-n+1}}{-n+1} + c$
$x \mapsto \sqrt{x}$	$[0, +\infty[$	$x \mapsto \frac{2}{3} x\sqrt{x} + c$
$x \mapsto \frac{1}{\sqrt{x}}$	$]0, +\infty[$	$x \mapsto 2\sqrt{x} + c$
$x \mapsto \cos x$	$\mathbb{R}$	$x \mapsto \sin x + c$
$x \mapsto \sin x$	$\mathbb{R}$	$x \mapsto -\cos x + c$
$x \mapsto \cos(\omega x + \varphi)$	$\mathbb{R}$	$x \mapsto \frac{1}{\omega} \sin(\omega x + \varphi) + c$

$x \mapsto \sin(\omega x + \varphi)$	$\mathbb{R}$	$x \mapsto -\frac{1}{\omega} \cos(\omega x + \varphi) + c$
$x \mapsto 1 + \tan^2 x$	$] -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} [$	$x \mapsto \tan x + c$

- Soit F et G deux primitives respectives de deux fonctions f et g sur un intervalle I .
 - La fonction $F + G$ est une primitive sur I de $f + g$.
 - Soit λ un réel. La fonction λF est une primitive sur I de λf .

f	Condition	F
$u'n^n$, n entier naturel non nul		$\frac{u^{n+1}}{n+1}$
$u'v + v'u$		$u.v$
$\frac{u'}{u^n}$, $n \in \mathbb{N} \setminus \{0, 1\}$	u ne s'annule pas sur I	$\frac{u^{-n+1}}{-n+1}$
$\frac{u'v - v'u}{v^2}$	v ne s'annule pas sur I	$\frac{u}{v}$
$\frac{u'}{\sqrt{u}}$	u strictement positive sur I	$2\sqrt{u}$
$u'\sqrt{u}$	u positive sur I	$\frac{2}{3}u\sqrt{u}$
$u'^n \sqrt{u^{1-n}}$, $n \in \mathbb{N}^* \setminus \{1\}$	u strictement positive sur I	$n^n \sqrt{u}$
$u'(w' \circ u)$	w une fonction dérivable sur $u(I)$	$w \circ u$