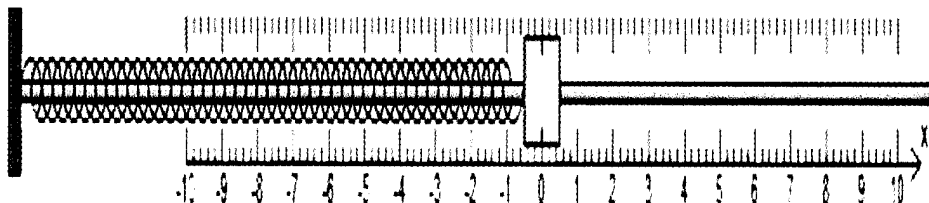


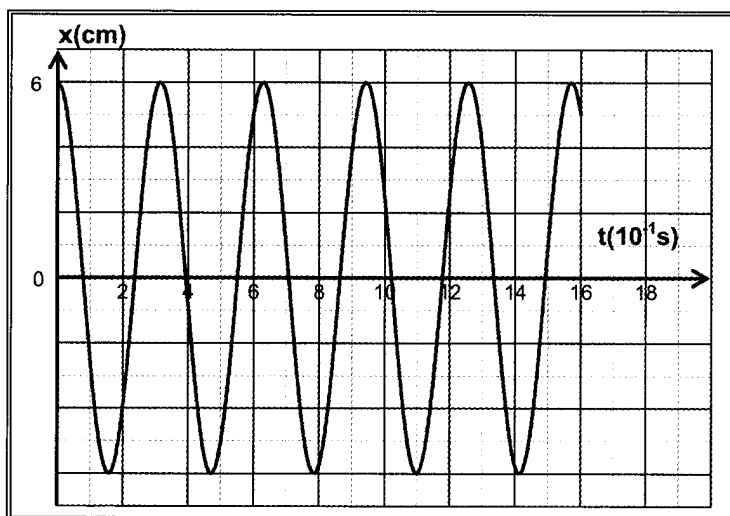
Oscillations libres d'un pendule élastique

1) Les oscillations libres non amorties :

- Le montage ci-contre permet l'étude des oscillations libres non amorties d'un pendule élastique:



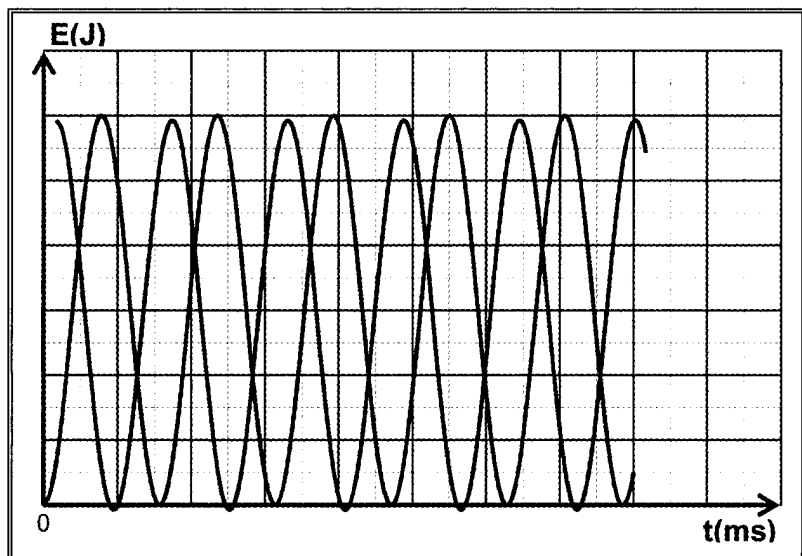
- L'élongation x du solide prend alternativement des valeurs négatives et des valeurs positives. Elle oscille.



- Lorsque les frottements sont négligeables les oscillations sont pratiquement sinusoïdales. Il n'y a pas diminution de l'amplitude.
- La période des oscillations dépend de la masse m et de la raideur du ressort. Elle est appelée période propre et on la note souvent T_0 . Elle est donnée par la formule

$$T_0 = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}}$$

- La fréquence propre N_0 (ou f_0) : $N_0 = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{k}{m}}$
- L'équation différentielle de l'oscillateur s'écrit : $\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0$
- La solution de l'équation différentielle est de la forme : $x = X_m \cdot \sin(\omega_0 t + \varphi)$
 ➤ X_m et φ étant dépendent des conditions initiales.
- $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$
- la vitesse du mobile est $v = \frac{dx}{dt} = \omega_0 \cdot X_m \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi)$
- l'accélération du mobile est $a = \frac{dv}{dt} = -\omega_0^2 \cdot X_m \cdot \sin(\omega_0 t + \varphi)$
- L'énergie totale du pendule élastique : $E_m = E_p + E_C = \frac{1}{2} kx^2 + \frac{1}{2} m \cdot v^2$.
- $\frac{dE}{dt} = 0 \Rightarrow E$ se conserve au cours du temps ce qui entraîne une amplitude des oscillations constante.



2) Les oscillations libres amorties :

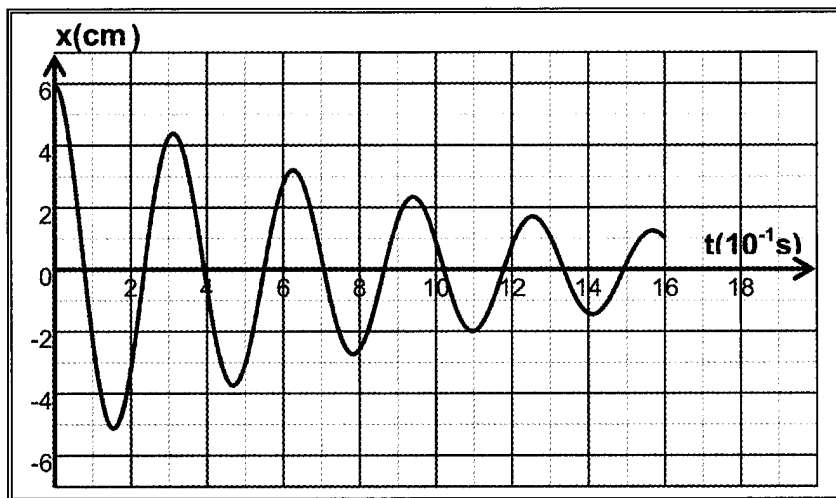
- On suppose que le solide est soumis à des forces de frottements de type visqueux $\vec{f} = -h\vec{v}$ ou h est une constante positive appelée coefficient de frottement.

- L'élongation x du solide prend alternativement des valeurs négatives et des valeurs positives. Elle oscille.

- Au cours du temps l'amplitude des oscillations (valeur maximale à partir de 0) diminue : les oscillations sont dites **amorties**

- L'élongation x subit des oscillations **libres amorties** dont la valeur maximale décroît et intervient à intervalles de temps égaux : On dit que le régime des oscillations est **pseudopériodique**.

- La pseudopériode T est la durée entre 2 valeurs maximales successives ou entre deux passages par zéro dans le même sens. Elle est constante.



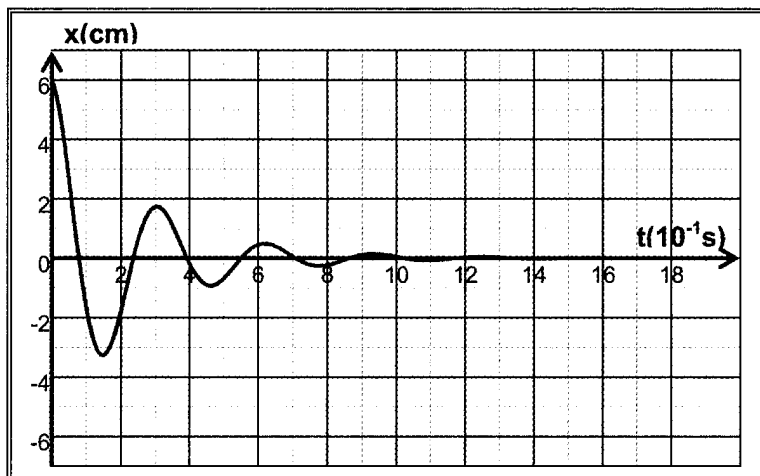
- La diminution de l'amplitude des oscillations est due à la diminution de l'énergie qui est perdue par les forces de frottements sous forme de chaleur.

- Ainsi : un pendule élastique écarté de sa position d'équilibre peut effectuer des oscillations mécaniques amorties. De telles oscillations qui s'effectuent d'elles mêmes sans intervention de l'extérieur sont dites libres.

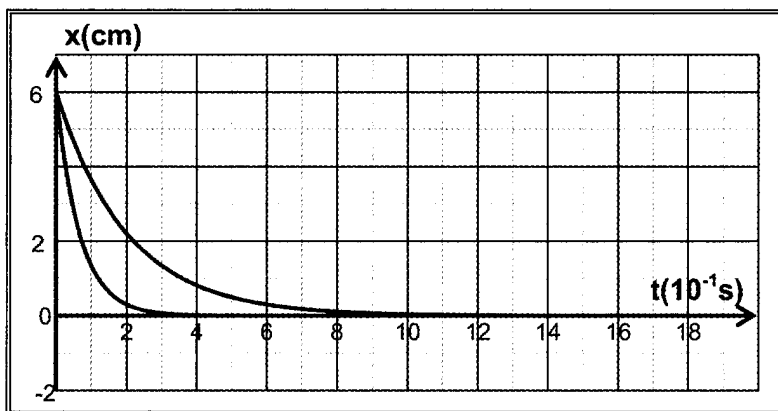
- Les oscillations libres amorties sont des oscillations pseudopériodiques de pseudopériode T .

Influence de l'amortissement :

- Si on augmente la valeur h du coefficient de frottement, l'amortissement est plus grand, le nombre d'oscillation diminue



- Pour des grandes valeurs de h , le régime devient apériodique, il n'y a plus d'oscillations.



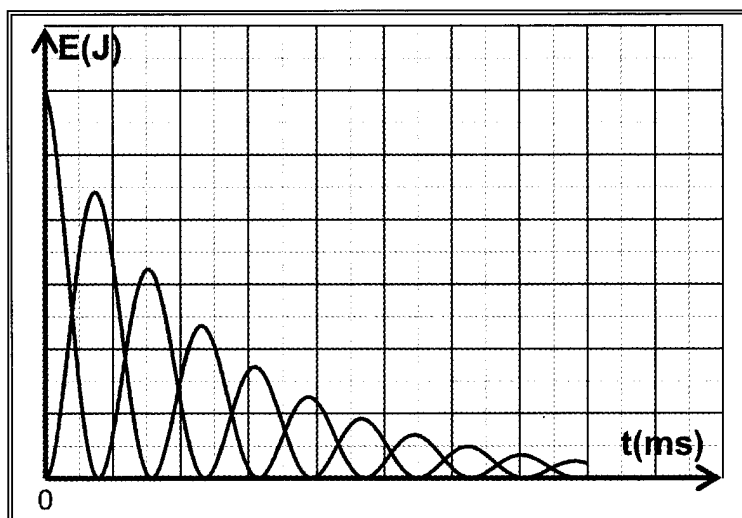
Forme et transfert de l'énergie.

- Energie potentielle élastique : $E_p = \frac{1}{2} k.x^2$

- Energie cinétique : $E_c = \frac{1}{2} m.v^2$

- Energie totale : $E_m = E_p + E_c = \frac{1}{2} k.x^2 + \frac{1}{2} m.v^2$.

• On peut ainsi grâce à l'ordinateur tracer les courbes E_p , E_c en fonction du temps.



➤ L'énergie totale décroît en fonction du temps, elle se dissipe par les forces de frottements.

- L'équation différentielle faisant intervenir l'élongation x du solide est :

$$m \cdot \frac{d^2x}{dt^2} + h \cdot \frac{dx}{dt} + kx = 0$$

- Energie totale : $E_m = E_p + E_c = \frac{1}{2} k \cdot x^2 + \frac{1}{2} m \cdot v^2$.

- $\frac{dE}{dt} = -h v^2 < 0 \Rightarrow E$ diminue au cours du temps ce qui entraîne la diminution de l'amplitude des oscillations.