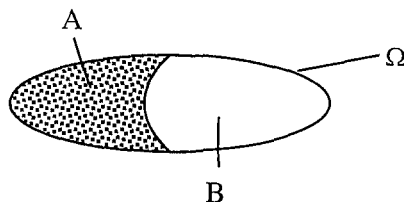


Chapitre V

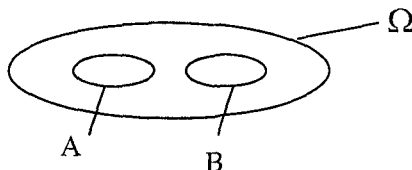
Probabilité sur un ensemble fini

Définitions et propriétés :

■ Soit l'univers Ω et A et B deux événements tel que $A \cup B = \Omega$ et $A \cap B = \emptyset$; A et B sont deux événements contraires.



■ Si $A \cap B = \emptyset$ et $A \cup B \subset \Omega$, A et B sont incompatibles.


Propriétés :

* $\text{card}(A \cup B) = \text{card}(A) + \text{card}(B) - \text{card}(A \cap B)$.

* $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$.

* $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$.

* $A = (A \cap B) \cup (A \cap \overline{B})$

■ **A et B sont deux événements indépendants si :**

$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

■ $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$.

■ $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.

■ **Lorsque toutes les éventualités ont même probabilité, on dit qu'il ya équiprobabilité alors :**

$$P(\Omega) = \sum_{i=1}^n P\{W_i\} = 1 \text{ donc } P(\{W_i\}) = \frac{1}{n} \text{ et } P(A) = \frac{\text{card}(A)}{\text{card}(\Omega)}$$

Probabilité conditionnelle :

■ On appelle "A sachant B", l'événement noté : A / B ayant comme probabilité : $P(A / B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$

■ On en déduit que : $P(A \cap B) = P(A / B) \cdot P(B)$

■ On définit aussi l'événement "B sachant A" noté : B / A ayant comme probabilité : $P(B / A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$.

$$P(A \cap B) = P(B / A) \cdot P(A)$$

Loi des probabilités totales :

$$\Omega = A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n$$

$$B = (A_1 \cap B) \cup (A_2 \cap B) \cup \dots \cup (A_n \cap B)$$

On appelle loi des probabilités totales :

$$P(B) = P(A_1 \cap B) + P(A_2 \cap B) + \dots + P(A_n \cap B).$$

Principe de probabilité totale :

$$P(A) = P(B) \cdot P(A / B) + P(\bar{B}) \cdot P(A / \bar{B}).$$

Formule de Bayes :

$$P(A / B) = \frac{P(A) \cdot P(B / A)}{P(A) \cdot P(B / A) + P(\bar{A}) \cdot P(B / \bar{A})}$$

Remarque :

Si A et B sont indépendantes et $P(B) \neq 0$, alors $P(A / B) = P(A)$.

