

FONCTION LOGARITHME NEPERIEN

Des résultats à retenir :

- On appelle fonction logarithme népérien et on note $\ln$, la fonction

$$x \mapsto \ln x = \int_1^x \frac{1}{t} dt \quad x > 0.$$

- Soit a et b deux réels strictement positifs.

$$\ln a > \ln b, \text{ si et seulement si, } a > b.$$

$$\ln a = \ln b, \text{ si et seulement si, } a = b.$$

$$\ln a = 0, \text{ si et seulement si, } a = 1.$$

$$\ln a > 0, \text{ si et seulement si, } a > 1.$$

$$\ln a < 0, \text{ si et seulement si, } 0 < a < 1.$$

$$\bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x = +\infty; \lim_{x \rightarrow 0^+} \ln x = -\infty; \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0; \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{x-1} = 1$$

- Soient a et b deux réels strictement positifs.

$$\ln(a.b) = \ln a + \ln b. \quad \ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b \quad \ln\left(\frac{1}{b}\right) = -\ln b$$

- Soit a un réel strictement positif

$$\text{Pour tout entier } p, \ln(a^p) = p \ln a$$

$$\text{pour tout entier } p \geq 2, \ln(\sqrt[p]{a}) = \frac{1}{p} \ln a.$$

- Pour tous entiers naturels non nuls n et m ,

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln^n x}{x^m} = 0 \text{ et } \lim_{x \rightarrow 0^+} x^m \ln^n x = 0.$$

- Soit u une fonction dérivable sur un intervalle I et telle que $u(x) > 0$, pour tout réel x dans I .

Alors la fonction f :

$$x \mapsto \ln(u(x)) \text{ est dérivable sur } I \text{ et } f'(x) = \frac{u'(x)}{u(x)}, \text{ pour tout } x \text{ dans } I.$$

- Soit u une fonction dérivable sur un intervalle I et telle que $u(x) \neq 0$, pour tout réel x dans I .

Alors la fonction

$f : x \mapsto \ln|u(x)|$ est dérivable sur I et $f'(x) = \frac{u'(x)}{u(x)}$, pour tout x dans I .

- Soit u une fonction dérivable sur un intervalle I et telle que $u(x) \neq 0$, pour tout réel x dans I .

Alors la fonction $f \mapsto x = \frac{u'(x)}{u(x)}$ admet pour primitive sur I la

fonction $f : x \mapsto \ln|u(x)| + k$, où k est une constante réelle.

- La fonction $x \mapsto x \ln x - x$ est une primitive de la fonction $x \mapsto \ln x$ sur $\mathbb{R}_+^*$.

