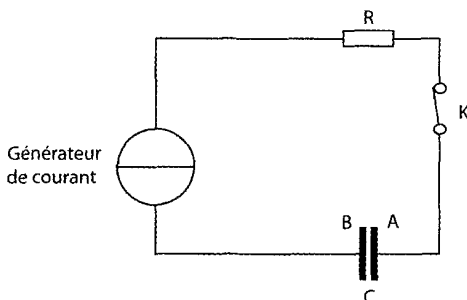


Enoncé

1

On charge un condensateur à l'aide d'un générateur de courant débitant un courant d'intensité $I=0.01 \text{ mA}$. A l'origine des dates, le condensateur est totalement déchargé, on ferme l'interrupteur K et on mesure pour différentes dates la tension u_c aux bornes du condensateur. Les résultats sont cosignés dans le tableau suivant :

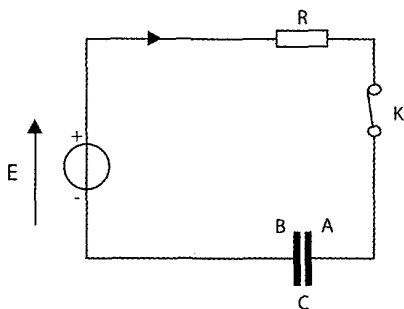


t(s)	0	1	2	4	6	8	10	12
$u_c(\text{V})$	0	0,5	1	2,1	2,9	4	5	6,1

- 1) Tracer la courbe $u_c=f(t)$
- 2) Exprimer la charge q du condensateur en fonction de I et de t . en déduire l'expression de u_c en fonction de I , C et t .
- 3) Déterminer la capacité C du condensateur.
- 4) A la date $t=10\text{s}$, calculer la charge portée par chacune des armatures A et B.
- 5) Calculer l'énergie emmagasinée par le condensateur à la date $t=8\text{s}$
- 6) La valeur indiquée par le constructeur est $C=21\mu\text{F}$ à 10% près. La valeur obtenue est-elle en accord avec la tolérance du constructeur ?

2

I- le montage ci-contre est formé par un générateur de tension de f.e.m $E=10\text{V}$, un résistor de résistance $R=100\Omega$, un condensateur totalement déchargé de capacité C et un interrupteur K. A l'origine des temps $t=0$, on ferme l'interrupteur K.



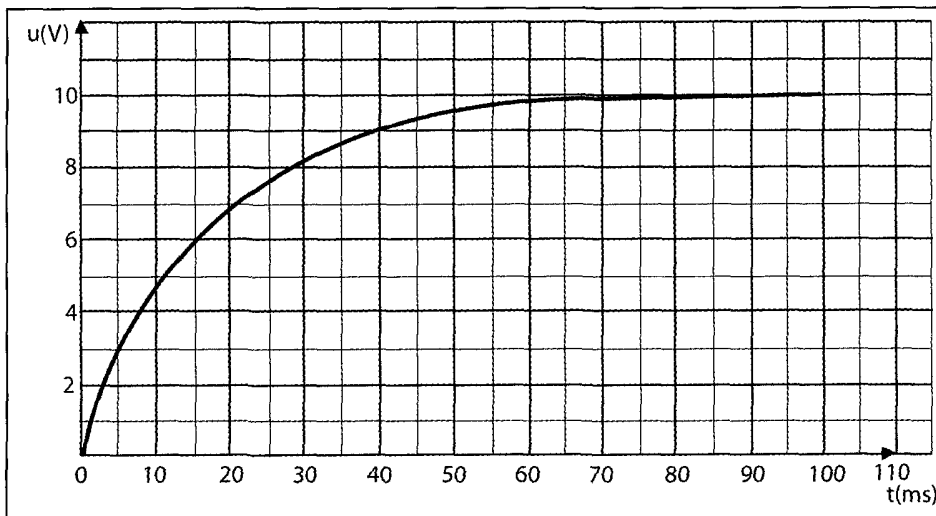
- 1) a- représenter par des flèches la tension u_c aux bornes du condensateur et la tension u_R aux bornes du résistor.
- b- Etablir une relation entre E , u_c et u_R .
- c- Déduire l'équation différentielle relative à u_c .
- d- Sachant que la solution de l'équation différentielle est de la forme $u_c=Ae^{-\alpha t}+B$.

Déterminer **A**, **B** et **α** .

c- Etablir l'expression de l'intensité du courant $i(t)$.

2) Un oscilloscope à mémoire permet de visualiser $u_c(t)$.

Le chronogramme obtenu est le suivant :



a- Expliquer pourquoi on utilise un oscilloscope à mémoire.

b- Définir puis déterminer graphiquement la constante de temps τ .

c- Dédire la valeur de la capacité C .

d- A la date $t=5 \text{ ms}$ déterminer, en utilisant la courbe $u_c(t)$, l'intensité qui traverse le circuit.

II- Si on ne dispose pas d'oscilloscope à mémoire on peut utiliser un GBF à masse flottante délivrant une tension en créneaux comme l'indique la figure ci-contre. La fréquence de cette tension est $f=6 \text{ Hz}$

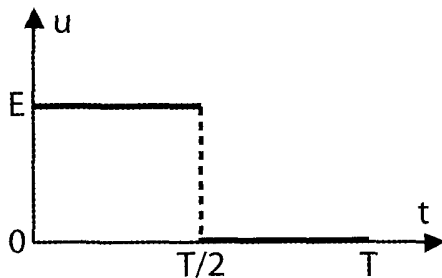
1) Schématiser le circuit qui comporte le GBF, le résistor et le condensateur.

2) Représenter par des flèches les tensions $u_c(t)$ et $u_R(t)$.

3) Indiquer sur le schéma du circuit les branchements à l'oscilloscope permettant de visualiser $u_c(t)$ et $u_R(t)$.

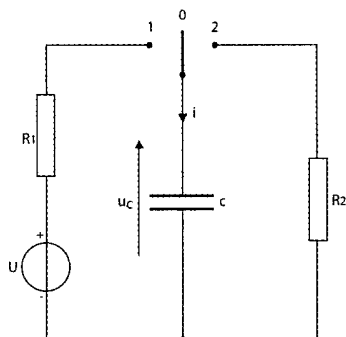
4) Sachant que lorsque $t=5\tau$, le condensateur est supposé complètement chargé. Montrer que, pour observer le régime permanent, la fréquence de $u(t)$ du GBF doit être inférieure ou égale à une valeur limite f_0 que l'on déterminera.

5) Tracer sur une demi-période de $u(t)$, la tension $u_c(t)$ et $u_R(t)$.

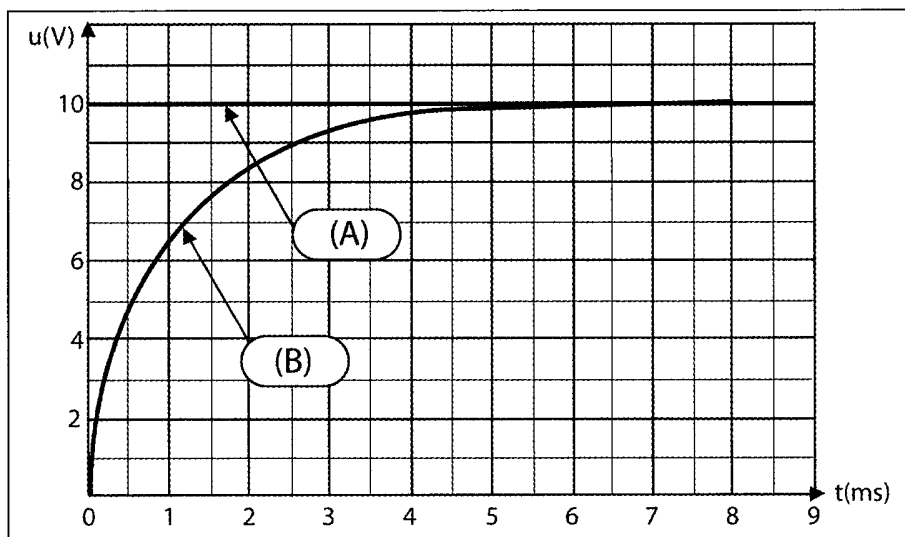


3

On considère le circuit de la figure ci-dessous ; formé par :
 Un générateur de f.e.m $E=10\text{V}$, un résistor de résistance $R_1=500\ \Omega$.
 Un condensateur de capacité C et un résistor de résistance $R_2=1\text{k}\Omega$.
 Un oscilloscope à mémoire permet de suivre l'évolution temporelle de deux tensions. Le condensateur est initialement déchargé.



I- A $t=0$ on bascule l'interrupteur à la position 1. On obtient sur l'écran de l'oscilloscope les deux courbes A et B de la figure suivante :



- 1) Des courbes A et B quelle est celle qui correspond à la tension aux bornes du condensateur ? Justifier.
- 2) Faire les branchements nécessaires à l'oscilloscope, qui permettent d'observer ces deux courbes.

- 3) Evaluer graphiquement la durée pour charger complètement le condensateur.
 - 4) Quelle expérience proposer vous pour charger moins vite le condensateur ? Représenter sur la figure l'allure du graphe obtenu.
 - 5) Etablir l'équation différentielle relative à u_c , tension aux bornes du condensateur.
 - 6) Montrer que $U_c = E[1 - e^{-t/\tau}]$ est solution de l'équation différentielle si τ correspond à une expression que l'on déterminera.
 - 7) Calculer la valeur du rapport $\frac{u_c}{E}$ si $t = \tau$. Déterminer τ graphiquement. En déduire la valeur de la capacité du condensateur.
 - 8) Calculer $\frac{u_c}{E}$ si $t = 5\tau$. Comparer ce résultat à celui de la question 3 et conclure.
 - 9) a- Etablir l'expression de $i(t)$ par deux méthodes. En déduire l'allure de la courbe $i(t)$ en précisant sa valeur initiale I_0 .
 b- L'allure de cette courbe pourrait être fournie par une tension. Laquelle ? Cette tension est elle observable avec le montage proposé ?
 c- Refaire un schéma modifié permettant d'observer cette tension et la tension aux bornes du circuit RC, en précisant les branchements de l'oscilloscope.
 - 10) A l'instant $t = 1 \text{ ms}$ déterminer par deux méthodes l'intensité du courant qui traverse le circuit.
 - 11) Calculer l'énergie emmagasinée par le condensateur lorsqu'il est totalement chargé.
- II- Le condensateur étant chargé, on bascule l'interrupteur K la position 2.
- 1) Etablir l'équation différentielle relative à u_c , tension aux bornes du condensateur.
 - 2) Que devient l'expression de u_c ?
 - 3) Indiquer l'allure de la courbe montrant l'évolution temporelle de u_c pendant la décharge.
 - 4) Etablir l'expression de $i(t)$.
 - 5) Représenter l'allure de la courbe montrant l'évolution temporelle de l'intensité $i(t)$.
 - 6) Des deux grandeurs $u_c(t)$ et $i(t)$, quelle est celle qui n'est pas une fonction continue du temps ?
- III- Le même condensateur initialement non chargé, est chargé à présent par un générateur de courant constant de 1 mA.
- A l'instant $t = 0$, on ferme l'interrupteur K.
- 1) Tracer l'allure de la courbe $u_c = f(t)$ et $i = g(t)$.
 - 2) Déterminer l'instant t_1 auquel la tension aux bornes du condensateur atteint 10V.

- 3) Déterminer l'instant t_2 auquel l'énergie emmagasinée dans le condensateur est égale à 1 mJ.
- 4) La tension de claquage du condensateur est $u_c=50V$, au bout de combien de temps le condensateur claque-t-il ?



Avec un générateur délivrant à ses bornes une tension constante $E=10V$, un résistor de résistance R , un condensateur de capacité C et un interrupteur, on réalise le montage suivant (figure 1) :

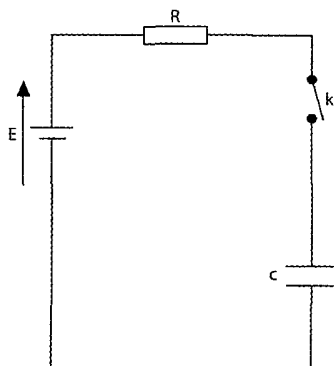


Fig 1

1) On visualise à l'aide d'un système d'acquisition relié à un ordinateur la tension aux bornes du générateur et la tension aux bornes du condensateur.

a- Expliquer pourquoi on doit utiliser un oscilloscope à mémoire ou une interface d'acquisition reliée à un ordinateur.

b- Reproduire la figure 1, et faire les connexions à l'oscilloscope, qui permettent cette visualisation.

2) On ferme l'interrupteur. Le système d'acquisition permet de déduire la courbe de l'évolution de la charge q en fonction du temps (fig 2)

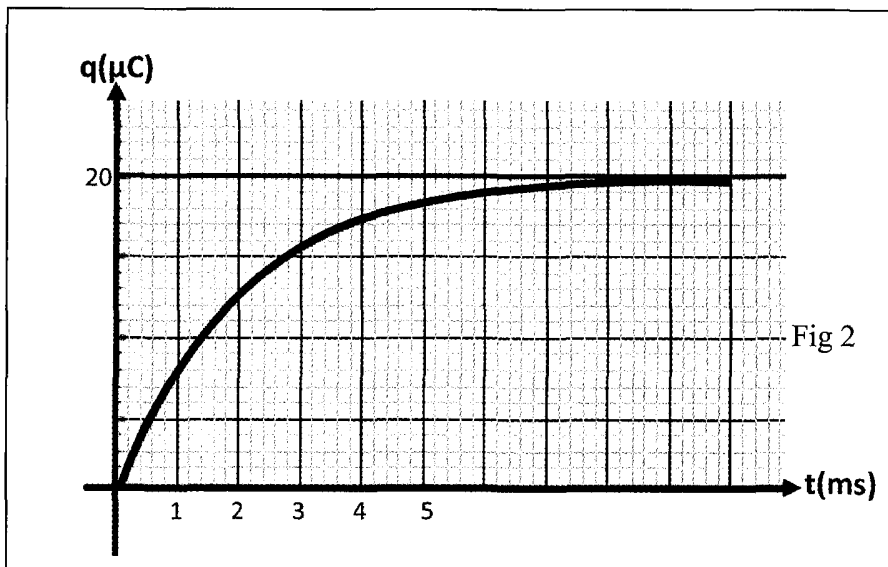


Fig 2

Etablir l'équation différentielle vérifiée par la tension $u_c(t)$.

a- En déduire l'équation différentielle vérifiée par $q(t)$.

b- La solution de l'équation différentielle en $q(t)$ est de la forme $q(t) = A(1 - e^{-at})$ ou A et a des constantes.

c₁ : Déterminer les constantes A et a donner leurs signification physique et leurs unités.

c₂ : Ecrire l'expression de $q(t)$ en fonction de E, R, C et t .

3) a- En exploitant la courbe $q(t)$ de la figure 2. Déterminer la charge maximale Q_m .

b- En déduire la valeur de la capacité C .

4) a- Etablir l'expression de l'intensité du courant $i(t)$.

b- Montrer que l'expression de i à l'instant $t=0$ permet de déduire graphiquement la constante du temps τ du dipôle RC.

c- Déterminer τ .

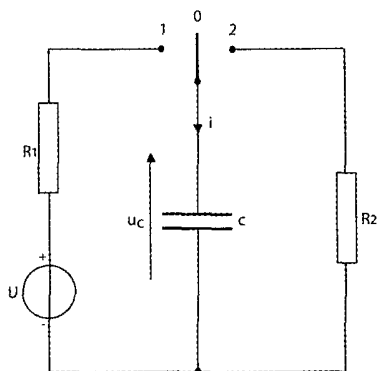
d- En déduire la valeur de la résistance R .

e- En exploitant la courbe $q(t)$. Montrer graphiquement que l'intensité du courant dans le circuit décroît jusqu'à s'annuler.

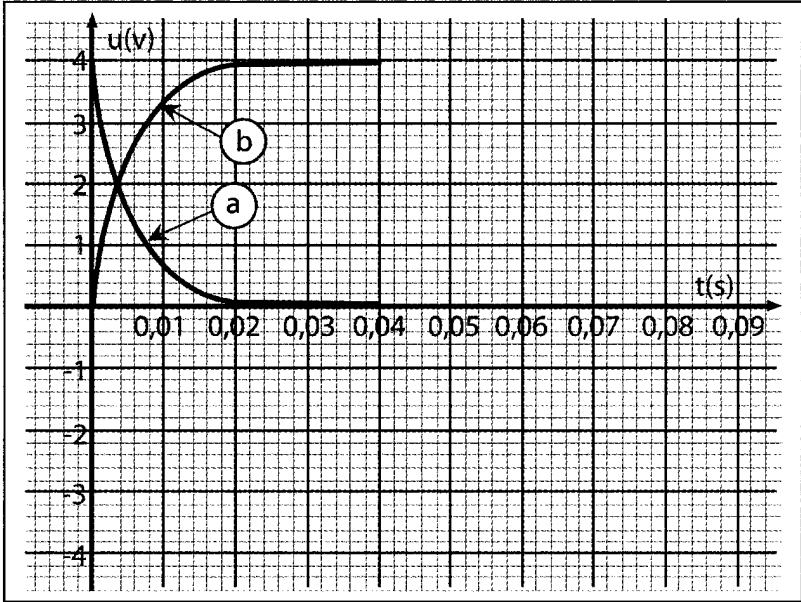


Le circuit électrique représenté par la figure 1 est constitué des éléments suivants :

- un générateur de tension de f.e.m E et de résistance interne nulle.
- Deux résistors de résistances R_1 inconnue et $R_2 = 40 \Omega$.
- Un Condensateur de capacité C , initialement déchargé.
- Un commutateur K .



I- A l'instant $t=0$, on place le commutateur K dans la position 1. Un oscilloscope à mémoire permet d'obtenir les courbes de variation de la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur et la tension $u_{R1}(t)$ aux bornes du résistor R_1 .



1) a- Indiquer les connexions à l'oscilloscope qui permettent de visualiser $u_c(t)$ et $u_R(t)$.

b- Préciser, en le justifiant, le graphe correspondant à $u_{R1}(t)$ et celui correspondant à la tension $u_c(t)$.

2) a- Etablir l'équation différentielle régissant les variations de $u_c(t)$.

b- Déterminer l'expression de $u_c(t)$ en fonction de E, R_1, C et t .

c- sachant que lorsque le régime permanent est établi, la charge électrique emmagasinée par le condensateur est $Q_0 = 4 \cdot 10^{-4} \text{ C}$. calculer la capacité C du condensateur.

3) a- donner l'expression de la constante de temps τ_1 d'un dipôle RC. Montrer que τ_1 est homogène à un temps.

b- Montrer que l'équation différentielle régissant les variations de $u_{R1}(t)$ au cours du temps peut s'écrire sous la forme $\tau_1 \frac{du_{R1}}{dt} + u_{R1} = 0$

c- la solution générale de cette équation est de la forme : $u_{R1}(t) = A e^{-at}$.

Déterminer A et α .

4) a- Déterminer graphiquement τ_1 . Préciser la méthode utilisée.

b- Calculer la valeur de R_1 .

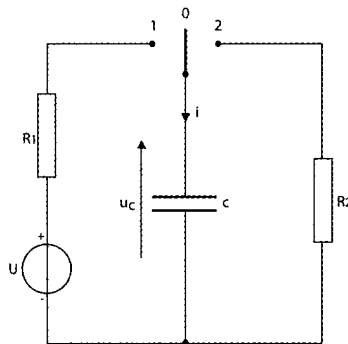
c- Calculer l'énergie électrique emmagasinée dans le condensateur lorsque $u_{R1}(t) = u_c(t)$.

II- Le condensateur est complètement chargé, on bascule le commutateur K à la position 2 à l'instant $t = 0,04 \text{ s}$ choisi comme nouvelle origine des dates $t' = 0 \text{ s}$.

- 1) a- Etablir l'équation différentielle relative à $u_c(t)$.
- b- Vérifier que $u_c(t) = E \cdot e^{-\frac{t}{R_2 C}}$ est une solution de l'équation différentielle.
- c- Dédurre l'expression de $u_{R2}(t)$ au cours de la décharge.
- d- calculer la valeur de la constante de temps τ_2 .
- e- Compléter la figure en traçant $u_c(t)$ et $u_{R2}(t)$ tout en précisant les valeurs correspondantes à l'instant $t=0.04s$ et à la fin de la décharge. On suppose que le condensateur est complètement déchargé après $5 \tau_2$



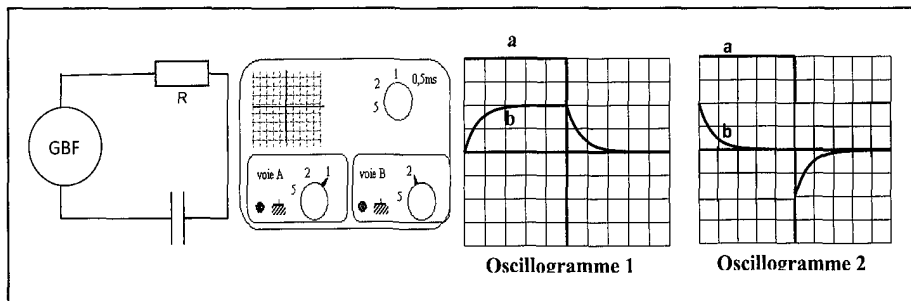
On considère le montage ci-dessous. Le condensateur a une capacité $C=2\mu F$, la résistance R_1 vaut $500 k\Omega$ et la résistance R_2 vaut $1 M\Omega$. Le générateur de tension continue a une f.e.m E de $10V$.



- 1) Calculer la constante de temps du dipôle $R_1 C$.
- 2) A l'instant $t=0$, on bascule l'inverseur en position 1. Déterminer à $t=10s$:
 - a- La valeur de la tension u_c aux bornes du condensateur.
 - b- L'intensité du courant I circulant dans le circuit.
- 3) A l'instant $t=20s$, on bascule l'inverseur en position 2. Déterminer la valeur de la tension u_c aux bornes du condensateur à $t=22s$.



On réalise un circuit comprenant : un générateur basse fréquence, un résistor de résistance $R=100 \Omega$ et un condensateur de capacité C . Le générateur délivre une tension u périodique en créneaux de fréquence $f=200Hz$ qui vaut $4V$ pendant la première demi période et $U=0V$ pendant l'autre moitié.

**Partie A :**

Etude de l'oscillogramme 1 :

L'oscillogramme a été obtenu à l'aide d'un oscilloscope dont on a représenté la façade avant. Le réglage est tel que la durée du balayage correspond à une période de la tension u . L'une des courbes correspond à la tension u imposée par le générateur, l'autre à la tension aux bornes de l'un des composants R ou C. Pour chaque voie lorsque le spot est sur la médiane horizontale, la tension est nulle.

- 1) Que représente la courbe visualisée sur l'entrée B ? Comment appelle-t-on le phénomène observé ?
- 2) Reproduire le schéma du circuit et indiquer les connexions vers les entrées A et B de l'oscilloscope ainsi que celle vers la masse de l'oscilloscope.
- 3) Quelle est la valeur maximale de la tension aux bornes du condensateur ?
- 4) En justifiant votre réponse, préciser les sensibilités choisies pour la base de temps et pour la déviation verticale de chaque voie. On donnera les réponses en ms/div et en V/div.
- 5) La capacité C conserve la même valeur. Tracer l'allure des courbes obtenues si :
 - a- On augmente R (par exemple on multiplie sa valeur par 2)
 - b- On diminue R (par exemple on divise sa valeur par 2)

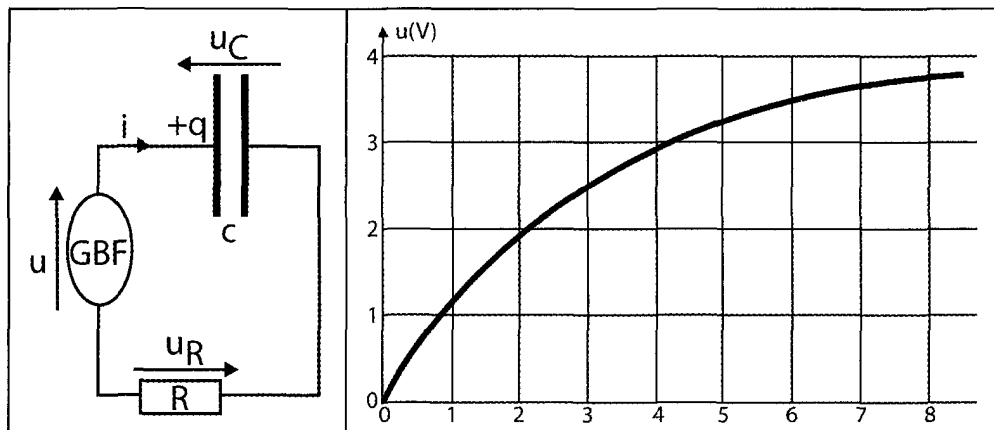
Partie B : Etude de l'oscillogramme 2 :

Le circuit reste le même. On ne modifie pas le choix des sensibilités de l'oscilloscope, mais celui-ci est branché différemment et on obtient l'oscillogramme 2.

- 1) Que représente la courbe visualisée par l'entrée B ?
- 2) Reproduire le schéma du circuit en précisant les nouvelles connexions vers l'oscilloscope.

Partie C : Détermination de la capacité C :

Le circuit est utilisé pour étudier avec précision la charge du condensateur, c'est-à-dire l'évolution de la tension u_c aux bornes condensateur (initialement déchargé) en fonction du temps lorsqu'à $t=0$ la tension aux bornes du générateur passe brutalement de 0 à 4V. Les notations et conventions adoptés sont les suivantes :



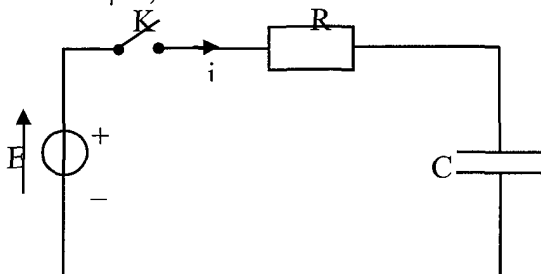
- 1) Exprimer littéralement chacune des tensions u_R et u_C .
- 2) Ecrire la relation vérifiée par les tensions fléchées puis établir l'équation différentielle de la charge, c'est-à-dire la relation existant entre u_C , sa dérivée par rapport au temps et u .
- 3) Vérifier que la grandeur $\tau = RC$ a la dimension d'un temps.
- 4) L'enregistrement de u_C en fonction du temps est fourni ci-dessus.
 - a- Après une durée de charge égale à τ , exprimer la tension aux bornes du condensateur en fonction de E .
 - b- Déterminer la valeur de C .
 - c- Déterminer à cette date $t = \tau$ la valeur de :
 - i. La tension aux bornes du résistor.
 - ii. L'intensité du courant i qui traverse le circuit.
- 5) Représenter sur le même graphe la courbe $u_R(t)$.



I- Étude théorique d'un dipôle RC soumis à un échelon de tension.

Le montage du circuit électrique schématisé ci-dessous (figure 1) comporte :

- un générateur idéal de tension de force électromotrice $E = 12,0 \text{ V}$;
- un conducteur ohmique de résistance R inconnue ;
- un condensateur de capacité $C = 120 \mu\text{F}$;
- un interrupteur K .



Le condensateur est initialement déchargé.

À la date $t = 0$, on ferme l'interrupteur K.

1) En utilisant la convention récepteur, représenter par des flèches sur la figure ci-dessus les tensions u_C aux bornes du condensateur et u_R aux bornes du conducteur ohmique.

2) Donner l'expression de u_R en fonction de i .

3) Donner l'expression de i en fonction de la charge q du condensateur.

4) Donner la relation liant q et u_C .

5) En déduire l'expression de i en fonction de la capacité C et de la tension u_C .

6) En appliquant la loi d'additivité des tensions, établir une relation entre E , u_R et u_C .

7) Établir l'équation différentielle notée (1) à laquelle obéit u_C .

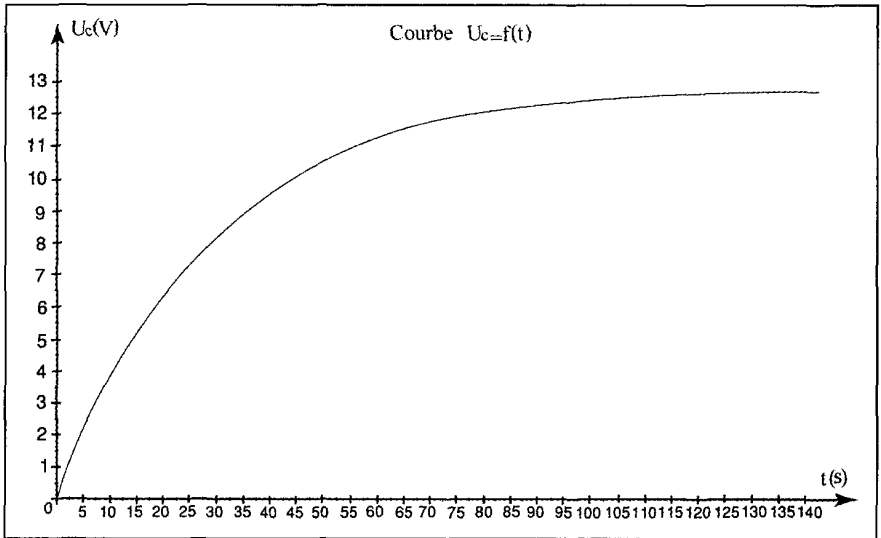
8) a- Vérifier que $u_C = E \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$ est solution de l'équation différentielle (1), avec $\tau = RC$

b- De même, vérifier que $u_C = E \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$ respecte la condition initiale.

9) On s'intéresse à la constante de temps du dipôle RC : $\tau = RC$.

a- Vérifier que le produit $\tau = RC$ est bien homogène à une durée.

b- La courbe ci-dessous $u_C = f(t)$, donne la variation de u_C au cours du temps.



- b₁- déterminer graphiquement la valeur de τ .
- b₂- En déduire la valeur de la résistance R.

II- Application.

Au dipôle RC précédemment étudié, on associe un montage électronique qui commande l'allumage d'une lampe :

- La lampe s'allume lorsque la tension u_C aux bornes du condensateur est inférieure à une valeur limite $u_{al} = 6,0 \text{ V}$;
- La lampe s'éteint dès que la tension u_C aux bornes du condensateur est supérieure à cette valeur limite $u_{al} = 6,0 \text{ V}$.

Le circuit obtenu (figure 3) est le suivant :

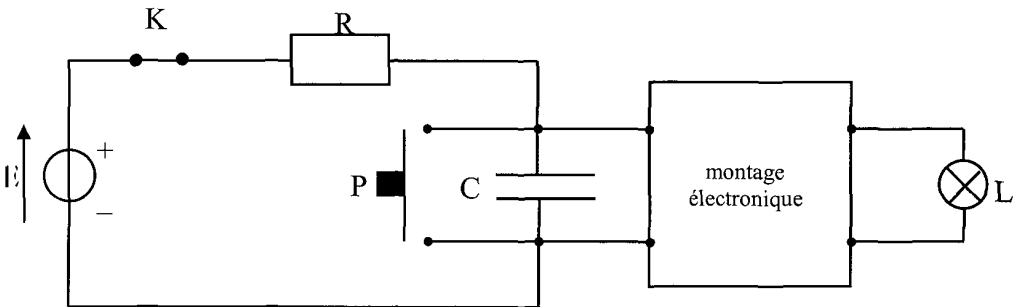


figure 3

Fonctionnement du bouton poussoir :

Lorsqu'on appuie sur le bouton poussoir, ce dernier entre en contact avec les deux bornes du condensateur et se comporte comme un fil conducteur de résistance nulle. Il provoque la décharge instantanée du condensateur.

Lorsqu'on relâche le bouton poussoir, ce dernier se comporte alors comme un interrupteur ouvert.

1) Le condensateur est initialement chargé avec une tension égale à 12 V, la lampe est éteinte. On appuie sur le bouton poussoir P.

Que devient la tension aux bornes du condensateur u_C pendant cette phase de contact ?

La lampe s'allume-t-elle ? Justifier la réponse.

2) On relâche le bouton poussoir.

a- Comment évolue qualitativement la tension aux bornes du condensateur au cours du temps ?

b- La constante de temps du dipôle RC utilisé est $\tau = 25$ s.

Comment évolue l'état de la lampe aussitôt après avoir relâché le bouton poussoir ?

c- En vous aidant de la solution de l'équation différentielle, donner l'expression littérale de la date t_{al} , à laquelle la tension aux bornes du condensateur atteint la valeur limite u_{al} en fonction de u_{al} , E et τ .

d- Calculer la valeur de t_{al} durée d'allumage de la lampe.

e- Retrouver graphiquement la valeur de t_{al} à l'aide de la courbe $u_C = f(t)$ fournie. Indiquer clairement cette durée sur le graphe.

3) La tension aux bornes du générateur E étant constante, on voudrait augmenter la durée d'allumage. Quels sont les deux paramètres du circuit électrique de la figure 1 sur lesquels on peut agir ?

Préciser pour chacun d'entre eux comment ils doivent varier.

Corrigé



1) Voir courbe.

$$2) I = \frac{q}{t} \Rightarrow q = I.t$$

$$u_c = \frac{q}{C} = \frac{I}{C}.t$$

3) La courbe $u_c=f(t)$ est une droite qui passe par l'origine $\Rightarrow u_c=kt$ avec $k=\frac{I}{C}$;

k est la pente de la droite $k=0,5\text{Vs}^{-1}$

$$\text{D'où } C = \frac{I}{k} ; \text{AN } C = \frac{0,01 \times 10^{-3}}{0,5} = 2 \cdot 10^{-5} \text{F}$$

$$4) C_{\text{const}} = 21 \mu\text{F} \pm 10\% \Rightarrow C_{\text{const}} = (21 \pm 2,1) \mu\text{F} \text{ or } C_{\text{exp}} = 2 \cdot 10^{-5} \text{F} = 20 \mu\text{F} .$$

$18,9 \mu\text{F} \leq C_{\text{exp}} \leq 23,1 \mu\text{F} \Rightarrow$ La valeur obtenue est bien en accord avec la tolérance du constructeur.

$$5) q_A > 0 ; q_B < 0 \text{ et } q_A = -q_B = c.u_c$$

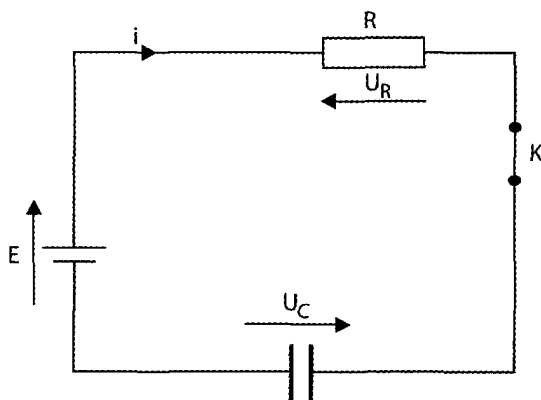
$$\text{AN } q_A = -q_B = 10^{-4} \text{C}.$$

$$6) E_c = \frac{1}{2} C u_c^2 ; \text{AN } E_c = \frac{1}{2} \times 2 \cdot 10^{-5} \times 4^2 = 1,6 \cdot 10^{-4} \text{J}$$



I.

1) a-



b- D'après la loi des mailles : $u_c + u_R - E = 0$

$$u_c + u_R = E.$$

$$c- u_R = Ri ; i = \frac{dq}{dt} \text{ et } q = C \cdot u_c \Rightarrow i = C \cdot \frac{du_c}{dt}$$

$$\Rightarrow u_c + u_R = E \text{ devient } u_c + Ri = E$$

$$\Rightarrow \boxed{u_c + RC \frac{du_c}{dt} = E} \text{ équation différentielle relative à } u_c.$$

$$d- u_c = Ae^{-\alpha t} + B ; \frac{du_c}{dt} = -\alpha Ae^{-\alpha t}$$

$$\text{à } t = 0 \quad u_c = A + B = 0 \Rightarrow A = -B \Rightarrow u_c = A(e^{-\alpha t} - 1)$$

L'équation différentielle devient :

$$A(e^{-\alpha t} - 1) - RC\alpha Ae^{-\alpha t} = E$$

$$\Rightarrow Ae^{-\alpha t} [1 - RC\alpha] - A = E$$

Pour que cette équation différentielle soit vérifiée quelque soit t il faut que $-A = E$ et $1 - RC\alpha$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{1}{RC} = \frac{1}{\mathcal{T}}$$

$$d' où \quad \boxed{u_c = E \left(1 - e^{-\frac{t}{\mathcal{T}}} \right)}$$

$$e- i = \frac{dq}{dt} = C \cdot \frac{du_c}{dt} = C \left(-\alpha Ae^{-\alpha t} \right) \text{ en tenant compte de } A = -E \text{ et}$$

$$\alpha = \frac{1}{\mathcal{T}} \text{ avec } \mathcal{T} = RC$$

$$i = \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{\mathcal{T}}}$$

2) a- L'oscilloscope à mémoire sert à mémoriser l'oscillogramme pour le traiter alors qu'un oscilloscope analogique donne de u_c un oscillogramme (momentané) qui disparaît très rapidement.

b- La constante de temps $\mathcal{T}$ est la durée au bout de laquelle un condensateur atteint 63% de sa charge maximale. Graphiquement $\mathcal{T}$ est le temps où la tangente à l'origine coupe l'asymptote horizontale $u_c = E$ soit $\mathcal{T} = 15 \text{ ms}$.

$$c- \mathcal{T} = RC \Rightarrow C = \frac{\mathcal{T}}{R} = \frac{15 \cdot 10^{-3}}{100} = 1,5 \cdot 10^{-6} \text{ F}$$

$$d- i = \frac{u_R}{R} = \frac{E - u_C}{R} = \frac{10 - 3}{100} = 7 \cdot 10^{-2} \text{ A}$$

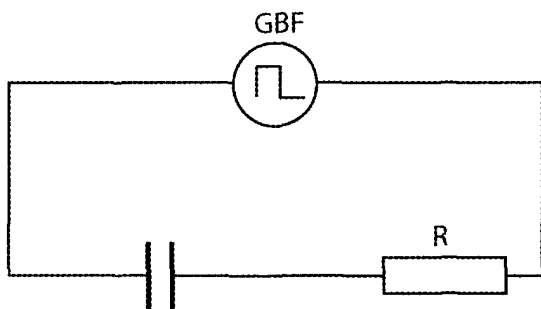
Autre méthode :

$$i = c \frac{du_C}{dt} = c \cdot p(T) \text{ où } p(T) \text{ pente de la tangente à la courbe } C \text{ à } t=5\text{ms}$$

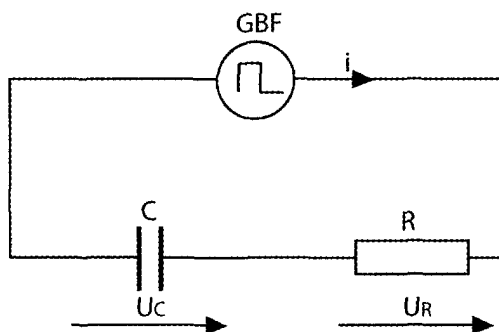
on trouve $i = 7 \cdot 10^{-2} \text{ A}$.

II.

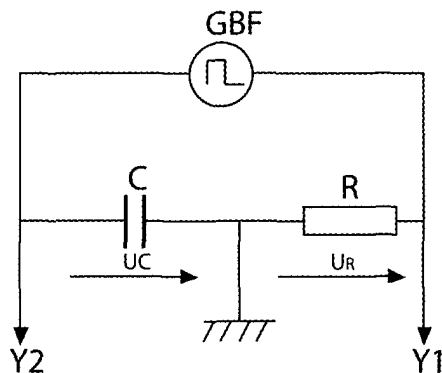
1)



2)

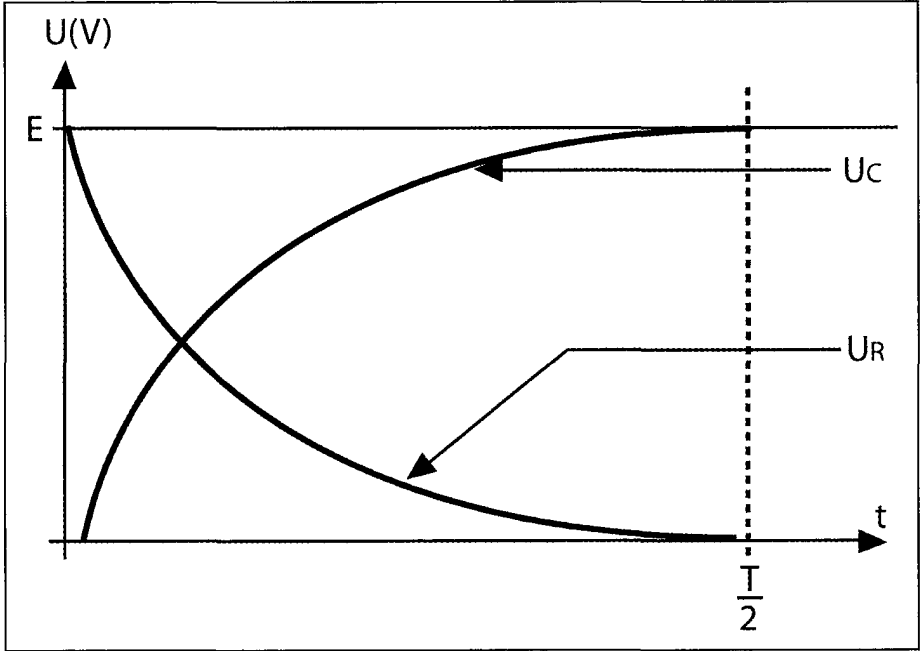


3)



Il faut procéder à l'inversion de y_2 pour pouvoir visualiser $u_C(t)$.

- 4) $\frac{T}{2} \geq 5\tau \Leftrightarrow T \geq 10\tau$ soit alors $f_0 \leq \frac{1}{10\tau}$
- 5)

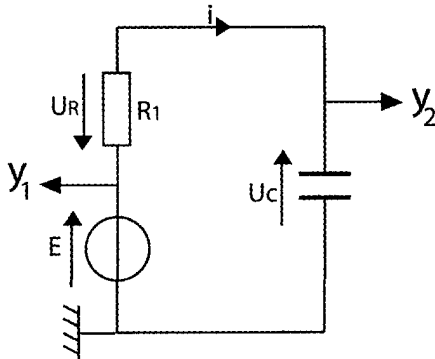


I.

- 1) Le condensateur est initialement déchargé alors, à $t=0s$ $u_C=0$. D'où la courbe (B) représente U_C .

Autrement, lorsqu'on ferme K sur 1 le condensateur se charge, la tension à ses bornes croît de 0 jusqu'à atteindre E d'où (B) représente u_C .

- 2)



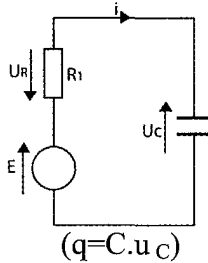
- 3) Lorsque le condensateur est complètement chargé à $E = 10V$. Graphiquement :
 $u_C = E$ à $t = 5ms$
 4) Pour charger moins vite le condensateur, on doit augmenter la résistance du circuit.
 5) D'après la loi des mailles

$$u_{R_1} + u_C + E = 0$$

$$R_1 \cdot i + u_C = E$$

$$R_1 = \frac{dq}{dt} + u_C = E$$

$$R_1 C \frac{du_C}{dt} + u_C = E$$



Remarque : $R_1 \cdot i + U_C = E$

$$R_1 \cdot i + \frac{q}{C} = E$$

$$\text{or } i = \frac{dq}{dt}$$

$$\Rightarrow R_1 \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = E$$

$$\Rightarrow R_1 C \frac{dq}{dt} + q = EC$$

équation différentielle relative à q.

$$6) \quad u_C = E \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$$

$$\frac{du_C}{dt} = \frac{E}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$R_1 C \cdot \frac{E}{\tau} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + E \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) = E$$

$$\frac{RC}{\tau} \cdot E \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + E - E \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = E$$

$$E \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \left(\frac{R_1 C}{\tau} - 1 \right) + E = E$$

$$\frac{R_1 C}{\tau} - 1 = 0$$

$$\Rightarrow \frac{R_1 C}{\tau} = 1$$

$$\Rightarrow \boxed{RC_1 = \tau}$$

$$7) \quad \frac{u_C}{E} = 1 - e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\text{à } t = \tau \quad ; \quad \frac{u_C}{E} = 1 - e^{-1} = 0,63$$

$$\Rightarrow u_C = 0,63E = 6,3V$$

Graphiquement $\tau = 1ms$

$$\Rightarrow C = \frac{\tau}{R_1} \quad \text{AN: } C = \frac{1 \times 10^{-3}}{500} = 2 \cdot 10^{-6} F = 2\mu F$$

$$8) \quad \frac{u_C}{E} = 1 - e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\text{Si } t = 5\tau \Rightarrow \frac{u_C}{E} = 1 - e^{-5} = 0,99$$

$$\Rightarrow u_C = 0,99E \simeq E$$

Le condensateur est complètement chargé après une durée $t = 5\tau = 5ms$ ce qui est en accord avec la question 3.

9) a- 1^{ère} méthode :

$$u_{R_1} + u_C = E$$

$$E_1 \cdot i + u_C = E$$

$$i = \frac{E - u_C}{R_1} = \frac{E - E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})}{R_1}$$

$$\boxed{i = \frac{E}{R} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}}$$

2^{ème} méthode :

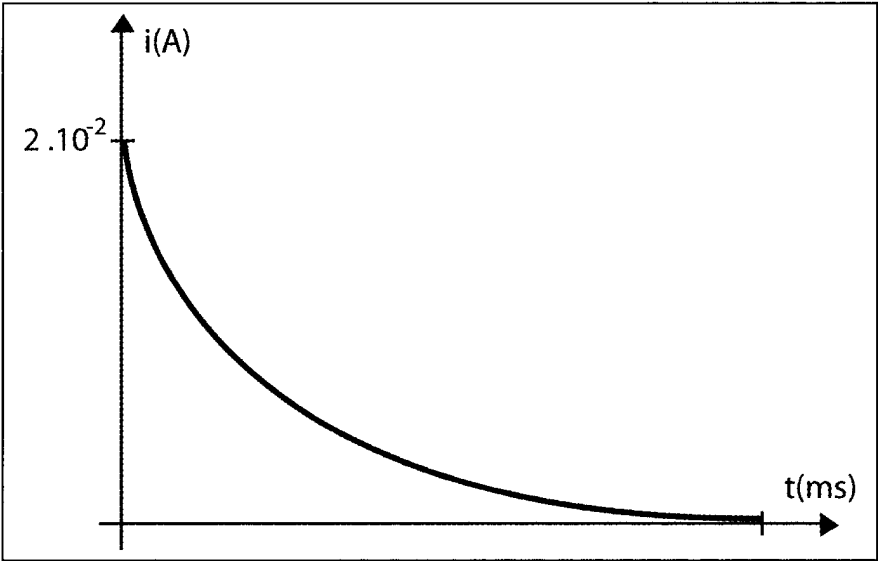
$$i = C \frac{du_C}{dt} = \frac{CE}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$i = \frac{\mathcal{E}E}{R_1 \mathcal{E}} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\boxed{i = \frac{E}{R} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}}$$

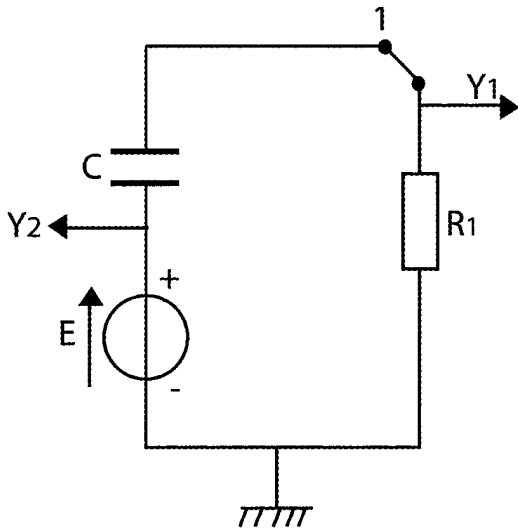
$$\text{- si, } t = 0 \quad ; \quad i = I_0 = \frac{E}{R_1} = \frac{10}{500} = \boxed{2 \cdot 10^{-2} A = I_0}$$

$$\text{- si, } t = \infty \quad i \rightarrow 0$$



b- L'allure de cette courbe peut être fournie par la tension u_R car $u_R = R.i$. Cette tension n'est pas observable avec le montage proposé à cause d'un problème de masse.

c-



10) 1^{ère} méthode :

$$i = \frac{10}{500} e^{\frac{-t}{\tau}} = 7,4 \cdot 10^{-3} \text{ A}$$

2^{ème} méthode :

$$i = \frac{E - u_C}{R_1} = \frac{10 - 6,3}{500} = 7,4 \cdot 10^{-3} \text{ A}$$

11) Lorsque le condensateur est totalement chargé $u_C = E$

$$E_C = \frac{1}{2} \cdot C \cdot u_C^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 10^{-6} \cdot 10^2 = \boxed{10^{-4} \text{ J}}$$

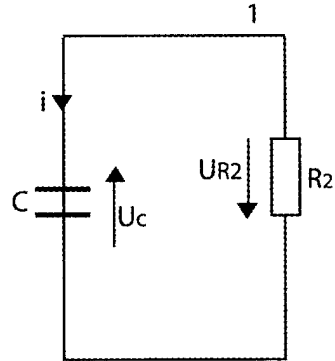
II.

1) D'après la loi des mailles

$$u_C + u_{R2} = 0 \Rightarrow u_C + R_2 i = 0$$

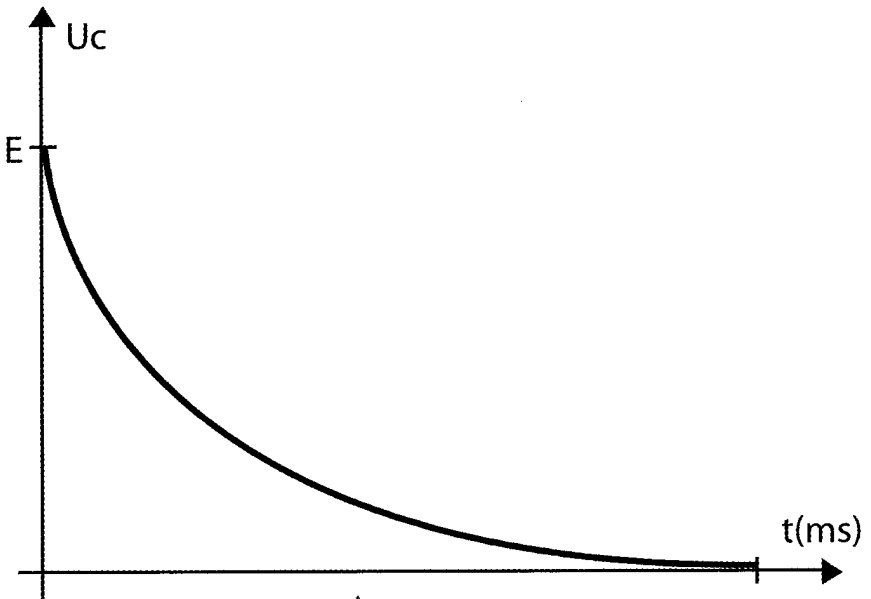
$$\text{or } i = \frac{dq}{dt} \text{ et } q = C \cdot u_C \Rightarrow i = C \cdot \frac{du_C}{dt}$$

$$\Rightarrow \boxed{u_C + R_2 C \frac{du_C}{dt} = 0}$$



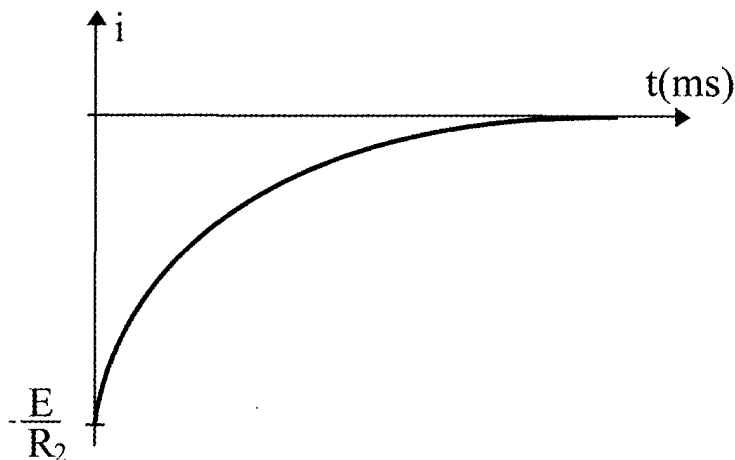
2) La solution de l'équation différentielle est : $u_C = E \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$ avec $\tau = R_2 C$

3)



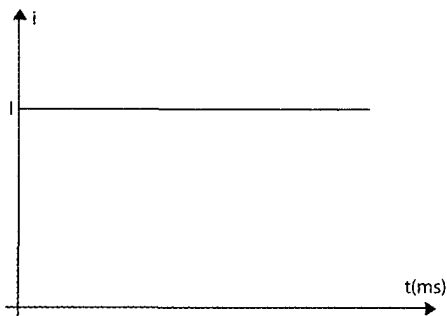
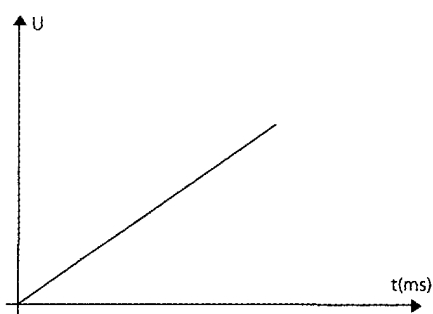
$$4) i = \frac{u_R}{R_2} = \frac{-u_C}{R_2} = -\frac{E}{R_2} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

5)

6) $I(t)$ n'est pas une fonction continue du temps.

III.

1)



$$2) u_c = \frac{q}{C} = \frac{It_1}{C} \Rightarrow t_1 = \frac{C \cdot u_c}{I} ; \text{AN } t_1 = \frac{2 \cdot 10^{-6} \times 10}{10^{-3}} = 2 \cdot 10^{-2} \text{ s}$$

$$3) E_e = \frac{1}{2C} q^2 = \frac{1}{2C} I^2 t_2^2 \Rightarrow t_2 \sqrt{\frac{2CE_e}{I^2}}$$

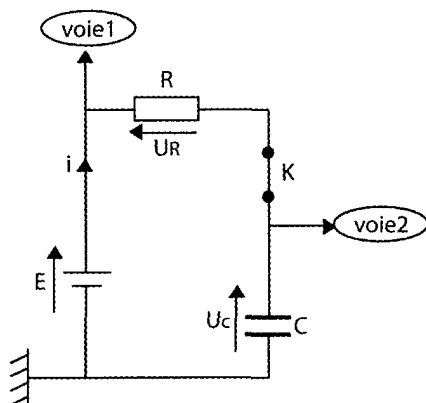
$$\text{AN } t_2 = \sqrt{\frac{2 \times 2 \cdot 10^{-6} \times 10^{-3}}{(10^{-3})^2}} = 6,32 \cdot 10^{-2} \text{ s}$$



1)

a- Un oscilloscope à mémoire permet de mémoriser la courbe à fin de l'exploiter et la traiter.

b-



2)

a- La loi des mailles : $u_C + u_R - E = 0 \Rightarrow u_C + Ri = E$

$$\text{Or } i = \frac{dq}{dt} = C \cdot \frac{du_C}{dt}$$

$$\Rightarrow u_C + RC \frac{du_C}{dt} = E$$

$$\text{b- } q = C \cdot u_C \Rightarrow q + RC \frac{dq}{dt} = C \cdot E$$

$$\text{c- } q(t) = A (1 - e^{-\alpha t})$$

$$\text{c}_1 - \frac{dq}{dt} = + \alpha A e^{-\alpha t}$$

L'équation différentielle en q devient :

$$A (1 - e^{-\alpha t}) + RC \alpha A e^{-\alpha t} = CE$$

$$A e^{-\alpha t} [RC \alpha - 1] + A = CE$$

Cette équation doit être vérifiée quelque soit t

$$\Rightarrow A = CE = Q_0 : \text{charge maximale du condensateur}$$

$$\alpha = \frac{1}{RC} = \frac{1}{\tau} : \text{inverse de la constante de temps (s}^{-1}\text{)}$$

$$\text{c}_2 - q(t) = CE (1 - e^{-\frac{t}{RC}})$$

$$3) \text{ a- } Q_m = Q_0 = 20 \cdot 10^{-6} \text{C}$$

b- $Q_0 = CE \Rightarrow C = \frac{Q_0}{E} = 2 \cdot 10^{-6} \text{ F}$

4) a- $i = \frac{dq}{dt} = \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$

b- $i_0 = \left(\frac{dq}{dt} \right)_{t=0} = \frac{Q_0}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} \bigg|_{t=0} = \frac{Q_0}{\tau} = \text{pente de la tangente à la courbe à } t=0$

$\Rightarrow \tau = \frac{Q_0}{p}$

c- graphiquement $p \approx 10^{-2} \text{ A} \Rightarrow \tau = \frac{Q_0}{p} = \frac{20 \cdot 10^{-6}}{10^{-2}} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ s}$

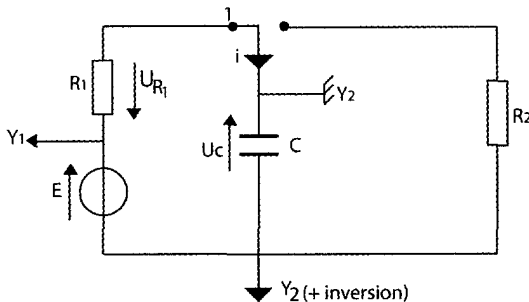
d- $\tau = RC \Rightarrow R = \frac{\tau}{C}$; AN $R = \frac{2 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^{-6}} = 10^3 \Omega$

e- $i = \frac{dq}{dt} = p(T)$: pente de la tangente à la courbe. Au cours du temps la pente diminue jusqu'à s'annuler.

$\Rightarrow i$ diminue jusqu'à s'annuler.



I- 1) a-



b- Au cours de la charge la tension aux bornes du condensateur croît (à partir de 0 si le condensateur est initialement déchargé) d'où :

La courbe (b) représente $u_C(t)$; la courbe (a) représente $u_{R1}(t)$.

2) a- Loi des mailles : $u_C + u_{R1} - E = 0 \Rightarrow u_C + R_1 i = E$

Or $i = \frac{dq}{dt}$ et $q = C u_C \Rightarrow i = C \frac{du_C}{dt}$

$$\Rightarrow u_C + R_1 C \frac{du_C}{dt} = E$$

b- L'équation différentielle établie précédemment admet une solution de la forme $Ae^{-\alpha t} + B = u_C$

$$\frac{du_C}{dt} = -\alpha Ae^{-\alpha t}$$

L'équation différentielle devient :

$$Ae^{-\alpha t} + B - R_1 C \alpha Ae^{-\alpha t} = E$$

$$\Rightarrow B = E \text{ et } \alpha = \frac{1}{R_1 C}$$

$$\text{A } t=0 \quad u_C = 0 \Rightarrow A = -B = -E$$

$$\text{D'où } u_C(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{R_1 C}})$$

$$\text{c- } U_{C_{\max}} = E = \frac{Q_0}{C} \Rightarrow C = \frac{Q_0}{E}$$

$$\text{A.N } C = \frac{4 \cdot 10^{-4}}{4} = 10^{-4} \text{ F}$$

$$3) \text{ a- } \tau_1 = R_1 C$$

$e^{-\frac{t}{R_1 C}} = e^{-\frac{t}{\tau_1}}$ est sans dimension $\Rightarrow \tau_1$ a même dimension que t et par suite un temps.

$$\text{b- } E = u_C + u_{R1} \Rightarrow E = \frac{q}{C} + U_{R1} \quad \text{or } q = \int i dt$$

$$\Rightarrow E = \frac{1}{C} \int i dt + u_{R1}; \text{ or } i = \frac{U_{R1}}{R_1} \Rightarrow E = \frac{1}{R_1 C} \int U_{R1} dt + u_{R1}$$

Dérivons par rapport au temps cette équation :

$$0 = \frac{1}{R_1 C} u_{R1} + \frac{du_{R1}}{dt} \text{ d'où } \tau_1 \frac{du_{R1}}{dt} + U_{R1} = 0$$

$$\text{c- } u_{R1}(t) = Ae^{-\alpha t} ; \frac{du_{R1}}{dt} = -\alpha Ae^{-\alpha t}$$

L'équation différentielle devient :

$$-\alpha A \tau_1 e^{-\alpha t} + Ae^{-\alpha t} = 0$$

$$\Leftrightarrow A_1 e^{-\alpha t} (1 - \alpha \tau_1) = 0 \Rightarrow \alpha = \frac{1}{\tau_1} = \frac{1}{R_1 C}$$

4) a- à $t = \mathcal{T}_1$ on a $u_C = 0,63 E = 2,52V$

Graphiquement $\mathcal{T}_1 = 5 \cdot 10^{-3} s$

b- $\mathcal{T}_1 = R_1 C \Rightarrow R_1 = \frac{\mathcal{T}_1}{C} = \frac{5 \cdot 10^{-3}}{10^{-4}} = 50 \Omega$

c- Lorsque $u_{R1} = u_C \Rightarrow u_C = 2V$

D'où $E_e = \frac{1}{2} C u_C^2 = 2 \cdot 10^{-4} J$

II- 1-a- Loi des mailles $u_C + u_{R2} = 0 \Rightarrow u_C + R_2 C \frac{du_C}{dt} = 0$

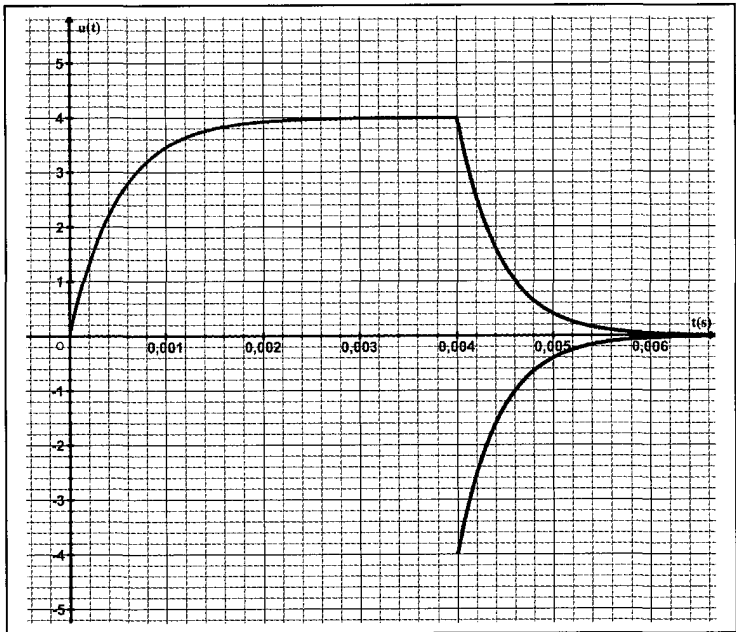
b- $u_C = E e^{-\frac{t}{R_2 C}} \Rightarrow \frac{du_C}{dt} = -\frac{1}{R_2 C} E e^{-\frac{t}{R_2 C}}$

L'équation différentielle devient : $E e^{-\frac{t}{R_2 C}} + R_2 C \left(-\frac{1}{R_2 C} E e^{-\frac{t}{R_2 C}} \right) = 0$

c- $u_{R2}(t) = -u_C = -E e^{-\frac{t}{R_2 C}}$

d- $\mathcal{T}_2 = R_2 C = 40 \cdot 10^{-4} = 4ms$

e-





1) $\tau_1 = R_1 C = 500 \cdot 10^3 \times 2 \cdot 10^{-6} = 1\text{s}$

2) a- A $t=10\text{s} > 5\tau$ le condensateur est considéré complètement chargé d'où $U_C = E = 10\text{V}$

b- Lorsque le condensateur est complètement chargé $I = 0$.

3) lorsque l'inverseur est en position 2, le condensateur se décharge.

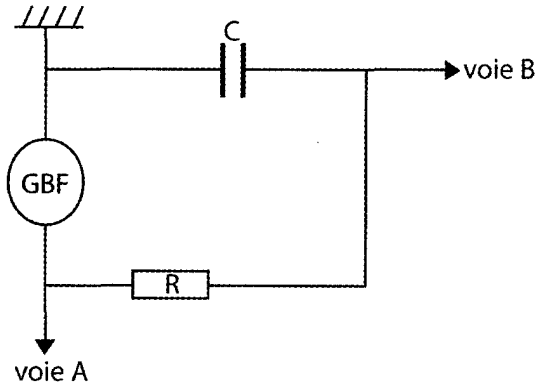
La constante de temps devient $\tau_2 = R_2 C$; $\tau_2 = 10^6 \times 2 \cdot 10^{-6} = 2\text{s}$

à la date $t = 22\text{s}$, le condensateur a mis $2\text{s} = \tau_2$ en décharge d'où la tension à ses bornes est $U_C = 0,37 E = 3,7\text{V}$.



Partie A :

1) La courbe visualisée sur l'entrée B représente la tension aux bornes du condensateur. Elle correspond à la charge (partie croissante) et à la décharge (partie décroissante) du condensateur.



2) Lorsque le condensateur est complètement chargé, la tension à ses bornes est maximale et elle est égale à 4V .

3) Pour la voie A : 1V/div

Pour la voie B : 2V/div

Sensibilité horizontale : $0,5\text{ms/div}$, car $T = \frac{1}{f} = \frac{1}{200} = 5 \cdot 10^{-3}\text{s}$

Or T correspond à $10\text{div} \Rightarrow 1\text{div}$ représente $5 \cdot 10^{-4}\text{s} = 0,5\text{ms}$

4) Si on modifie la valeur de la résistance, le temps de charge et de décharge sera modifié aussi, ainsi :

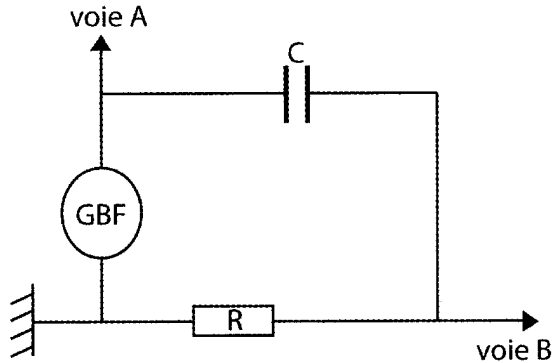
a- Lorsqu'on augmente R , la constante de $\mathcal{T}$ augmente $\mathcal{T} = RC$;
 $\mathcal{T} = R'C = 2RC = 2\mathcal{T}$, le condensateur prend un temps double pour se charger ou se décharger.

b- Lorsqu'on diminue R, $\mathcal{T}$ diminue ($\mathcal{T}' = \frac{\mathcal{T}}{2}$). Le condensateur prend moins de temps pour se charger ou se décharger.

Partie B :

1) La courbe visualisée sur l'entrée B est la tension u_R aux bornes du résistor.

2)



Partie C :

1) $u_R = Ri$ et $u_C = \frac{q}{C}$

2) $u_R + u_C = u$ or $u_R = Ri$ et $i = \frac{dq}{dt} = C \cdot \frac{du_C}{dt}$

$\Rightarrow u_C + RC \frac{du_C}{dt} = u$: Équation différentielle en u_C .

3) u_C et u s'expriment en V.

$\frac{du_C}{dt}$ s'exprime en $V.s^{-1}$ d'où $RC = \mathcal{T}$ doit s'exprimer en s pour que l'équation soit homogène.

4) a- L'équation différentielle précédente admet comme solution :

* $u_C = E (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ avec $E = u = 4V$ au cours de la charge.

* $u_C = E e^{-\frac{t}{\tau}}$ avec $E = u = 4V$ au cours de la décharge.

Donc au cours de la charge $u_C = 0.63 E$ à $t = \mathcal{T}$

b- à $t = \tau \Rightarrow u_C = 2,52V$. Graphiquement pour $u_C = 2.52V \quad t = \tau = 3ms$.

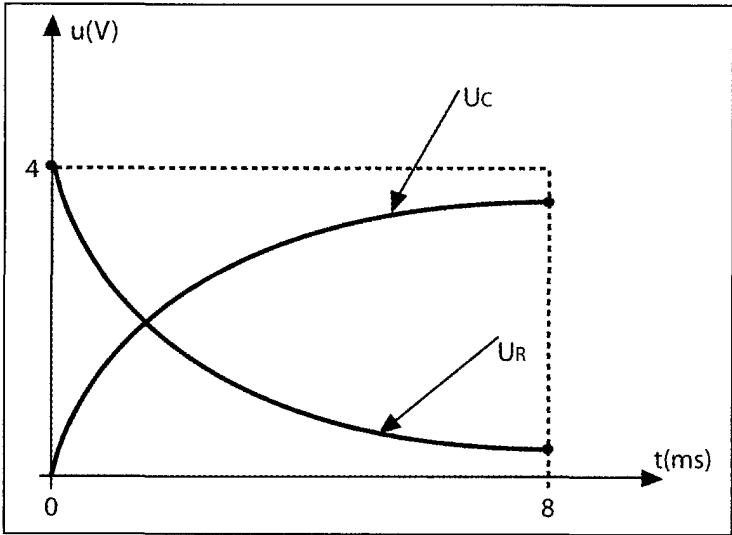
$$\tau = RC \Rightarrow C = \frac{\tau}{R} = \frac{3 \cdot 10^{-3}}{100} = 30 \cdot 10^{-6} F$$

c-

i) $u_R = u - u_C = 1,48V$

ii) $i = \frac{u_R}{R} = \frac{1.48}{100} = 1,48 \cdot 10^{-2} A$

5)

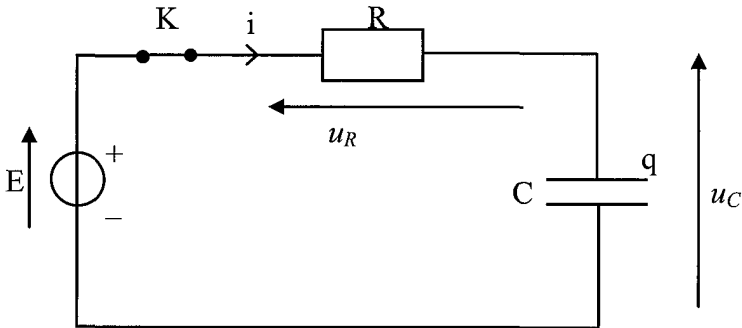


Le condensateur n'est pas totalement chargé, il lui faut au minimum une durée $\Delta t \approx 5\tau = 15ms$



I- Etude théorique d'un dipôle RC soumis à un échelon de tension.

1) flèches tension ci-contre



2) $u_R = R \cdot i$

Figure 1

$$3) i = \frac{dq}{dt}$$

$$4) q = C.u_C$$

$$5) i = \frac{dC.u_C}{dt}, C \text{ étant constant il vient}$$

$$i = C. \frac{du_C}{dt}$$

6) D'après la loi d'additivité des tensions :

$$E = u_R + u_C$$

$$7) E = R.i + u_C$$

$$E = R.C. \frac{du_C}{dt} + u_C$$

avec $\tau = R.C$, on obtient l'équation différentielle à laquelle obéit u_C :

$$E = \tau. \frac{du_C}{dt} + u_C \quad (1)$$

$$8) a- u_C = E (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \text{ ou } u_C = E - E. e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\text{donc } \frac{du_C}{dt} = \frac{E}{\tau} . e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Reportons ces expressions dans l'équation différentielle (1)

$$E = \tau. \frac{du_C}{dt} + u_C$$

$$E = \tau. \frac{E}{\tau} . e^{-\frac{t}{\tau}} + E - E. e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$E = E. e^{-\frac{t}{\tau}} + E - E. e^{-\frac{t}{\tau}}$ Cette égalité est vraie, donc la solution proposée est satisfaisante.

b- La condition initiale est $u_C = 0$, le condensateur n'étant pas chargé initialement.

$$u_C = E (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

$$u_C(0) = E(1 - e^{-\frac{0}{\tau}}) = 0$$

$$9) a- \text{D'après 2) } R = \frac{u_R}{i} \quad \text{donc } [R] = \frac{[U]}{[I]}$$

D'après 5) $C = i \cdot \frac{dt}{du_C}$ donc $[C] = [I] \cdot \frac{[T]}{[U]}$

$$[RC] = [R] \cdot [C]$$

$$[RC] = \frac{[U]}{[I]} \cdot [I] \cdot \frac{[T]}{[U]}$$

$$[RC] = [T] \quad \text{le produit RC est homogène à une durée.}$$

b₁ -

$$u_C(\tau) = E (1 - e^{-\frac{\tau}{\tau}}) = E (1 - e^{-1})$$

$$u_C(\tau) = 12,0 \times (1 - e^{-1})$$

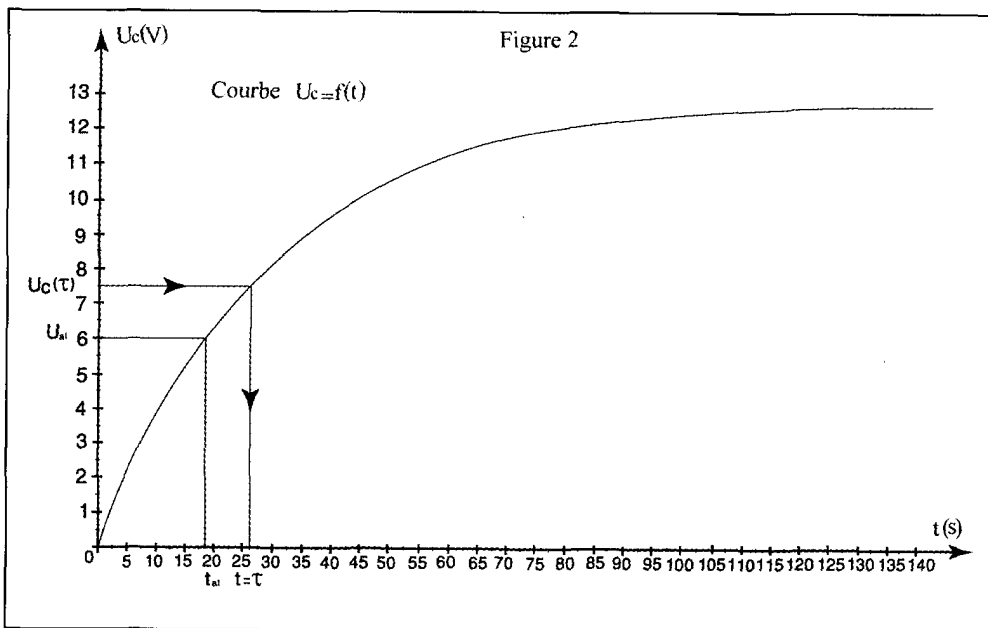
$$u_C(\tau) = 7,59 \text{ V}$$

Graphiquement on trouve $\tau = 27 \text{ s}$

b₂ -

$$R = \frac{\tau}{C}$$

$$R = \frac{27}{120 \cdot 10^{-6}} = 2,25 \cdot 10^5 \Omega = 2,3 \cdot 10^5 \Omega$$



II- Application.

1) Pendant la phase de contact, la tension aux bornes du condensateur devient instantanément nulle. La tension u_C devient inférieure à u_{al} alors la lampe s'allume.

2) a- Lorsqu'on relâche le bouton poussoir, le condensateur se charge : u_C augmente exponentiellement de 0 V à 12 V (E).

b- La charge du condensateur n'étant pas instantanée, la lampe reste allumée pendant une certaine durée puis s'éteint dès que la tension u_C atteint la valeur u_{al} .

c- à la date $t = t_{al}$, on a $u_C = u_{al}$

$$E (1 - e^{-\frac{t_{al}}{\tau}}) = u_{al}$$

$$1 - e^{-\frac{t_{al}}{\tau}} = \frac{u_{al}}{E}$$

$$1 - \frac{u_{al}}{E} = e^{-\frac{t_{al}}{\tau}}$$

$$\ln (1 - \frac{u_{al}}{E}) = -\frac{t_{al}}{\tau}$$

$$\ln (\frac{E - u_{al}}{E}) = -\frac{t_{al}}{\tau}$$

$$\frac{t_{al}}{\tau} = -\ln (\frac{E - u_{al}}{E})$$

$$\text{or } -\ln \frac{a}{b} = \ln \frac{b}{a}$$

$$\frac{t_{al}}{\tau} = \ln (\frac{E}{E - u_{al}})$$

$$t_{al} = \tau \cdot \ln (\frac{E}{E - u_{al}})$$

$$\text{d- } t_{al} = 25 \ln \frac{12}{12 - 6,0} = 17 \text{ s}$$

e- Voir graphique ci-dessus. Le point d'ordonnée $u_{al} = 6,0$ V a pour abscisse $t = 18$ s. Ce résultat est en cohérence avec le calcul précédent.

3) Pour augmenter la durée d'allumage, il faut augmenter la valeur de la constante de temps.

Or : $\tau = R.C$. Il faut donc augmenter R ou/et C.