

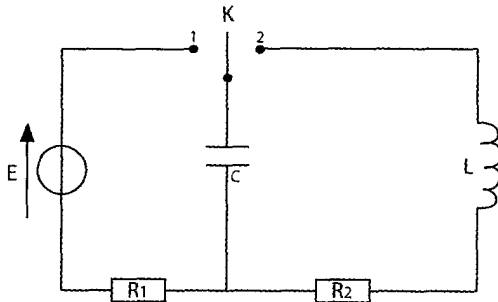
Enoncé

1

- 1) Expliquer les termes suivants :
 - a- Oscillations libres.
 - b- Oscillations amorties
- 2) Répondre par vrai ou faux et corriger les propositions fausses :
 - a- L'énergie emmagasinée dans un dipôle RLC en régime d'auto-oscillation reste constante.
 - b- La période propre des oscillations d'un circuit LC est $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{L}{C}}$.
 - c- Dans un dipôle RLC en régime d'oscillations libres, lorsque la tension aux bornes du condensateur est extrémale, l'énergie emmagasinée dans la bobine (magnétique) est croissante.
 - d- L'énergie d'un dipôle LC est nulle aux instants où la charge du condensateur est nulle.

2

On considère le circuit électrique constitué par un générateur de tension de f.e.m $E=10V$ et de résistance interne négligeable, un condensateur de capacité $C=5\mu F$, une bobine d'inductance L et de résistance négligeable, deux résistors de résistance respectives R_1 et R_2 et un commutateur K . L'ensemble est associé comme l'indique la figure ci-contre :

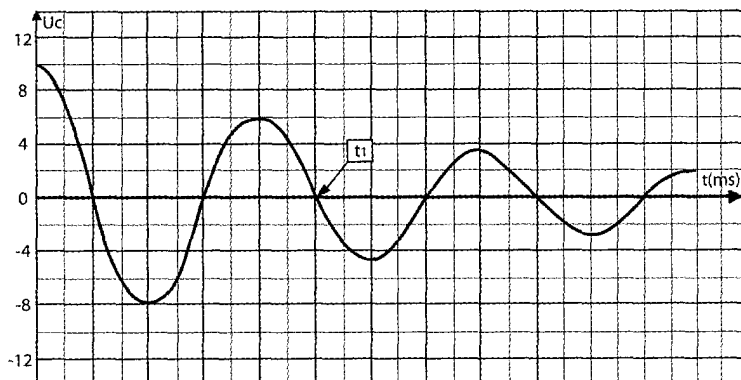


Les parties I, II et III sont indépendantes

I- On ferme le commutateur sur la position 1.

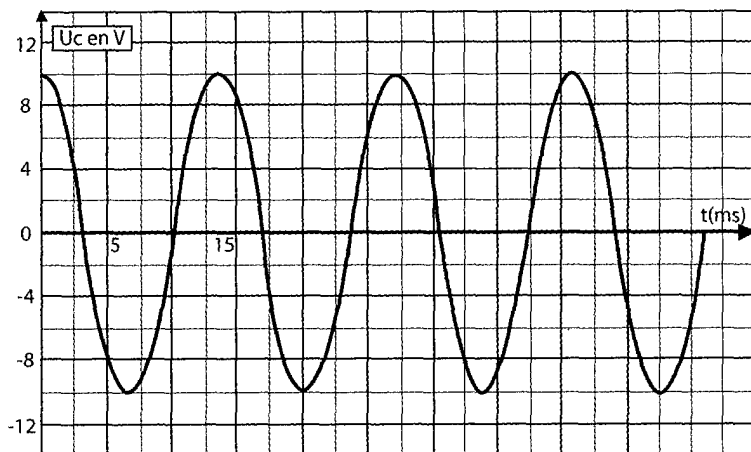
- 1) Quel phénomène physique se produit au niveau du condensateur ? le décrire brièvement.
- 2) Calculer la charge du condensateur lorsque celui-ci est totalement chargé.
- 3) En déduire l'énergie emmagasinée par le condensateur.

II- Le condensateur étant chargé, on bascule, à l'origine des dates $t=0$, le commutateur sur la position 2. Un oscilloscope à mémoire permet de visualiser la tension u_C aux bornes du condensateur. Voir la figure ci-dessous.



- 1) De quel régime d'oscillation s'agit-il ?
- 2) Etablir l'équation différentielle relative à la tension u_C . En déduire celle relative à q .
- 3) a- Montrer que l'énergie électromagnétique du circuit (R_2 , L et C) diminue au cours du temps. A quoi est due cette diminution ?
 b- En déduire une justification de l'allure de la courbe obtenue.
 c- Déterminer la variation de l'énergie au cours de la première pseudo-période.
 d- Quelle est la forme de l'énergie emmagasinée dans le circuit à l'instant t_1 ?
 Indiquer comment calculer sa valeur.
- 3) Donner l'allure de $u_C=f(t)$ si on remplace R'_2 par une résistance R_2 très grande. Nommer le régime obtenu.

III- On enlève le résistor R_2 , on recharge le condensateur et on ferme le commutateur dans la position 2. La nouvelle courbe de la variation de u_C en fonction du temps est donnée par le graphe ci-dessous :



- 1)
 - a- Etablir l'équation différentielle relative à u_C aux bornes du condensateur.
 - b- Sachant que la solution de cette équation différentielle est une fonction de la forme : $u_C(t) = U_{\max} \sin(\omega_0 t + \varphi)$, déterminer la valeur maximale $U_{\max}$, la pulsation propre ω_0 et la phase initiale φ .
 - c- En déduire l'expression en fonction du temps de :
 - c-1- la charge q du condensateur.
 - c-2- l'intensité i du courant circulant dans le circuit.
 - c-3- tracer sur le même graphe la courbe $i(t)$.
 - d- Déterminer la valeur de l'inductance L de la bobine.
- 2)
 - a- Etablir les expressions, en fonction du temps, des énergies E_e emmagasinée par le condensateur et E_m emmagasinée dans la bobine.
 - b- Montrer que l'énergie électromagnétique totale E_{em} se conserve et calculer sa valeur.
- 3) Représenter sur le même graphe E_m , E_{em} et E_e
 - a- En fonction de q .
 - b- En fonction de q^2 .



I- Le circuit électrique suivant de la (**fig1**) permet l'étude expérimentale des oscillations libres d'un circuit électrique d'une bobine purement inductive d'inductance $L=0.01H$ et d'un condensateur de capacité C .

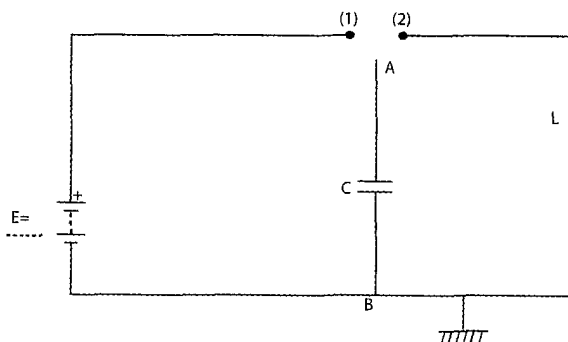


Fig 1

Lorsqu'on place le commutateur sur la position (1), le condensateur se charge. L'armature A prend la charge Q . Exprimer la charge Q du condensateur et l'énergie emmagasinée E_e en fonction de C et E .

II- Le commutateur est basculé à la position (2) à un instant pris comme origine des dates.

1) Etablir l'équation différentielle reliant q à sa dérivée seconde, où q est la charge de l'armature A.

2) En déduire que $\frac{d^2 U_{AB}}{dt^2} + \omega_0^2 u_{AB} = 0$.

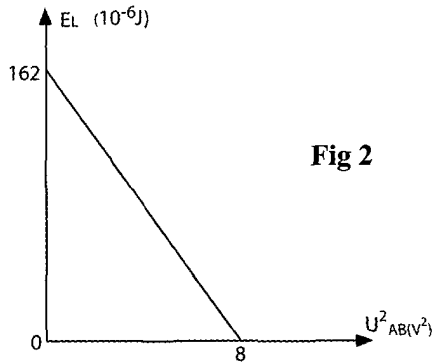
3) Vérifier que $u_{AB}(t) = U_m \sin(\omega_0 t + \varphi)$ est une solution de l'équation différentielle précédente.

4) La courbe (1) de la (fig2) donne la représentation graphique de l'énergie E_L emmagasinée par la bobine en fonction de u_{AB}^2 .

a- Justifier théoriquement l'allure de cette courbe en établissant l'expression de E_L en fonction u_{AB}^2 .

b- Déterminer, à partir de la courbe, la valeur de la capacité C du condensateur.

c- Ecrire alors les expressions de $q(t)$ et de $u_{AB}(t)$.



III-On insère dans le circuit précédent un résistor de résistance variable. (fig 3). On charge le condensateur puis on place le commutateur sur la position 2.

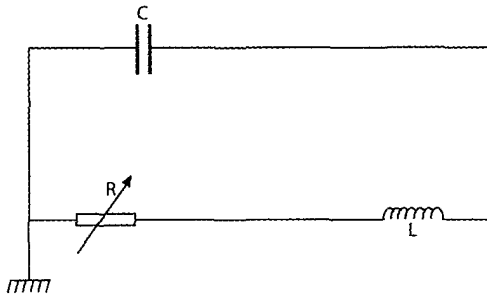
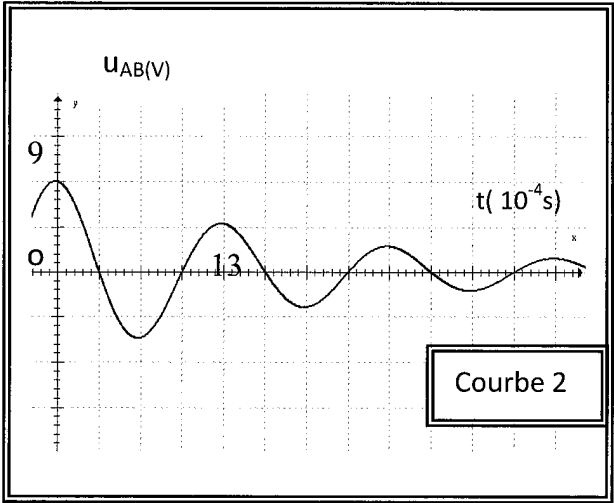
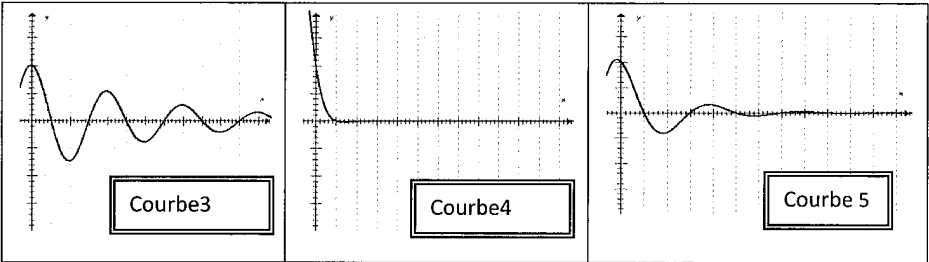


Fig 3

Un ordinateur muni d'une carte d'acquisition permet de visualiser la tension $u_{AB}(t)$ lorsque le commutateur est sur la position (2) (voir courbe 2).



- 1) Etablir l'équation différentielle reliant q , dq et $\frac{d^2q}{dt^2}$.
- 2) Déterminer à partir de la courbe la pseudo-période T et la comparer à la période propre T_0 de l'oscillateur.
- 3) Montrer que l'énergie totale de l'oscillateur diminue au cours du temps.
- 4) Calculer cette diminution de l'énergie au cours de la première pseudo-période.
- 5) Sachant que l'équation différentielle s'écrit $\frac{d^2q}{dt^2} + 1000 \frac{dq}{dt} + 25 \cdot 10^8 q = 0$.
Dédire la valeur R de la résistance du résistor.
- 6) Les courbes 3, 4 et 5 sont obtenues respectivement pour des valeurs R_1 , R_2 et R_3 de la résistance du résistor.



- a- Comparer R_1 , R_2 et R_3 en justifiant la réponse.
- b- Qu'appelle-t-on ces régimes ?



I- On réalise l'étude expérimentale d'un circuit constitué par :

- Un condensateur de capacité $C=0,5\mu\text{F}$ chargé par un générateur de f.e.m E et de résistance négligeable.
- Une bobine d'inductance $L=0,5\text{H}$ et de résistance interne r .
- Un condensateur ohmique de résistance $R_0=100\Omega$. A l'aide d'un système d'acquisition, on réalise les enregistrements représentés sur les **figures 2** et **3** qui correspondent respectivement aux variations de la charge q du condensateur et de l'énergie magnétique E_m emmagasinée dans la bobine en fonction du temps.

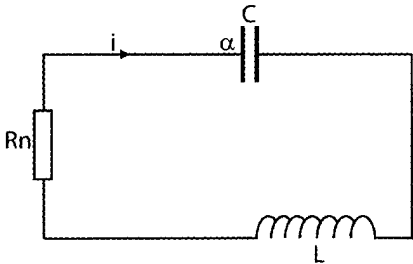


Figure 1

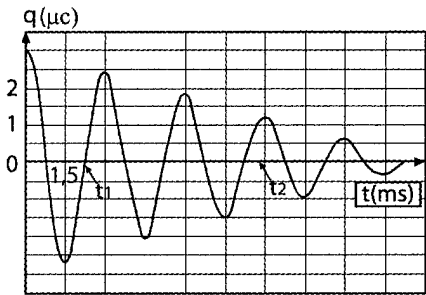


Figure 2

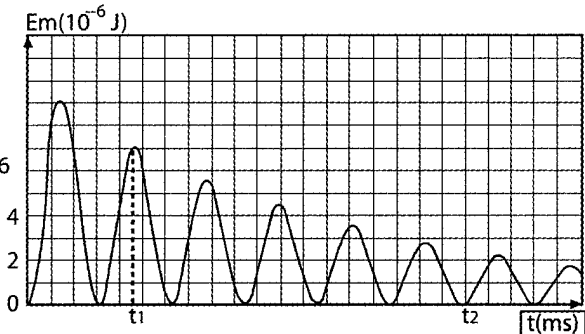


Figure 3

- 1) Déterminer graphiquement la valeur de la pseudo-période T des oscillations et la valeur de la f.e.m E du générateur.
- 2) Montrer que les oscillations sont libres et amorties.
- 3) En utilisant les courbes de la **figure2** et de la **figure3** compléter le tableau suivant tout en expliquant et en calculant les énergies électrique E_e , magnétique E_m et totale E_{em} .

temps		$t_1=2,25\text{ms}$	$t_2=9\text{ms}$
Energie			
E_e		$E_{1e}=$	$E_{2e}=$
E_m		$E_{1m}=$	$E_{2m}=$
E_{em}		$E_1=$	$E_2=$

- 4) A partir du tableau précédent, justifier la conservation ou la non conservation de l'énergie électromagnétique du circuit. Quel phénomène physique explique ces résultats ?

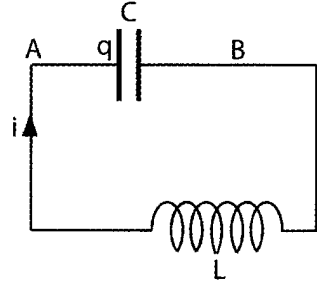
5) On admettra la relation : $\frac{E_2}{E_1} = \exp \left[-\frac{(R_0 + r)}{L} \cdot (t_2 - t_1) \right]$

Déterminer la valeur de la résistance interne r de la bobine.

II- On élimine le conducteur ohmique de résistance R_0 et on remplace la bobine par une autre purement inductive.

1) Soit q la charge de l'armature A du condensateur à un instant t ($t > 0$)

Etablir l'équation différentielle qui régit les variations de la charge q au cours du temps.



2) a- Vérifier que $q(t) = Q_m \sin(\omega_0 t + \phi)$ est une solution de l'équation différentielle.

b- Déterminer la valeur qu'il faut donner à l'inductance L de la bobine pour que la période propre de l'oscillateur soit $T_0 = 4 \cdot 10^{-3} \text{ s}$.

c- Que représentent Q_m et ϕ ?

3) Etablir l'expression de I_m en fonction de ω_0 et Q_m .

4) a- Etablir en fonction du temps les expressions des énergies E_e et E_m respectivement aux bornes du condensateur et aux bornes de la bobine.

b- A l'aide du système d'acquisition on enregistre les énergies E_e et E_m on obtient les courbes suivantes :

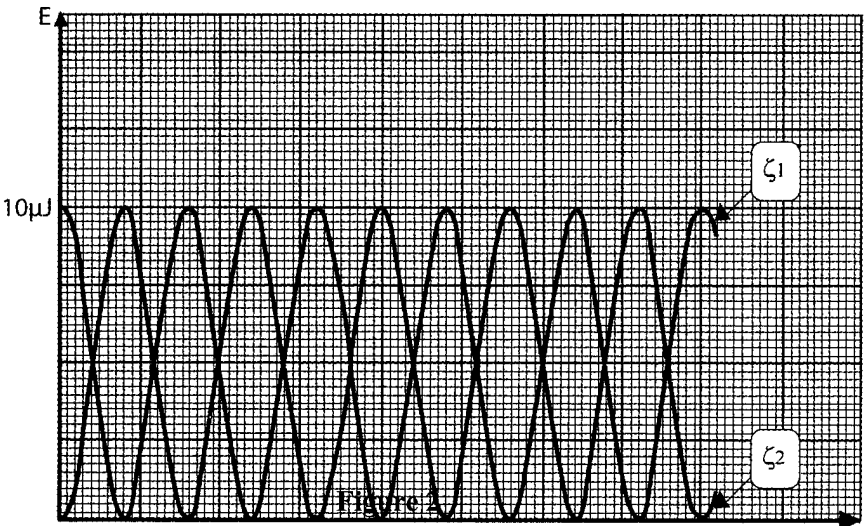


Figure 1

b₁- Attribuer chacune des deux courbes à l'énergie correspondante.

b₂- Exprimer la période des oscillations des énergies en fonction de la période propre de l'oscillation. Calculer sa valeur.

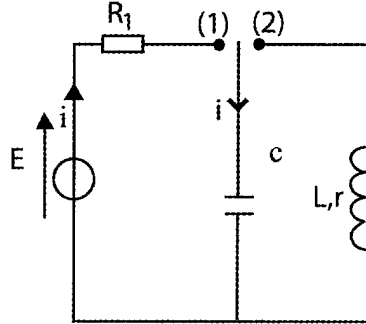
b₃- Déterminer la valeur de la fem E' du générateur, de la charge Q_m et de l'intensité I_m .

b₄- Ecrire les expressions de $q(t)$ et de $i(t)$

b₅- Montrer que $q^2 + \frac{i^2}{\omega_0^2} = Q_m^2$. Donner l'allure de la courbe : $q^2 = f(i^2)$.



On réalise le circuit correspondant au schéma ci-contre. Le condensateur de capacité C est préalablement chargé à l'aide d'un générateur idéal de tension continue (interrupteur en position 1) il se charge ensuite (interrupteur en positions 2) à travers un circuit comportant une bobine d'inductance L et de résistance r . La résistance $R_1 = 200 \Omega$.



PARTIE 1 : Etude de la charge du condensateur

Un dispositif d'acquisition relié à un ordinateur permet de suivre l'évolution au cours du temps de la tension u_c aux bornes du condensateur lors de sa charge (interrupteur en position 1) (voir figure 1).

1) Déterminer la tension délivrée par le générateur.

2) Déterminer, par deux méthodes, la constante de temps τ . En déduire la capacité du condensateur.

3) Sur la courbe, indiquer le régime permanent et le régime transitoire.

4) Représenter l'allure de la courbe $i = f(t)$ en indiquant la valeur de l'intensité à $t = 0$.

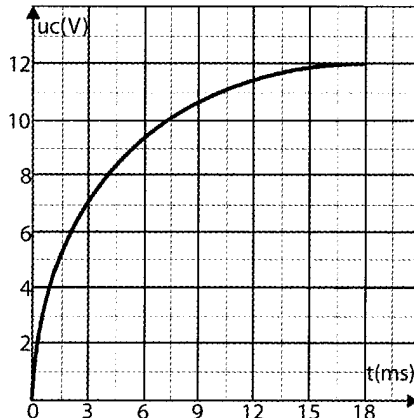


Figure 1

- 5) Etablir l'équation différentielle relative à u_c .
- 6) Vérifier que $u_c = E.(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ est solution de cette équation différentielle.
- 7) A l'aide du logiciel on trace la courbe $\frac{du_c}{dt} = f(u_c)$ (voir figure 2).

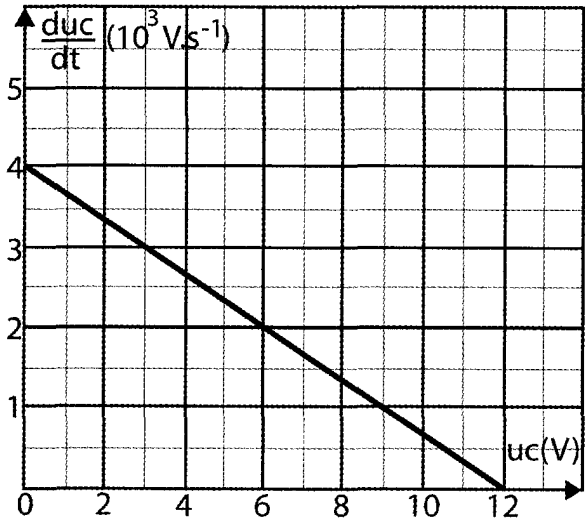


Figure 2

- a- Justifier théoriquement l'allure de la courbe.
- b- Retrouver les valeurs de τ , C et la tension délivrée par le générateur.
- 8) Calculer l'énergie emmagasinée dans le condensateur à $t=16\text{ms}$

PARTIE 2 : Etude de la décharge du condensateur

Le dispositif d'acquisition relié à l'ordinateur permet de suivre l'évolution au cours du temps de la tension u_c aux bornes du condensateur et de l'intensité i du courant pendant la décharge (interrupteur en position 2) (voir figure 3).

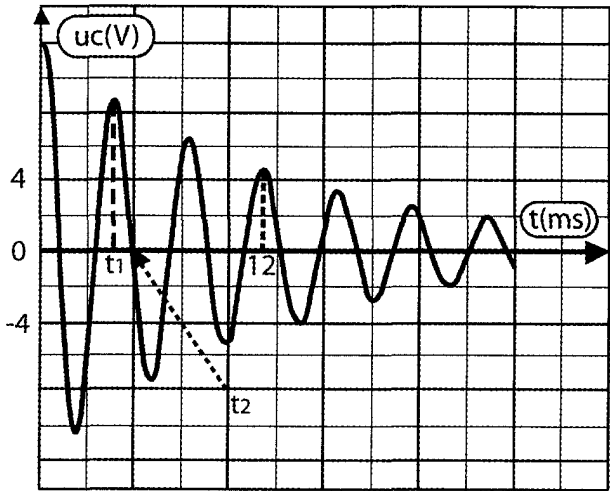


Figure 3

1) Parmi les propositions ci-dessous, choisir celles qui conviennent pour qualifier le régime de l'oscillateur étudié.

Oscillations forcées	Oscillations amorties
Régime apériodique	Régime critique
Oscillations pseudopériodiques	Oscillations non amortie
Oscillations libres	Oscillations périodique

2) Etablir la relation entre l'intensité du courant i et la tension u_c aux bornes du condensateur en respectant les conventions indiquées sur le schéma.

3) Entre les instants t_1 et t_2 , le condensateur se charge-t-il ou se décharge-t-il ? justifier.

4) A partir de la figure 2, trouver la valeur de i et les signes des armatures aux instants t_1 et t_2 , ainsi que le sens réel de circulation du courant entre t_1 et t_2 .

5) Déterminer la valeur de la pseudopériode T des oscillations.

6) L'équation différentielle de l'oscillateur électrique étudié, admettant $u_c(t)$

pour solution, s'écrit : $\frac{d^2 u_c}{dt^2} + A \frac{du_c}{dt} + B u_c = 0$

a- Identifier A et B.

b- Déterminer la résistance r et l'inductance L de la bobine sachant que $A=444$ SI et $B=2,47 \cdot 10^6$ SI.

7) Montrer que l'énergie totale de l'oscillateur diminue. Calculer la diminution de l'énergie entre t_1 et t_2 .

PARTIE 3 : Cas particulier :

On suppose maintenant que la résistance du circuit est nulle. Dans ces conditions, la tension u_c aux bornes du condensateur est de la forme $u_c(t) = U_m \sin(\omega_0 t + \varphi)$; ω_0 est la pulsation propre de l'oscillateur.

1) Déterminer la valeur de ω_0 . En déduire celle de la période propre T_0 .

2) Trouver l'expression de l'intensité maximale I_m du courant qui traverse le circuit en fonction de ω_0 , U_m , C . Calculer sa valeur.

3) Trouver une relation entre i , ω_0 , U_m , C et u_c .

4) Etablir, en fonction de ω_0 , U_m , C , φ et t les expressions de :

a- L'énergie électrique emmagasinée dans le condensateur.

b- L'énergie magnétique emmagasinée dans la bobine.

c- Montrer que, dans ce cas, l'énergie totale est conservée. Calculer sa valeur.

Corrigé

1

- 1) a- Oscillations libres se font sans intervention d'un excitateur.
 b- Oscillations amorties : oscillations au cours desquelles l'amplitude diminue.

2)

- a- Faux, l'énergie diminue par effet joule dans le résistor.
 b- Faux, $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$
 c- Faux, lorsque u_c est extrême $\Rightarrow E_c$ est maximale alors E_m est nulle.
 d- Faux, l'énergie d'un dipôle LC reste constante (non nulle).

2

I-

- 1) Lorsqu'on ferme le commutateur sur la position 1 ; le condensateur se charge.

Des électrons parviennent à l'armature B qui se charge négativement et poussent par influence les électrons de l'armature A qui se charge alors, positivement. La tension u_c croît de 0 jusqu'à atteindre E.

2) $Q = C \cdot u_c = C \cdot E$

AN $q = 10 \cdot 10^{-6} \times 10$

$q = 10^{-4} \text{ C}$

3) $E_c = \frac{1}{2} \cdot C \cdot u_c^2$ AN $E_c = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 10^{-6} \cdot 10^2 = 0,5 \cdot 10^{-3} = \boxed{5 \cdot 10^{-4} \text{ J}}$

II-

- 1) Il s'agit d'un régime pseudopériodique car il y a des oscillations avec diminution de l'amplitude.

- 2) D'après la loi des mailles :

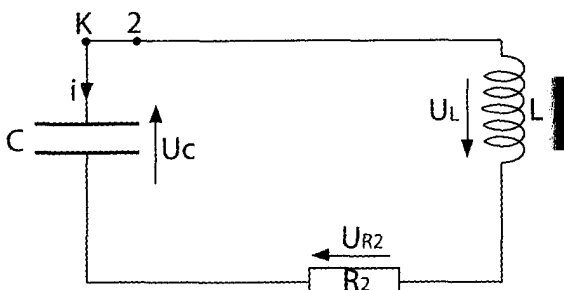
$$u_c + u_L + u_{R_2} = 0$$

$$u_c + R_2 i + L \frac{di}{dt} = 0$$

$$i = \frac{dq}{dt} \text{ et } q = C \cdot u_c \rightarrow i = C \frac{du_c}{dt}$$

$$u_c + R_2 C \frac{du_c}{dt} + LC \frac{d^2 u_c}{dt^2} = 0$$

$$\Rightarrow q + R_2 C \frac{dq}{dt} + LC \frac{d^2 q}{dt^2} = 0$$



3)

$$a- E_{em} = E_e + E_m$$

$$= \frac{1}{2} C u_c^2 + \frac{1}{2} L i^2$$

$$\frac{dE_{em}}{dt} = \frac{1}{2} C \left(2 u_c \frac{du_c}{dt} \right) + \frac{1}{2} L \left(2 i \frac{di}{dt} \right)$$

$$\frac{dE_{em}}{dt} = u_c \cdot i + L i \frac{di}{dt} = i \left(u_c + L \frac{di}{dt} \right)$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{-R_2 i \text{ (d'après l'équation diff)}}$

$$\frac{dE_{em}}{dt} = -R_2 i^2 < 0$$

$\Rightarrow E_{em}$ diminue au cours du temps.

Ceci est due à la résistance du circuit qui dissipe l'énergie par effet Joule.

b- La diminution de l'énergie de l'oscillateur entraîne une diminution de l'amplitude des oscillations.

$$c- A \ t=0 \Rightarrow u_c = u_{c1\max} = 10V \Rightarrow i=0$$

$$E_{em1} = \frac{1}{2} C u_{c1\max}^2$$

$$A \ t=T \Rightarrow u_c = u_{c2\max} = 6V \Rightarrow i=0.$$

$$E_{em2} = \frac{1}{2} C u_{c2\max}^2$$

$$\Delta E_{em} = E_{em2} - E_{em1} = \frac{1}{2} \left[u_{c2\max}^2 - u_{c1\max}^2 \right]$$

$$AN \ \Delta E_{em} = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 10^{-6} (6^2 - 10^2)$$

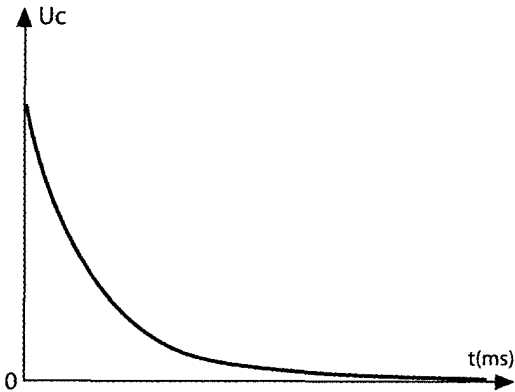
$$\Delta E_{em} = -3,2 \cdot 10^{-4} J$$

d- A l'instant t_1 : $u_c=0 \Rightarrow |i|$ est maximale $= I_{\max}$. donc, toute l'énergie emmagasinée dans le circuit est sous forme magnétique.

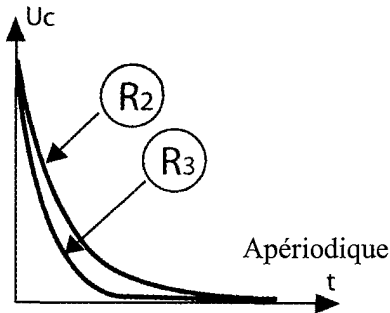
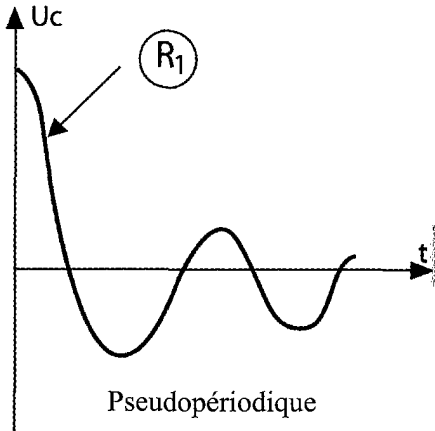
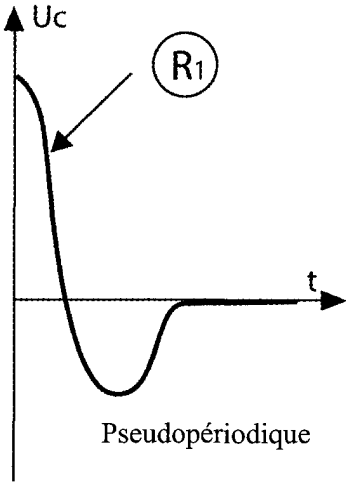
$i = C \cdot \frac{du_c}{dt}$ graphiquement : $i = C \cdot p(T)$ avec $p(T)$: pente de la tangente à la courbe à la date t_1 .

$$E_{em} = \frac{1}{2} L i^2 = \frac{1}{2} L \cdot (C \cdot p(T))^2$$

4)



C'est un régime apériodique.
Rq :



$$R_2 > R_3 > R_1 > R_4$$

(Plus la résistance augmente plus le nombre d'oscillations diminue)

III-

1) a-

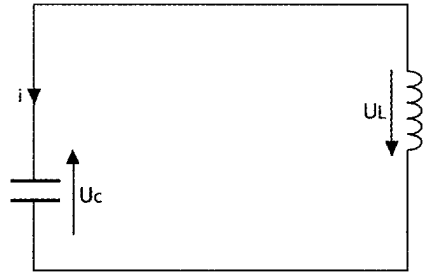
La loi des mailles :

$$u_C + u_L = 0$$

$$u_C + L \frac{di}{dt} = 0$$

$$u_C + LC \frac{d^2 u_C}{dt^2} = 0$$

$$\Rightarrow u_C + LC \frac{d^2 u_C}{dt^2} = 0 \Rightarrow q + LC \frac{d^2 q}{dt^2} = 0$$



$$b- u_C(t) = U_{C_{\max}} \sin(\omega_0 t + \varphi)$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} \text{ d'après le graphe.}$$

$$1,5T_0 = 20 \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

$$1,5T_0 = 20 \cdot 10^{-3}$$

$$T_0 = \frac{30 \cdot 10^{-3}}{2,25} = 13,33 \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{13,33 \cdot 10^{-3}} = 150\pi \text{ rad.s}^{-1}$$

$$u_{C_{\max}} = 10 \text{ V.}$$

$$\text{A } t=0 \quad u_C = u_{C_{\max}} \sin \varphi = u_{C_{\max}}$$

$$\sin \varphi = 1 \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2} \text{ rad.}$$

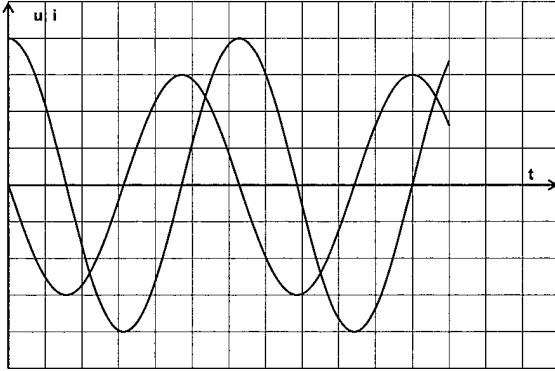
$$\text{d'où } U_C(t) = 10 \sin(150\pi t + \frac{\pi}{2})$$

$$c- c_1. q(t) = C \cdot u_C(t)$$

$$q(t) = 10^{-4} \sin(150\pi t + \frac{\pi}{2})$$

$$c_2. i(t) = \frac{dq}{dt} = 4,7 \cdot 10^{-2} \cos(150\pi t + \frac{\pi}{2}) = i(t)$$

$$i(t) = 4,7 \cdot 10^{-2} \sin(150\pi t + \pi)$$



$$\varphi_i - \varphi_u = \pi - \frac{\pi}{2} = +\frac{\pi}{2} \Rightarrow i(t) \text{ est en quadrature avance de phase par rapport à } u_C(t)$$

$$d- \omega_0^2 = \frac{1}{LC}; T_0 = 2\pi\sqrt{LC} \Leftrightarrow L = \frac{1}{C\omega_0^2}$$

$$AN: L = \frac{1}{10 \cdot 10^{-6} (150\pi)^2} = \boxed{0,454 = L}$$

$$2) a- E_e = \frac{1}{2} C u_C^2$$

$$= \frac{1}{2} C u_{C_{\max}}^2 \sin^2(\omega_0 t + \varphi) \text{ or } \boxed{\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}}$$

$$= \frac{1}{2} C \cdot u_{C_{\max}}^2 \left[1 - \frac{\cos(2\omega_0 t + 2\varphi)}{2} \right]$$

$$\boxed{E_e = \frac{1}{4} C u_{C_{\max}}^2 [1 - \cos(2\omega_0 t + 2\varphi)]}$$

$$E_m = \frac{1}{2} L \cdot i^2; i(t) = \frac{dq}{dt} = C \omega_0 u_{C_{\max}} \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

$$i(t) = I_m \cos(\omega_0 t + \varphi) \text{ avec } \boxed{I_m = C \omega_0 u_{C_{\max}} = \omega_0 Q_{\max}}$$

$$E_m = \frac{1}{2} L I_m^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi)$$

$$\text{or } \cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}$$

$$E_m = \frac{1}{4} L I_m^2 [1 + \cos(2\omega_0 t + 2\varphi)]$$

$$b- E_{em} = \frac{1}{2} C u_c^2 + \frac{1}{2} L i^2$$

$$\frac{dE_{em}}{dt} = \frac{1}{2} C (2u_c \frac{du_c}{dt}) + \frac{1}{2} L (2i \frac{di}{dt})$$

$$= i \left(u_c + L \frac{di}{dt} \right)$$

0 (d'après l'éq. diff)

$$\frac{dE_{em}}{dt} = 0 \Rightarrow E_{em} = \text{cte} \Rightarrow L' \text{ énergie se conserve.}$$

$$E_{em} = \frac{1}{2} C U_{c_{\max}}^2 = 5.10^{-4} \text{ J}$$

$$3) a- E_c = \frac{1}{2} C u_c^2$$

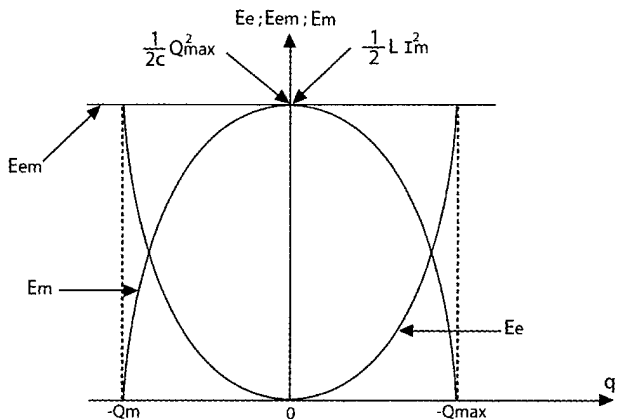
$$= \frac{1}{2} C u_{c_{\max}}^2 \sin^2(\omega_0 t + \varphi)$$

$$\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$$

$$= \frac{1}{2} C u_{c_{\max}}^2 \left[\frac{1 - \cos(2\omega_0 t + 2\varphi)}{2} \right]$$

$$= \frac{1}{4} C u_{c_{\max}}^2 [1 - \cos(2\omega_0 t + 2\varphi)]$$

4) a-

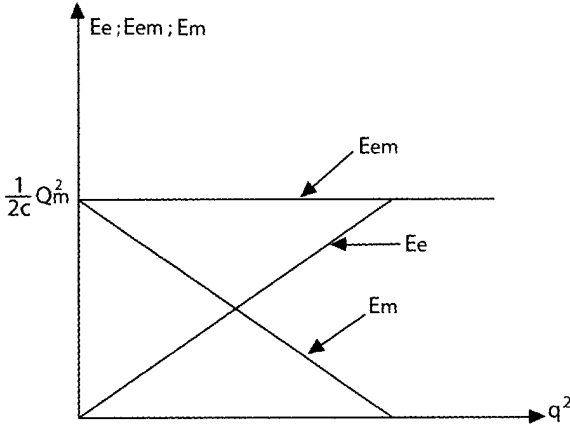


$$E_e = \frac{1}{2C} q^2 \text{ de la forme } a.x^2$$

$$E_m = E_{em} - E_e = E_{em} - \frac{1}{2C} q^2 \text{ de}$$

la forme $a'x^2 + b$.

b-



3

I/ Commutateur à la position ① :

$$Q_{\max} = Q_0 = C U_{C_{\max}} = C \times E$$

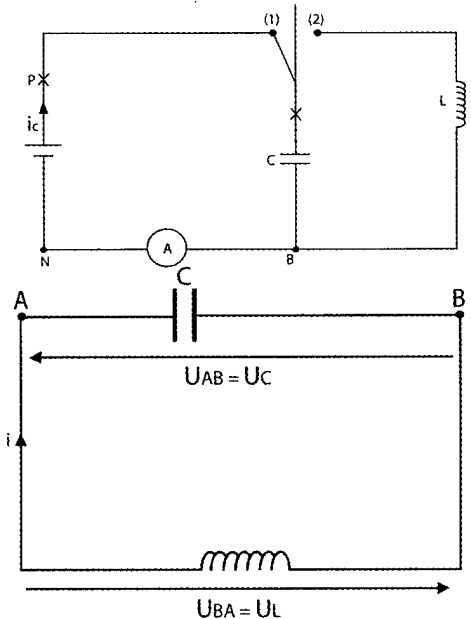
$$E_e = \frac{1}{2} \frac{Q_0^2}{C} = \frac{1}{2} C U_{\max}^2 = \frac{1}{2} C E^2$$

II/ 1) $q = q_A$

La loi des mailles

$$u_{AB} + u_{BA} = 0$$

$$\frac{q_A}{C} - e = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} e = -L \frac{di}{dt} \\ i = \frac{dq}{dt} \\ \frac{di}{dt} = \frac{d^2q}{dt^2} \end{array} \right.$$



$$\frac{q}{C} + \frac{d^2q}{dt^2} L = 0$$

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC} q = 0 \quad \text{de la forme} \quad \frac{d^2q}{dt^2} + \omega_0^2 q = 0$$

$$2) q = Cu$$

$$\frac{d^2}{dt^2} (Cu) + \frac{1}{LC} Cu = 0$$

$$C \left[\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC} u \right] = 0$$

$$C \neq 0$$

$$\Rightarrow \frac{d^2u}{dt^2} + \frac{1}{LC} u = 0 \quad (2)$$

$$3) u = u_m \sin(\omega_0 t + \varphi)$$

$$\frac{du}{dt} = \omega_0 u_m \sin(\omega_0 t + \varphi)$$

$$\frac{d^2u}{dt^2} = -\omega_0^2 u_m \sin(\omega_0 t + \varphi) = -\omega_0^2 u$$

$$\textcircled{2} \Rightarrow -\omega_0^2 u + \omega_0^2 u = 0 \qquad \frac{1}{LC} = \omega_0^2$$

$u(t) = U_m \sin(\omega_0 t + \varphi)$ est bien une solution de (2)

$$4) a- E_{em} = E_L + E_e = \frac{1}{2} C u_{\max}^2 = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C}$$

$$i=0 \Rightarrow q=Q_{\max} \quad \text{et} \quad U=U_{\max}$$

$$E_{em} = \frac{1}{2} \frac{Q_m^2}{C} = \frac{1}{2} C u_{\max}^2 = \frac{1}{2} C E^2$$

$$E_{em} = E_L + E_e$$

$$E_L = E_{em} - E_e$$

$$E_L = \frac{1}{2} C E^2 - \frac{1}{2} C u_{AB}^2$$

de la forme: $E_L = -\frac{1}{2} C u_{AB}^2 + \frac{1}{2} C E^2$ donc c'est une droite affine

$$E_L = a u_{AB}^2 + b$$

$$b - a = \text{pente} = -\frac{1}{2}C$$

$$a = \frac{E_2 - E_1}{u_{AB}^2 - u_{AB_1}^2} = \frac{0 - 162 \cdot 10^{-6}}{81 - 0} = -2 \cdot 10^{-6} \text{ J} \cdot \text{V}^{-2}$$

$$C = -2a = -2(-2) \cdot 10^{-6} = 4 \cdot 10^{-6} \text{ F}$$

$$c. U_{AB_{\max}} = E \Rightarrow U_{AB_{\max}}^2 = E^2 = 81 \Rightarrow E = 9 \text{ V} \text{ ou bien}$$

$$b = \frac{1}{2}CE^2 \Rightarrow E = \sqrt{\frac{2b}{C}} = \sqrt{\frac{2 \times 162 \cdot 10^{-6}}{4 \cdot 10^{-6}}} = 9 \text{ V}$$

$$q(t) = Q_{\max} \sin(\omega_0 t + \varphi)$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}} = \sqrt{\frac{1}{0,01 \times 4 \cdot 10^{-6}}} = 5 \cdot 10^3 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$Q_m = Q_m = CE = C(U_C)_{\max} = 4 \cdot 10^{-6} \times 9 = 36 \cdot 10^{-6} \text{ C}$$

$$\text{à } t=0, q_0 = Q_0 = Q_m$$

$$q_0 = Q_m \sin \varphi = Q_m \Rightarrow \sin \varphi = 1 \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$$

$$q(t) = 36 \cdot 10^{-6} \sin(5 \cdot 10^3 t + \frac{\pi}{2})$$

$$*u = U_{\max} \sin(\omega_0 t + \varphi_C)$$

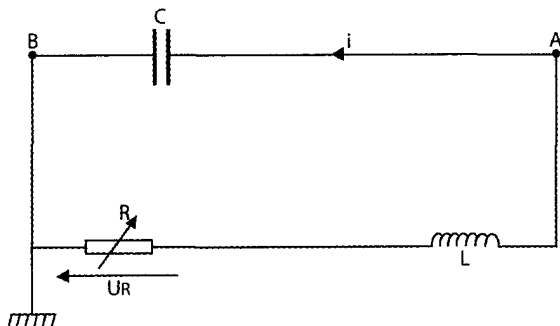
$$\varphi_{U_C} = \varphi_q$$

$q(t)$ et $u_C(t)$ sont en phase.

$$U_{C_{\max}} = \frac{Q_0}{C} = E = 9 \text{ V}$$

$$u_C(t) = 9 \sin(5 \cdot 10^3 t + \frac{\pi}{2})$$

III-



$$1) u_C + u_L + u_R = 0$$

$$\frac{q}{C} + L \frac{di}{dt} + Ri = 0$$

$$L \frac{d^2q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0$$

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = 0$$

2) a) le régime est pseudo-périodique

La pseudo-période $T = 13 \cdot 10^{-4} \text{ s}$

$$b) T_0 = 2\pi\sqrt{LC} = 2\pi\sqrt{10^{-2} \times 4 \cdot 10^{-6}} = 4\pi \cdot 10^{-4} \text{ s} = 12,56 \cdot 10^{-4} \text{ s}$$

Test légèrement supérieur à T_0

$$3) E_{em} = \frac{1}{2} Li^2 + \frac{q^2}{C}$$

$$\begin{aligned} \frac{dE_{em}}{dt} &= Li i' + \frac{qq'}{C} \\ &= i \left[L \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q}{C} \right] \end{aligned}$$

$$\text{D'après l'équation différentielle } L \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q}{C} = -Ri \text{ d'où } \frac{dE_{em}}{dt} = -Ri^2$$

$$\frac{dE_{em}}{dt} < 0 \Rightarrow \text{diminution de } E_{em} \Rightarrow (\text{énergie thermique dissipée par effet Joule.})$$

$$\begin{aligned} 4) E_{em} &= \frac{1}{2} Li^2 + \frac{1}{2} Cu_{AB}^2 \\ &= \frac{1}{2} Li_{\max}^2 = \frac{1}{2} Cu_{AB\max}^2 = \frac{1}{2} \frac{Q_{\max}^2}{C} \end{aligned}$$

$$\text{à } t=0, E_0 = \frac{1}{2} CU_{AB\max}^2 = \frac{1}{2} CE^2 = \frac{1}{2} 4 \cdot 10^{-6} \times 81 = 162 \cdot 10^{-6} \text{ J}$$

$$\text{à } t=T, E_1 = \frac{1}{2} CU_{AB\max}^2 = \frac{1}{2} 4 \cdot 10^{-6} (4,7)^2 = 44,18 \cdot 10^{-6} \text{ J}$$

$$\Delta E = E_1 - E_0 = (44,18 - 162) \cdot 10^{-6} \text{ J} = -117,82 \cdot 10^{-6} \text{ J}$$

$$5) \frac{d^2q}{dt^2} + 1000 \frac{dq}{dt} + 25 \cdot 10^6 q = 0$$

$$\frac{R}{L} = 1000 \Rightarrow R = 1000L = 1000 \times 0,01 = 10\Omega$$

- 6) a- *Plus R est grande plus le nombre d'oscillations est petit $\Rightarrow R_2 > R_3 > R_1$
 b- courbes 3 et 5 régimes pseudopériodiques
 courbe 4 : régime apériodique.



I/ 1) $T = 3\text{ms} = 3 \cdot 10^{-3} \text{ s}$ (courbe q)

$$Q_{\max} = CU_{C_{\max}} = CE$$

$$E = \frac{Q_{\max}}{C} = \frac{3 \cdot 10^{-6}}{0,5 \cdot 10^{-6}} = 6\text{V}$$

2) Les oscillations sont libres car le circuit n'est pas soumis à un excitateur. Elles sont dites amorties car il y'a diminution de l'amplitude au cours des oscillations.

$$3) E_e = \frac{1}{2} CU_c^2 = \frac{1}{2C} q^2$$

$$E_m = \frac{1}{2} Li^2 ;$$

$$E_{em} = E_e + E_m$$

à $t_1 = 2,25\text{ms}$	à $t_2 = 9\text{ms}$
$E_{1e} = 0$	$E_{2e} = \frac{1}{2 \times 0,5 \cdot 10^{-6}} (1,2 \cdot 10^{-6})^2 = 1,44 \cdot 10^{-6} \text{ J}$
$E_{1m} = 7 \cdot 10^{-6} \text{ J}$	$E_{2m} = 0$
$E_{1em} = 7 \cdot 10^{-6} \text{ J}$	$E_{2em} = 1,44 \cdot 10^{-6} \text{ J}$

4) $E_2 > E_1 \Rightarrow$ l'énergie électromagnétique diminue ; ceci est dû à la résistance du circuit qui dissipe l'énergie par effet Joule.

$$5) \frac{E_2}{E_1} = e^{-\left(\frac{R_0 + r}{L}\right)(t_2 - t_1)}$$

$$\text{Ln} \left(\frac{E_2}{E_1} \right) = - \left(\frac{R_0 + r}{L} \right) (t_2 - t_1)$$

$$\frac{-L}{t_2 - t_1} \times \text{Ln} \left(\frac{E_2}{E_1} \right) = R_0 + r$$

$$r = -R_0 - \frac{L}{t_2 - t_1} \cdot \text{Ln} \left(\frac{E_2}{E_1} \right)$$

$$\text{AN} \quad r = -100 - \frac{0,5}{(9 \cdot 10^{-3} - 2,25 \cdot 10^{-3})} \text{Ln} \left(\frac{1,44 \cdot 10^{-6}}{7 \cdot 10^{-6}} \right)$$

$$r = 17 \Omega$$

II-

1) Loi des mailles :

$$u_C + u_L = 0$$

$$\frac{q}{C} + L \frac{di}{dt} = 0 \quad \text{or} \quad i = \frac{dq}{dt}$$

$$\frac{q}{C} + L \frac{d^2 q}{dt^2} = 0$$

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{1}{LC} q = 0$$

$$\text{Posons } \omega_0^2 = \frac{1}{LC}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{d^2 q}{dt^2} + \omega_0^2 q = 0}$$

$$2) \text{ a- } q(t) = Q_m \sin(\omega_0 t + \varphi)$$

$$\frac{dq}{dt} = \omega_0 Q_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

$$\frac{d^2 q}{dt^2} = -\omega_0^2 Q_m \sin(\omega_0 t + \varphi)$$

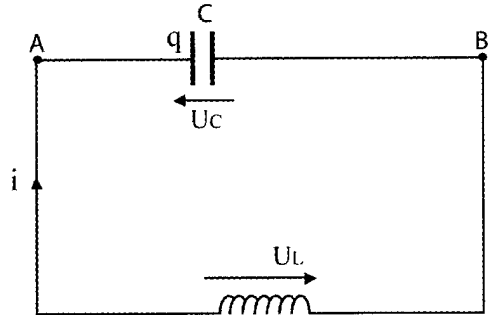
$$\frac{d^2 q}{dt^2} = -\omega_0^2 q \Rightarrow \boxed{\frac{d^2 q}{dt^2} + \omega_0^2 q = 0}$$

$$\text{b- } \omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$\Rightarrow \boxed{T_0 = 2\pi\sqrt{LC}}$$

T_0 est appelée : période propre de l'oscillateur (dépend des caractéristiques de l'oscillateur).

$$T_0^2 = 4\pi^2 LC$$



$$\Rightarrow L = \frac{T_0^2}{4\pi^2 LC} \quad \text{AN} \quad L = \frac{(4 \cdot 10^{-3})^2}{40 \times 0,5 \cdot 10^{-6}} = 0,8 \text{H}$$

c- Q_m : la charge maximale du condensateur.

φ : la phase initiale de la charge q .

$$3) \quad i = \frac{dq}{dt} = \omega_0 Q_m \cos(\omega_0 t + \varphi) \quad (\text{d'après 2)a-})$$

$$i = I_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

$$I_m = \omega_0 Q_m$$

$$4) \quad \text{a-} \quad E_e = \frac{1}{2C} q^2 = \frac{1}{2C} Q_m^2 \sin^2(\omega_0 t + \varphi)$$

$$\text{Or } \sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$$

$$\Rightarrow E_e = \frac{1}{4C} Q_m^2 [1 - \cos(2\omega_0 t + 2\varphi)]$$

$$E_m = \frac{1}{2} L i^2 = \frac{1}{2} L I_m^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi)$$

$$\text{Or } \cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}$$

$$\Rightarrow E_m = \frac{1}{4} L I_m^2 [1 + \cos(2\omega_0 t + 2\varphi)]$$

b- b₁- A $t=0$, le condensateur est complètement chargé, son énergie est alors maximale d'où, ζ_1 représente E_e et ζ_2 représente E_m .

$$b_2 - \omega = 2\omega_0$$

$$\frac{2\pi}{T} = 2 \cdot \frac{2\pi}{T_0}$$

$$T = \frac{T_0}{2}$$

$$\text{AN} \quad T = \frac{4 \cdot 10^{-3}}{2} = 2 \cdot 10^{-3} \text{s}$$

$$b_3 - E_{e_{\max}} = \frac{1}{2} C E^2 = \frac{1}{2C} Q_{\max}^2$$

$$\Rightarrow Q_m = \sqrt{2CE_{e_{\max}}}$$

$$\text{AN } Q_m = \sqrt{(2 \times 0,5 \times 10^{-6} \times 10 \times 10^{-3})} = \boxed{10^{-4} \text{C} = Q_m}$$

$$E' = \frac{Q_{\max}}{C} \quad \text{AN} \quad E' = \frac{10^{-4}}{0,5 \times 10^{-6}} = \boxed{200 \text{V} = E'}$$

$$I_m = \omega_0 Q_m = \frac{2\pi}{T_0} Q_m \quad \text{AN} \quad I_m = \frac{2\pi}{4 \cdot 10^{-3}} \cdot 10^{-4} = \boxed{1,57 \cdot 10^{-1} \text{A}}$$

$$b_4 - q(t) = Q_m \sin(\omega_0 t + \varphi)$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{4 \cdot 10^{-3}} = 500\pi \text{rad.s}^{-1}$$

$$\text{A } t=0 \quad q(0) = Q_m \sin \varphi$$

$$\Rightarrow \sin \varphi = \frac{q_0}{Q_m} = 1$$

$$\Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2} \text{rad}$$

$$\text{D'où } \boxed{q(t) = 10^{-4} \sin(500\pi t + \frac{\pi}{2})}$$

Autrement :

$$E_e = \frac{1}{2C} Q_m^2 [1 - \cos(2\omega_0 t + 2\varphi)]$$

$$\text{A } t=0 \quad E_e = \frac{1}{4C} Q_m^2 [1 - \cos 2\varphi] = \frac{1}{2C} Q_m^2$$

$$1 - \cos 2\varphi = 2 \Leftrightarrow \cos 2\varphi = -1 \Rightarrow 2\varphi = \pi \Rightarrow \boxed{\varphi = \frac{\pi}{2}}$$

$$i(t) = I_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

$$i(t) = 1,57 \cdot 10^{-1} \cos(500\pi t + \frac{\pi}{2})$$

$$b_5 / q^2 = Q_m^2 \sin^2(\omega_0 t + \varphi) \Rightarrow \frac{q^2}{Q_m^2} = \sin^2(\omega_0 t + \varphi) \quad (1)$$

$$i^2 = \omega_0^2 Q_m^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi) \Rightarrow \frac{i^2}{\omega_0^2 Q_m^2} = \cos^2(\omega_0 t + \varphi) \quad (2)$$

$$(1) + (2) \Rightarrow \frac{q^2}{Q_m^2} + \frac{i^2}{\omega_0^2 Q_m^2} = 1$$

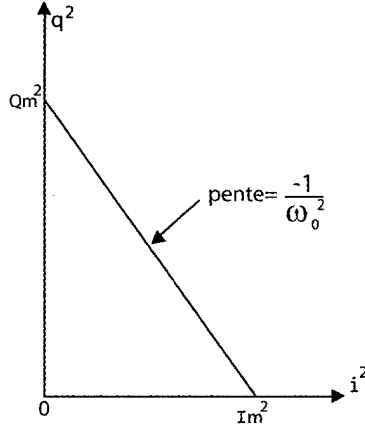
$$q^2 + \frac{i^2}{\omega_0^2} = Q_m^2$$

$$q^2 = Q_m^2 - \frac{1}{\omega_0^2} i^2$$

$$= ax + b$$

$$\text{Avec } \begin{cases} a = \frac{-1}{\omega_0^2} \\ b = Q_m^2 \end{cases}$$

$$\text{A } t=0 \quad Q_m^2 = \text{origine.}$$



PARTIE 1 :

1) lorsque le condensateur est complètement chargé, $U_C = E = 12V$

2) 1^{ère} méthode des 63% :

$$\text{A } t = \tau \rightarrow U_C = 0,63E = 0,63 \times 12 = 7,56V \Rightarrow \tau = 3ms$$

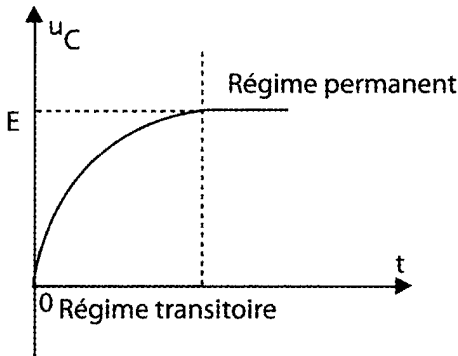
2^{ème} méthode de la tangente à l'origine :

L'intersection de la tangente à l'origine avec l'asymptote à la courbe.

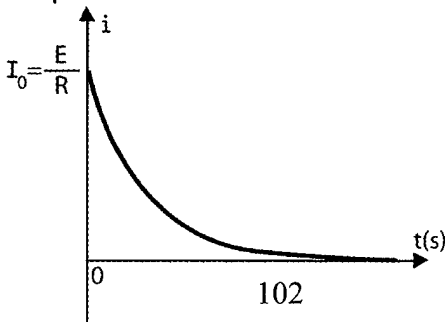
$U_C = E$ se fait à $t = \tau$. Graphiquement $\tau = 3ms$

$$\tau = RC \Rightarrow C = \frac{\tau}{R} = \frac{3 \cdot 10^{-3}}{200} = 15 \cdot 10^{-6} F = 15 \mu F$$

3)



4)



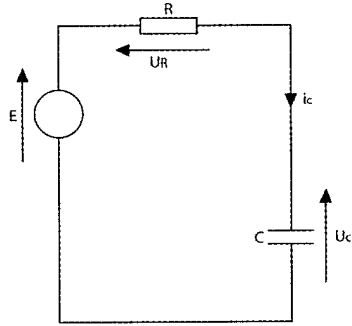
5) Loi des mailles :

$$u_C + u_R - E = 0$$

$$u_C + u_R = E$$

$$u_C + R_1 \frac{dq}{dt} = E$$

$$u_C + R_1 C \frac{du_C}{dt} = E$$



$$6) \frac{du_C}{dt} = \frac{d(E - Ee^{-\frac{t}{\tau}})}{dt} = \frac{1}{\tau} E e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{E}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$E - Ee^{-\frac{t}{\tau}} + RC \cdot \frac{E}{RC} e^{-\frac{t}{\tau}} = E - \cancel{Ee^{-\frac{t}{\tau}}} + \cancel{Ee^{-\frac{t}{\tau}}} = E$$

$$7) \quad a- RC \frac{du_C}{dt} = E - u_C$$

$$\frac{du_C}{dt} = \frac{E}{\tau} - \frac{u_C}{\tau} = a u_C + b$$

donc $\frac{du_C}{dt}$ est une fonction affine décroissante.

$$b- \quad a = -\frac{1}{\tau} \Rightarrow a = \frac{4 \cdot 10^3}{0.12} = \frac{-4}{12} \cdot 10^3 \text{ s}^{-1}$$

$$a = -\frac{1}{\tau} \Rightarrow \tau = -\frac{1}{a} = -\frac{1}{\frac{-4}{12} \cdot 10^3} = \frac{12}{4 \cdot 10^3} \text{ s}^{-1} = 3 \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

$$\tau = RC \Rightarrow C = \frac{\tau}{R} = \frac{3 \cdot 10^{-3}}{200} = 15 \cdot 10^{-6} \text{ F}$$

$$b = \frac{E}{\tau} \Rightarrow E = b \times \tau = 4 \cdot 10^3 \cdot 3 \cdot 10^{-3} = 12 \text{ V}$$

RQ :

$$u_C = E \Rightarrow \frac{du_C}{dt} = \frac{E}{\tau} - \frac{u_C}{\tau} = 0$$

Graphiquement $E = 12 \text{ V}$

$$U_C = 12V$$

$$8) \quad A \quad t=16; \quad E_C = \frac{1}{2} C U_C^2 = \frac{1}{2} C (12)^2 = \frac{1}{2} \times 15 \cdot 10^{-6} \times (12)^2 = 1,08 \cdot 10^{-3} J$$

PARTIE 2 :

1) Oscillations pseudo-périodiques

Oscillations libres

Oscillations amorties

$$2) \quad i = \frac{dq}{dt} = C \frac{du_C}{dt}$$

3) U_C décroît alors le condensateur se décharge.

4)

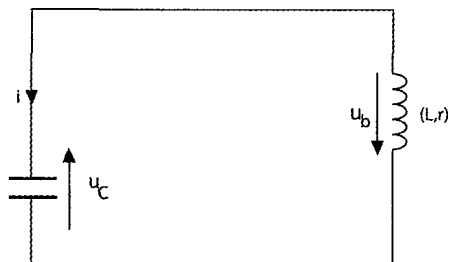
t	q	$i = \frac{dq}{dt} = C \frac{dU_C}{dt} \quad i$
t_1	$U_{C_{\max}} > 0 / q_A > 0 / q_B < 0$	$i = 0$
t_2	$U_C = 0 / q_A = 0 / q_B = 0$	$i = CP(T) = C \times \text{pente de tangente à la courbe.}$ $i = 15 \cdot 10^{-6} (1,14 \cdot 10^4)$ $= -0,17 A$

$$u_C \searrow \text{ donc } \frac{du_C}{dt} < 0 \rightarrow C \frac{du_C}{dt} = i < 0$$

Le courant circule dans le sens inverse du sens indiqué dans le schéma.

$$5) \quad 3T = 12 \cdot 10^{-3} s \Rightarrow T = 4ms$$

6) a-



$$u_C + u_B = 0$$

$$u_C + L \frac{di}{dt} + ri = 0$$

$$u_C + L \frac{d^2 q}{dt^2} + r \frac{dq}{dt} = 0$$

$$u_C + LC \frac{d^2 u_C}{dt^2} + rC \frac{du_C}{dt} = 0$$

$$\frac{1}{C} u_C + L \frac{d^2 u_C}{dt^2} + r \frac{du_C}{dt} = 0$$

$$\frac{1}{CL} u_C + \frac{d^2 u_C}{dt^2} + \frac{1}{L} r \frac{du_C}{dt} = 0$$

$$\frac{d^2 u_C}{dt^2} + \frac{r}{L} \frac{du_C}{dt} + \frac{1}{LC} u_C = 0$$

$$A = \frac{r}{L} \quad B = \frac{1}{LC}$$

$$b- \quad B = \frac{1}{LC} \Leftrightarrow CL = \frac{1}{B} \Rightarrow L = \frac{1}{BC}$$

$$L = \frac{1}{BC} = \frac{1}{2,47 \cdot 10^6 \cdot 15 \cdot 10^{-6}} = \frac{1}{3,6} = 2,7 \cdot 10^{-2} \text{ H}$$

$$A = \frac{r}{L} \Rightarrow r = AL \Rightarrow r = 2,7 \cdot 10^{-2} \times 44,4 = 12 \Omega$$

$$\begin{aligned} 7) \quad \frac{dE_t}{dt} &= \frac{d\left(\frac{1}{2} C u_c^2 + \frac{1}{2} L i^2\right)}{dt} \\ &= \cancel{\frac{1}{2}} C u_c \cdot \frac{du_c}{dt} + \frac{1}{\cancel{2}} L i \cdot \frac{di}{dt} \\ &= C u_c \cdot \frac{du_c}{dt} + L i \cdot \frac{di}{dt} \\ &= i \left[u_c + L \frac{di}{dt} \right] = -r i^2 < 0 \end{aligned}$$

$\Rightarrow$ L'énergie totale diminue au cours de temps.

$$\Delta E_r = E_{T_2} - E_{T_1} \quad \text{à } t = t_2 \Rightarrow U_C = 0$$

$$= \left(\frac{1}{2} C u_C^2 + \frac{1}{2} L i^2 \right)_{t_2} - \left(\frac{1}{2} C u_C^2 + \frac{1}{2} L i^2 \right)_{t_1}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{2} L i^2 - \frac{1}{2} C u_c^2 \\
 &= \frac{1}{2} \times 2,7 \cdot 10^{-2} \times (0,17)^2 - \frac{1}{2} \times 15 \cdot 10^{-6} \times 9^2 \\
 &= 3,9 \cdot 10^{-4} - 6,075 \cdot 10^{-4} = -2,17 \cdot 10^{-4} \text{ J}
 \end{aligned}$$

PARTIE 3 :

$$1) \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}} = 1571 \text{ rad.s}^{-1}$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{L \cdot C} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

$$2) \quad I_m = \omega_0 Q_m = \omega_0 C \cdot U_m$$

$$\text{AN : } I_m = 0,28 \text{ A}$$

$$3) \quad u_c(t) = U_m \sin(\omega_0 t + \varphi)$$

$$\frac{u_c}{U_m} = \sin(\omega_0 t + \varphi) \quad \textcircled{1}$$

$$\frac{i}{C \omega_0 U_m} = \cos(\omega_0 t + \varphi) \quad \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}^2 + \textcircled{2}^2 \quad \text{donnent : } \frac{U_c^2}{U_m^2} + \frac{i^2}{C^2 \omega_0^2 U_m^2} = 1$$

$$u_c^2 + \frac{i^2}{C^2 \omega_0^2} = U_m^2$$

$$4) \text{ a- } E_e = \frac{1}{2} C u_c^2 = \frac{1}{2} C U_m^2 \sin^2(\omega_0 t + \varphi) = \frac{1}{4} C U_m^2 [1 - \cos(2\omega_0 t + 2\varphi)]$$

$$\text{b- } E_m = \frac{1}{2} L i^2 = \frac{1}{2} L C^2 U_m^2 \omega_0^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi)$$

$$E_m = \frac{1}{4} C U_m^2 [1 - \cos(2\omega_0 t + 2\varphi)]$$

$$\text{c- } E_{em} = E_m + E_e = \frac{1}{2} C U_m^2$$

$$\text{Comme } C = C^{\text{te}} \text{ et } U_m = C^{\text{te}} \Rightarrow E = C^{\text{te}}$$

$$E_{em} = \frac{1}{2} 15 \cdot 10^{-6} \times 12^2 = 1,08 \cdot 10^{-3} \text{ J}$$

D'où l'énergie électromagnétique se conserve.

$$E_{em} = \frac{1}{2} 15 \cdot 10^{-6} \times 12^2 = 1,08 \cdot 10^{-3} \text{ J}$$