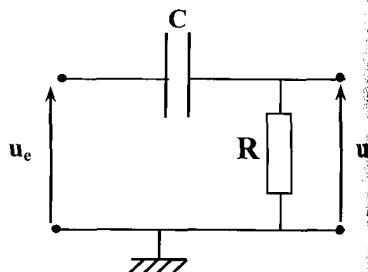


Enoncé

1

On applique à l'entrée d'un filtre, constitué d'un résistor de résistance $R = 300\Omega$ et d'un condensateur de capacité C inconnue, (Voir figure ci-contre), une tension sinusoïdale $u_e(t) = 4\sin(2\pi Nt)$.



1) a- En appliquant la loi des mailles, déterminer l'équation différentielle régissant l'évolution de la tension de sortie $u_s(t)$.

b- En déduire l'expression de la tension de sortie $u_s(t)$.

2) a- En utilisant la construction de Fresnel, déterminer les expressions de la transmittance T et du gain G du filtre.

b- Montrer que :

b₁- Quelque soit la fréquence N de la tension d'entrée $u_e(t)$, la transmittance $T \leq 1$ et $G \leq 0$.

b₂- Aux hautes fréquences (N tend vers l'infini), $T = 1$ et $G = 0$ dB.

b₃- Déduire la nature de ce filtre.

c- Déterminer l'expression du déphasage entre les deux tensions $u_e(t)$ et $u_s(t)$. Laquelle des deux grandeurs est toujours en avance de phase par rapport à l'autre.

3) a- Montrer que l'expression de la fréquence de coupure de ce filtre est

$$N_c = \frac{1}{2\pi RC}.$$

b- Sachant que $N_c = 1180$ Hz. Calculer la valeur de la capacité C du condensateur.

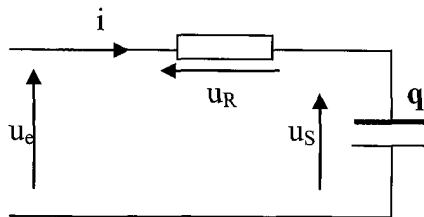
c- En déduire la largeur de la bande passante de ce filtre.

2

On applique à l'entrée d'un filtre, constitué d'un résistor de résistance

$R = 500\Omega$ et d'un condensateur de capacité C inconnue,

(Voir figure ci-contre), une tension sinusoïdale $u_e(t) = U_{em}\sin(2\pi Nt)$.



1) a- En appliquant la loi des mailles, déterminer l'équation différentielle régissant l'évolution de la tension de sortie $u_s(t)$.

b- En déduire l'expression de la tension de sortie $u_S(t)$.

2) a- En utilisant la construction de Fresnel, déterminer les expressions de la transmittance T et du gain G du filtre.

b- Montrer que :

b_1 - Quelque soit la fréquence N de la tension d'entrée $u_e(t)$, la transmittance $T \leq 1$ et $G \leq 0$.

b_2 - Aux basses fréquences (N tend vers 0), $T = 1$ et $G = 0$ dB.

b_3 - Déduire la nature de ce filtre.

c- déterminer l'expression du déphasage entre les deux tensions $u_e(t)$ et $u_S(t)$. Laquelle des deux grandeurs est toujours en avance de phase par rapport à l'autre.

3) a- Montrer que l'expression de la fréquence de coupure de ce filtre est

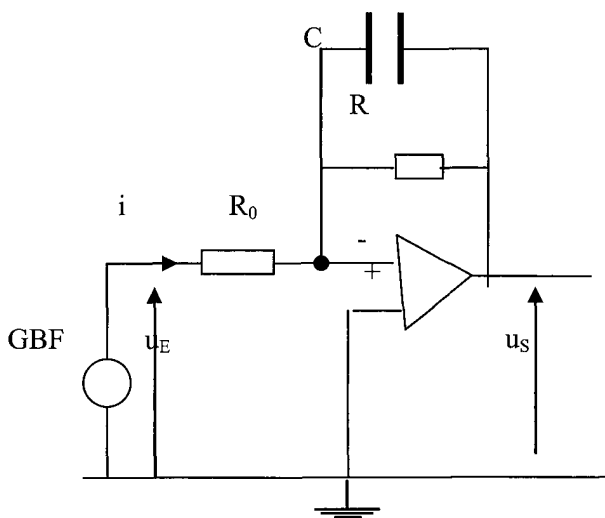
$$N_c = \frac{1}{2\pi RC}.$$

b- Sachant que $N_c = 860$ Hz. Calculer la valeur de la capacité C du condensateur.

c- En déduire la largeur de la bande passante de ce filtre.



On considère le circuit suivant formé par : un résistor de résistance $R = 300 \Omega$; un condensateur de capacité $C = 0,45 \mu F$; Un amplificateur opérationnel supposé idéal et un résistor de résistance $R_0 = 100 \Omega$. (Voir figure ci dessous)



On applique à l'entrée de ce filtre une tension sinusoïdale $u_e(t) = U_{em} \cdot \sin(2\pi Nt)$.

1) L'équation différentielle régissant l'évolution de la tension de sortie $u_S(t)$ est la suivante :

$\frac{R_0}{R} u_s(t) + R_0 C \frac{d}{dt} u_s(t) = -u_e(t)$ qui admet une solution de la forme $u_s(t) = U_{sm} \sin(\omega t + \varphi_s)$

a- Faire la construction de Fresnel correspondante.

b- Déterminer les expressions de la transmittance T et du gain G du filtre.

2) a- Déterminer la valeur maximale T_0 de la transmittance.

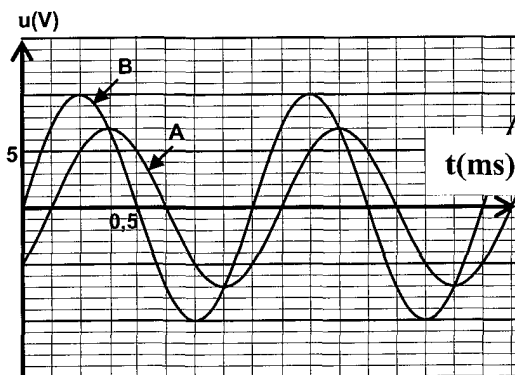
b- Le signal du filtre est-il amplifié ou atténué ? justifier.

3) a- Montrer qu'il s'agit d'un filtre passe bas actif ? Justifier la réponse.

b- En déduire la largeur de sa bande passante.



On considère un filtre passe bas passif formé par un résistor de résistance $R=300\Omega$ et un condensateur de capacité C . On applique à l'entrée de ce filtre un signal $u_e(t)=U_{em}\sin\omega t$, le signal de sortie obtenu est noté $u_s(t)$. Un oscilloscope convenablement branché permet d'obtenir les chronogrammes A et B, correspondant à $u_e(t)$ et $u_s(t)$, de la figure ci-contre :



1- Faire le schéma du montage.

2- Laquelle des deux courbes correspond à $u_e(t)$.

3- Ecrire les expressions de $u_e(t)$ et $u_s(t)$.

4- Calculer la transmittance T du filtre. En déduire le gain de ce filtre.

5- a- Rappeler les expressions de la transmittance et du gain du filtre en fonction de N , R et C .

b- En déduire l'expression de la fréquence de coupure, N_c , de ce filtre.

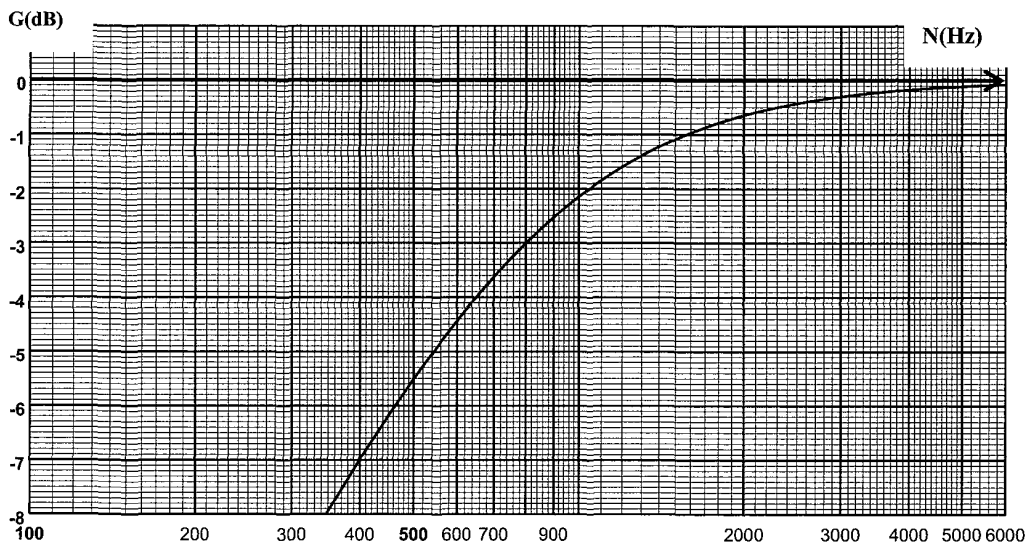
c- Calculer la valeur du gain du filtre pour $N=N_c$.

d- Déterminer alors la valeur de la capacité C du condensateur.

6- pour une fréquence $N = 500$ Hz, dire en le justifiant si le signal est transmis ou non ?

5

La caractéristique $G = f(N)$ d'un filtre, formé à partir d'un résistor et



d'un condensateur, est donnée par la figure ci-dessous.

En examinant la caractéristique déterminer :

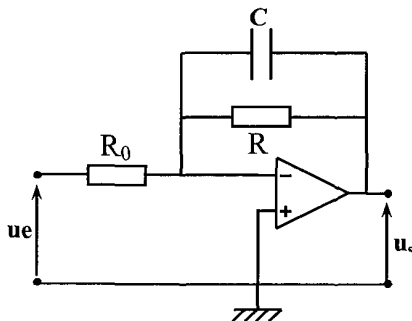
- 1- La nature du filtre. Faire le schéma du montage.
- 2- La fréquence de coupure du filtre
- 3- La valeur de la résistance R du résistor, sachant que la capacité $C = 0,5 \mu\text{F}$.
- 4- Ecrire $u_s(t)$ lorsque le gain du filtre est $G = -20 \text{ dB}$, sachant que la tension d'entrée $u_e(t) = 6 \cdot \sin(\omega t)$

6

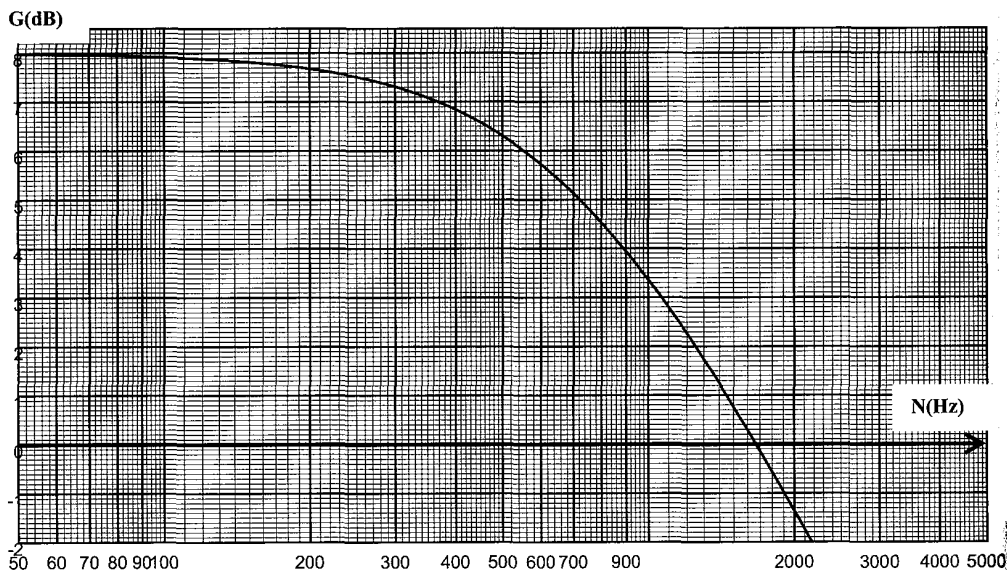
On considère le filtre formé par le montage de la figure ci contre : L'amplificateur opérationnel est supposé idéal.

On applique à son entrée une tension $u_e(t) = U_{em} \sin(\omega t)$, avec $U_{em} = \text{constante} = 2 \text{ V}$. La tension de sortie est $u_s(t) = U_{sm} \sin(\omega t + \varphi_s)$

- 1- En appliquant la loi des mailles, déterminer l'équation différentielle régissant l'évolution de la tension de sortie $u_s(t)$.



- 2- En utilisant la construction de Fresnel, déterminer les expressions de la transmittance T et du gain G du filtre.
- 3- Etudier le comportement de ce filtre pour les faibles et les hautes fréquences. En déduire la nature du filtre.
- 4- La courbe de réponse $G = f(N)$ est donnée ci-dessous :



En examinant la caractéristique déterminer :

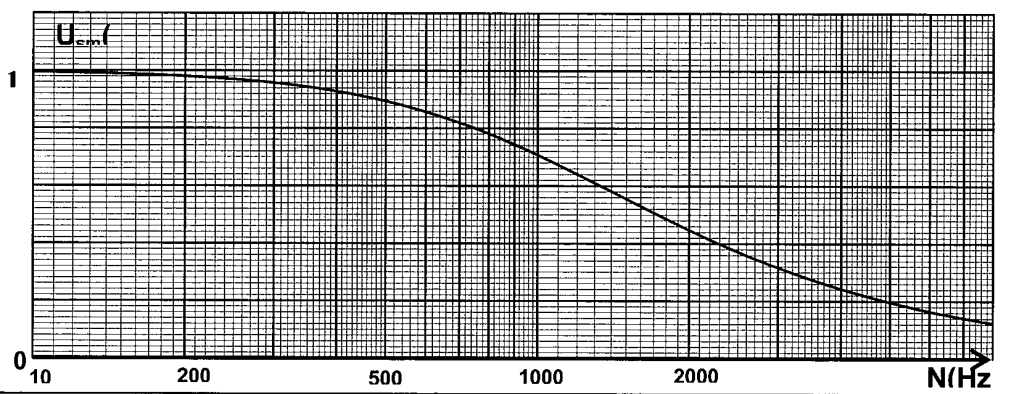
- a- La nature du filtre.
- b- R sachant que $R_0 = 160\Omega$.
- c- La fréquence de coupure du filtre et sa bande passante.
- d- La capacité C du condensateur.



On considère le filtre de la figure ci-contre où R est un résistor de résistance $R = 300\Omega$ et C un condensateur de capacité C . On applique à l'entrée un signal $u(t) = U_{em}\sin(2\pi Nt)$ avec

$U_{em} = 10V$. Le signal de sortie obtenu est noté $u_s(t)$.

On fait varier la fréquence de la tension d'entrée et on mesure la valeur maximale de la tension de sortie. Les résultats ont permis de tracer la courbe suivante :



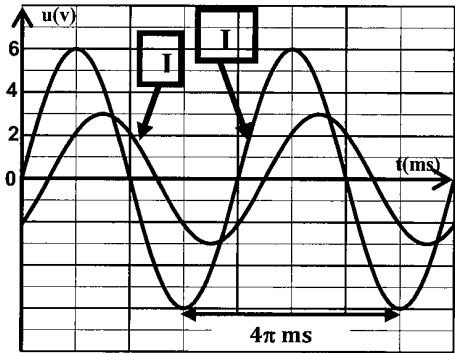
- 1- Préciser, en le justifiant la nature du filtre.
- 2- Déterminer, à partir du graphe :
 - a- La valeur maximale T_0 de la fonction de transfert (transmittance) du filtre.
 - b- La valeur de la fréquence de coupure N_C du filtre.
- 3- On permute le condensateur et le résistor et on applique à l'entrée de ce filtre la tension $u(t) = U_{em}\sin(2\pi Nt)$ avec $U_{em} = 10V$.
 - a- Représenter l'allure approximative de la courbe U_{sm} en fonction de N .
 - b- Tracer, sur le meme graphe l'allure des courbes $G=f(N)$ des deux filtre en précisant la fréquence de coupure de chaque filtre.



Un générateur basse fréquence (GBF), délivrant une tension sinusoïdale $u(t) = U_m\sin(2\pi Nt)$, d'amplitude U_m constante et de fréquence N réglable, alimente un circuit électrique comportant les dipôles suivants, montés en série:

- un condensateur de capacité C .
- une bobine d'inductance $L = 0,4H$ et de résistance r
- Un résistor de résistance $R_0 = 50\Omega$

Partie A : Dans une première expérience on fixe la fréquence du GBF à la valeur N_1 , on observe alors sur l'écran de l'oscilloscope, les chronogrammes de la figure ci contre correspondant aux tensions $u(t)$ et $u_s(t)$.



- 1- Laquelle des courbes représente $u(t)$?
- 2- Déterminer :
 - a- La fréquence N de la tension $u(t)$.
 - b- Les expressions de $u(t)$ et de $u_s(t)$.
 - c- La valeur maximale de l'intensité du courant.
 - d- L'impédance Z du circuit.
 - e- Calculer la transmittance et le gain du filtre
- 3- En déduire les valeurs de la capacité C du condensateur ainsi que la résistance r de la bobine.

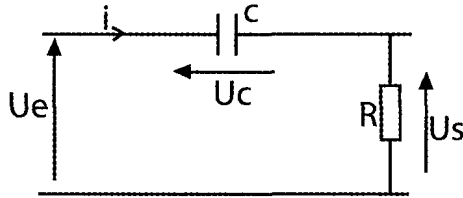
Partie B :

- 1- Etablir l'équation différentielle relative à u_s .
- 2- Faire la construction de Fresnel et en déduire :
 - a- L'expression de la transmittance T
 - b- L'expression du gain du filtre
 - c- Les fréquences de coupure de ce filtre, le facteur de qualité et la bande passante de ce filtre.

Corrigé



1-a



D'après la loi des mailles $-u_e + u_c + u_R = 0$

$$u_c = \frac{q}{C} = \frac{1}{C} \int i dt$$

$$i = \frac{u_R}{R} = \frac{u_s}{R} \rightarrow u_c = \frac{1}{RC} \int u_s dt$$

L'équation ① devient :

$$u_s + \frac{1}{RC} \int u_s dt = u_e : \text{C'est l'équation différentielle relative à } u_s.$$

b- Comme $u_e = U_{em} \sin \omega t$ alors $u_s(t) = U_{sm} \sin(\omega t + \varphi_s)$

2) a- La construction de Fresnel relative à l'équation précédente est

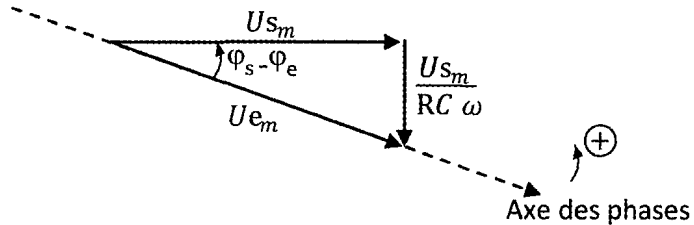
Cherchons u_{sm}

$$u_{sm}^2 + \left(\frac{u_{sm}}{RC\omega} \right)^2 = u_{em}^2$$

$$u_{sm}^2 \left[1 + \left(\frac{1}{RC\omega} \right)^2 \right] = u_{em}^2$$

$$U_{sm} = \frac{U_{em}}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{RC\omega} \right)^2}}$$

$$T = \frac{U_{sm}}{U_{em}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{RC\omega} \right)^2}}$$



$$G = 20 \log T = 20 \log \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{Rc\omega}\right)^2}}$$

$$G = -10 \log \left[1 + \left(\frac{1}{Rc\omega}\right)^2 \right]$$

b

$$b_1 - \quad T = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{Rc\omega}\right)^2}} \quad \text{or} \quad \sqrt{1 + \left(\frac{1}{Rwc}\right)^2} > 1 \quad \forall \omega$$

Par suite $\forall N$ d'où $T \leq 1$

$$G = 20 \log T \leq 0$$

$$b_2 - \quad \text{si } N \rightarrow \infty \text{ alors } \omega \rightarrow \infty \text{ par suite } \sqrt{1 + \left(\frac{1}{Rc\omega}\right)^2} \text{ tend vers } 1$$

d'où T tend vers 1 ($T=1$)

$$G = 20 \log 1 = 0 \text{ dB}$$

$b_3 -$ D'après ce qui précède ce filtre atténue le signal pour les faibles fréquences.

(En effet lorsque N tend vers 0 T tend 0) et transmet le signal pour les hautes fréquences donc il s'agit d'un filtre passe haut.

c- En revenant à la construction de Fresnel on peut écrire

$$\operatorname{tg}(\varphi_s - \varphi_e) = \frac{U_{Sm}}{Rc\omega U_{Sm}} = \frac{1}{Rc\omega}$$

Ainsi :

• Lorsque N tend vers 0 $\Rightarrow \omega$ tend vers 0 alors $\operatorname{tg}(\varphi_s - \varphi_e)$ tend vers

$$\infty \Rightarrow \varphi_s - \varphi_e \rightarrow \frac{\pi}{2}$$

• Lorsque N tend vers $\infty \Rightarrow \omega$ tend vers ∞ alors $\operatorname{tg}(\varphi_s - \varphi_e)$ tend vers

$$0 < \varphi_s - \varphi_e \rightarrow 0$$

En conclusion $\forall \omega \quad 0 < \varphi_s - \varphi_e < \frac{\pi}{2} \Rightarrow u_s(t)$ est toujours en avance de phase par rapport à $u_e(t)$.

3- a- La fréquence de coupure du filtre est obtenue lorsque $G = G_0 - 3dB$ avec $G_0 = 0$

$$\Rightarrow -10 \log \left[1 + \left(\frac{1}{Rc\omega} \right)^2 \right] = -3$$

$$\Leftrightarrow \log \left[1 + \left(\frac{1}{Rc\omega} \right)^2 \right] = 0,3 \Rightarrow 1 + \left(\frac{1}{Rc\omega} \right)^2 = 10^{0,3} = 2 \Rightarrow \left(\frac{1}{Rc\omega} \right)^2 = 1 \Rightarrow \frac{1}{Rc\omega} = 1 \Rightarrow \omega = \frac{1}{Rc}$$

$$\text{Or } \omega = 2\pi N_c \Rightarrow N_c = \frac{1}{2\pi Rc}$$

$$\text{b- } N_e = \frac{1}{2\pi RC} \Rightarrow C = \frac{1}{2\pi RN_c}$$

$$\underline{\text{AN}} \quad C = \frac{1}{2\pi \times 300 \times 1180} = 4,5 \cdot 10^{-7} F$$

c- Ce filtre est passe haut, sa bande passante est telle que $N \in [1180Hz, \infty[$.

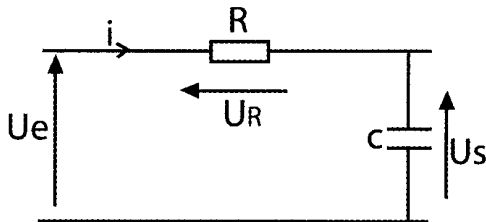


1 -
a- D'après la loi des mailles

$$u_s + u_R - u_e = 0 \quad \textcircled{1}$$

$$\text{Avec } u_s = \frac{q}{c} \Rightarrow q = C.u_s$$

$$u_R = Ri = R \frac{dq}{dt} = RC \frac{du_s}{dt}$$



L'équation $\textcircled{1}$ devient $u_s + RC \frac{du_s}{dt} = u_e$: c'est l'équation différentielle relative à u_s

b- Comme $u_e(t) = U_{em} \sin(2\pi Nt)$ alors $u_s(t) = U_{sm} \sin(2\pi Nt + \varphi_s)$.

2-

a- La construction de Fresnel relative à l'équation différentielle précédente est :

Cherchons U_{sm}

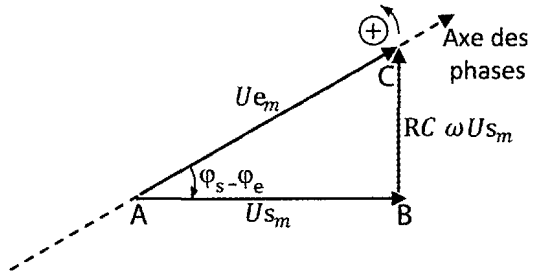
En appliquant Pythagore

Au triangle ABC

$$U_{em}^2 = U_{sm}^2 + (RC\omega U_{sm})^2$$

$$\Rightarrow U_{em}^2 = U_{sm}^2 [1 + (RC\omega)^2]$$

$$\text{D'où } U_{sm} = \frac{U_{em}}{\sqrt{1 + (RC\omega)^2}}$$



La transmittance du filtre est $T = \frac{U_{sm}}{U_{em}} = \frac{1}{\sqrt{1 + (RC\omega)^2}}$, le gain du filtre

$$\text{est } G = 20 \log T = 20 \log \frac{1}{\sqrt{1 + (RC\omega)^2}}.$$

$$G = -20 \log \left(\sqrt{1 + (RC\omega)^2} \right) = -10 \log [1 + (RC\omega)^2]$$

b-

$$\text{b1- } \sqrt{1 + (RC\omega)^2} \geq 1 \quad \forall \omega \Rightarrow T \leq 1 \quad \text{et} \quad G \leq 0$$

$$\text{b2 - Lorsque } \omega \rightarrow 0 \Rightarrow T \rightarrow 1 \quad \text{et} \quad G \rightarrow 0$$

$$\sqrt{1 + (RC\omega)^2} = 1 \Rightarrow T = 1 \quad \text{et} \quad G = 0$$

b3 - Ce filtre laisse passer les fréquences faibles et atténue le signal de haute fréquence (puisque Lorsque $\omega \rightarrow \infty \Rightarrow \sqrt{1 + (RC\omega)^2} \rightarrow \infty$ et $T \rightarrow 0$) d'où il s'agit d'un filtre passe bas passif (il est formé de dipôles passifs).

c-D'après la construction de Fresnel :

$$\text{tg}(\varphi_s - \varphi_e) = -\frac{RC\omega U_{sm}}{U_{sm}} = -RC\omega < 0 \quad \forall \omega$$

$\Rightarrow u_e(t)$ est toujours en avance de phase par rapport à $u_s(t)$

Remarque :

$$\text{Pour } \omega \rightarrow 0 \Rightarrow \text{tg}(\varphi_s - \varphi_e) \rightarrow 0 \Rightarrow \varphi_s - \varphi_e \rightarrow 0$$

$$\text{Pour } \omega \rightarrow \infty \Rightarrow \text{tg}(\varphi_s - \varphi_e) \rightarrow -\infty \Rightarrow \varphi_s - \varphi_e \rightarrow -\frac{\pi}{2}$$

$$\text{D'où } -\frac{\pi}{2} < \varphi_s - \varphi_e < 0$$

3- a. La fréquence de coupure du filtre est obtenue pour $G = G_0 - 3dB$ avec $G_0 = 0$

$$D'où -10 \log [1 + (Rc\omega)^2] = -3 \Rightarrow$$

$$\log [1 + (Rc\omega)^2] = 0,3 \text{ soit } 1 + (Rc\omega)^2 = 2$$

$$\text{Ce qui donne } (Rc\omega)^2 = 1 \text{ d'où } \omega_c = \frac{1}{Rc}$$

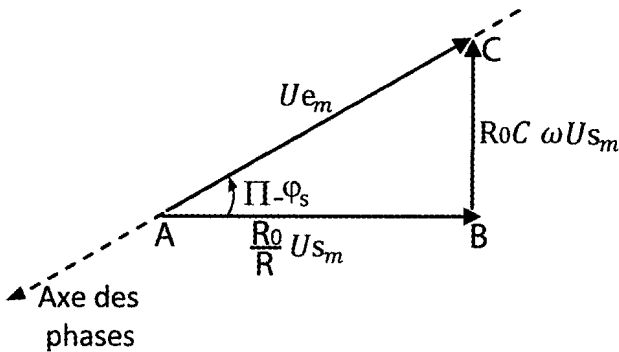
$$\text{Or comme } \omega_c = 2\pi N_c \Rightarrow N_c = \frac{\omega_c}{2\pi} = \frac{1}{2\pi Rc}$$

$$b- N_c = \frac{1}{2\pi Rc} \Rightarrow C = \frac{1}{2\pi R N_c} = 3,7 \cdot 10^{-7} F$$

c- La largeur de la bande passante de ce filtre est $N \in [0, N_c]$ soit $N \in [0, 860 Hz]$



1-
a-



$$b- T = \frac{U_{sm}}{U_{em}}$$

Cherchons U_{sm} ?

$$\text{Dans le triangle } ABC : U_{em}^2 = \left(\frac{R_0}{R} U_{sm} \right)^2 + (R_0 C \omega U_{sm})^2$$

$$\Rightarrow U_{em}^2 = U_{sm}^2 \left[\left(\frac{R_0}{R} \right)^2 + (R_0 C \omega)^2 \right]$$

$$U_{sm} = \frac{U_{em}}{\sqrt{\left(\frac{Ro}{R}\right)^2 + (RoC\omega)^2}} = \frac{\frac{R}{Ro} U_{em}}{\sqrt{1 + (RC\omega)^2}}$$

$$\text{D'où } T = \frac{\frac{R}{Ro}}{\sqrt{1 + (RC\omega)^2}}$$

Le gain du filtre est $G = 20 \log T$

$$G = 20 \log \frac{R}{Ro} - 10 \log [1 + (RC\omega)^2]$$

2- a.

$$T = \frac{\frac{R}{Ro}}{\sqrt{1 + (RC\omega)^2}}$$

$$T_{\max} = T_0 + \frac{R}{Ro} \quad (\text{Obtenue pour } \omega = 0)$$

$$\text{b- } T_0 + \frac{300}{100} = 3 > 1 \Rightarrow \text{le signal est amplifié.}$$

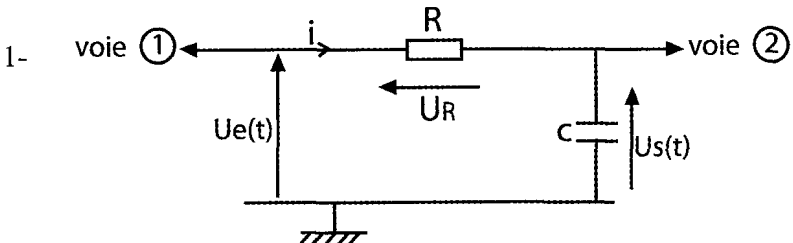
$$3- \text{ Pour } \omega \rightarrow 0 \quad T \rightarrow T_0 = 3$$

$$\text{Pour } \omega \rightarrow \infty \quad T \rightarrow 0$$

Ce filtre laisse passer le signal de faible fréquence et l'atténue pour les hautes fréquences, il s'agit d'un filtre passe bas actif car il comporte un élément actif qui est l'AO.

a. La largeur de la bande passante de ce filtre est $[0, N_c]$ avec

$$N_c = \frac{1}{2\pi RC} = \frac{1}{2\pi \cdot 300 \times 0,45 \cdot 10^{-6}} = 1179 \text{ Hz}$$



2- Pour un filtre passe pas passif $u_e = (t)$ est toujours en avance de phase par rapport à $u_s = (t)$ d'où la courbe B correspond à $u_e = (t)$. La courbe A représente $u_s = (t)$.

3- $u_e(t) = U_{em} \sin(2\pi Nt)$. D'après les chronogrammes $U_{em} = 10V$
et $N = \frac{1}{T} + \frac{1}{10^{-3}} = 10^3 \text{ Hz}$

D'où $u_e = (t) = 10 \sin(210^3 \pi t)$

* $\varphi_e - \varphi_s = \omega \cdot St = \frac{2\pi}{T} + \frac{T}{8} = \frac{\pi}{4} \text{ rad.}$ or $\varphi_e = 0 \Rightarrow \varphi_s = -\frac{\pi}{4} \text{ rad}$

$U_{sm} = 7V$ ce qui permet d'écrire

$$U_s(t) = 7 \sin\left(210^3 \pi t - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$4- T = \frac{U_{sm}}{U_{em}} = \frac{7}{10} = 0,7$$

$$G = 20 \log T = -3 \text{ dB}$$

5- a. La transmittance T d'un filtre passe bas passif est :

$$T = \frac{U_{sm}}{U_{em}} = \frac{1}{\sqrt{1 + (Rc\omega)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + (2\pi RCN)^2}}$$

$$\text{Le gain } G = 20 \log T = -10 \log [1 + (Rc\omega)^2]$$

$$G = -10 \log [1 + (2\pi RCN)^2]$$

La fréquence de coupure de ce filtre est obtenue pour $G = G_0 - 3 \text{ dB}$

$$\text{Or } G_0 = 0 \Rightarrow -10 \log [1 + (2\pi RCN_c)^2] = -3$$

$$\text{D'où } N_c = \frac{1}{2\pi RCN_c}$$

$$\text{c- Pour } N = N_c \Rightarrow G = -3 \text{ dB}$$

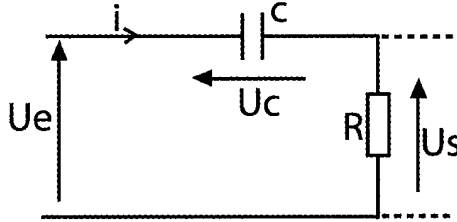
$$\text{d-Pour } G = -3 \text{ dB on a } N = N_c = 10^3 \text{ Hz}$$

$$\Rightarrow N_c = \frac{1}{2\pi RCN_c} = 5,31 \cdot 10^{-7} \text{ F}$$

6-Ce filtre est passe bas passif, il laisse passer le signal pour toute fréquence $N \leq N_c$ or comme $N = 500 \text{ Hz} < N_c = 10^3 \text{ Hz}$ d'où le signal est transmis.

5

1- le gain du filtre augmente avec la fréquence donc il s'agit d'un filtre passe haut le schéma est :



2-La fréquence de coupure du filtre est obtenue lorsque $G = G_0 - 3dB$.

D'après le graphe $G = G_0 - 3dB$.

D'après le graphe $G_0 = 0$ et $N_c \approx 800Hz$

$$3- \Rightarrow N_c = \frac{1}{2\bar{u}RN_c} \Rightarrow R = \frac{1}{2\bar{u}CN_c}$$

$$AN \quad R = \frac{1}{2\bar{u}.0,5.10^{-16} \times 800} \approx 398\Omega$$

4- Pour $G = -2dB$ $N = 1000Hz$

$$G = 20 \log T = 20 \log \frac{U_{sm}}{U_{em}} \Rightarrow$$

$$\log \frac{U_{sm}}{U_{em}} = -0,1 \Rightarrow U_{sm} = 10^{-0,1} \times U_{em} = 4,77V$$

$$tg(\varphi_s - \varphi_e) = \frac{1}{2\bar{u}RN} = 0,8 \Rightarrow \varphi_s - \varphi_e = 0,67rad$$

$$Or \varphi_e = 0 \Rightarrow \varphi_s = 0,67rad$$

$$D'où \quad u_s(t) = 4,77 \sin(2000\pi t + 0,67)$$

6

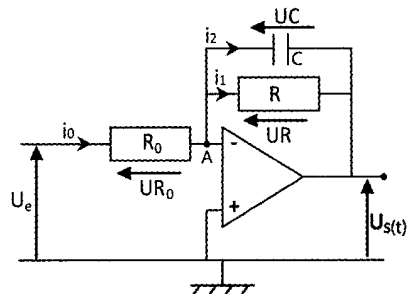
1- l'AO est idéal $\Rightarrow i^- = i^+ = 0$

Et $\varepsilon = 0$

$$Au \text{ nœud } A: i_0 = i_1 + i_2$$

$$Or \quad i_2 = \frac{dq}{dt} = c. \frac{du_e}{dt} \text{ or } u_e = -u_s \text{ d'où } i_2 = -c. \frac{du_s}{dt}$$

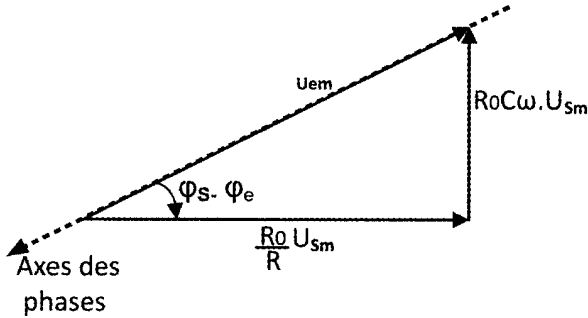
$$i_1 = \frac{u_R}{R} \text{ or } u_R = -u_s \Rightarrow i_1 = -\frac{u_s}{R}$$



$$i_0 = \frac{u_{R_0}}{R_0} \text{ or } u_{R_0} = u_e \Rightarrow i_0 = \frac{u_e}{R_0}$$

D'où $d'u_0 = -C \frac{du_s}{dt} - \frac{u_s}{R} \Rightarrow -u_e = CR_0 \frac{du_s}{dt} + \frac{R_0}{R} u_s$: c'est l'équation différentielle en u_s .

2-



$$U_{Cm}^2 = \left(\frac{R_0}{R} U_{sm} \right)^2 + (R_0 C \omega U_{sm})^2 = U_{sm}^2 \left[\left(\frac{R_0}{R} \right)^2 + (R_0 C \omega)^2 \right]$$

$$\frac{u_{sm}}{u_{em}} = T = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{R_0}{R} \right)^2 + (R_0 C \omega)^2}} = \frac{\frac{R}{R_0}}{\sqrt{1 + (R C \omega)^2}}$$

$$T = \frac{T_0}{\sqrt{1 + (R C \omega)^2}} \text{ avec } T_0 = \frac{R}{R_0}$$

Le gain du filtre $G = 20 \log T$

$$G = 20 \log \frac{T_0}{\sqrt{1 + (R C \omega)^2}} \Rightarrow G = 20 \log T_0 - 10 \log [1 + (R C \omega)^2]$$

$$G = G_0 - 10 \log [1 + (R C \omega)^2] \text{ avec } G_0 = 20 \log T_0$$

Pour les faibles fréquences $R C \omega \rightarrow 0 \Rightarrow T \rightarrow T_0$

Pour les hautes fréquences $R C \omega \rightarrow \infty \Rightarrow T \rightarrow 0$

D'où il s'agit d'un filtre passe bas actif.

4-

a- $G_0 > 0 \Rightarrow$ ce filtre amplifié le signal ceci ne peut être obtenue qu'avec un filtre actif encore G diminue avec la fréquence d'où il s'agit d'un filtre passe bas actif.

b- Comme $G_0 > 0 \Rightarrow T_0 > 1$ d'où $R > R_0$

D'après la courbe $G_0 = 8 = 20 \log T_0$

$$\Rightarrow \log T_0 = 0,4 \Rightarrow T_0 = 10^{0,4} = \frac{R}{R_0} \Rightarrow R = R_0 \cdot 10^{0,4} = 401,9 \Omega$$

e- Pour $G = G_0 - 3 \text{ dB} = 5 \text{ dB}$ on trouve $N_c \simeq 700 \text{ Hz}$.

La bande passante du filtre est $[0, 700 \text{ Hz}]$

d- La fréquence de coupure du filtre est :

$$N_c = \frac{1}{2\bar{u}RC} \Rightarrow C = \frac{1}{2\bar{u}N_c R} = \frac{1}{2\bar{u} \times 700 \times 401,9}$$

$$C = 5,66 \cdot 10^{-7} \text{ F}$$



1- U_{sm} Diminue en fonction de la fréquence, il s'agit d'un filtre passe bas passif (circuit RC).

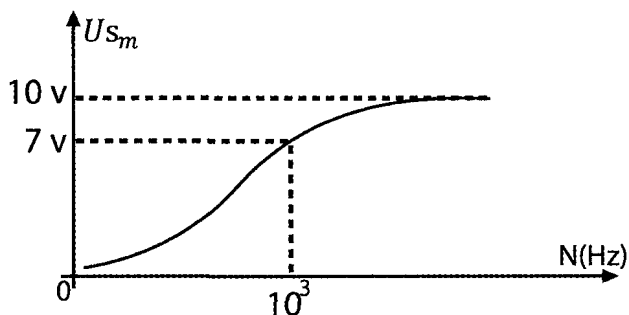
2- a- $T_0 = \frac{U_{sm0}}{U_{em}} = 1$

b- Pour $N = N_e \Rightarrow T = \frac{T_0}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

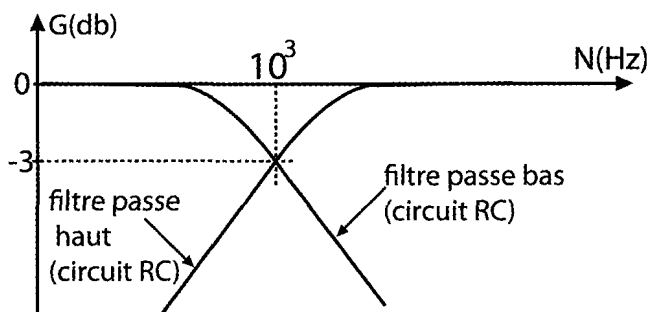
Or $T = \frac{U_{sm}}{U_{em}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow U_{sm} = \frac{U_{em}}{\sqrt{2}} = 7,07 \text{ V}$

D'où pour $U_{sm} = 7,07 \text{ V}$ on a $N_c \simeq 1000 \text{ Hz}$

3- a-



b-

**Partie A :**

1- $u_s = u_R = R_i$

$$U_m = Z I_m$$

$$U_{km} = R I_m$$

Or $Z > R \Rightarrow U_m > U_{km} \Rightarrow$ la courbe II qui a l'amplitude. La plus grande représente $u(t)$ et représente $u_s(t)$.

Remarque : on peut remarquer aussi que $\varphi_e = 0 \Rightarrow$ la courbe qui débute de 0 vers le haut est $u(t)$.

2- a- $N = \frac{1}{T} = \frac{1}{4\pi \cdot 10^{-3}} = 79,57 \text{ Hz}$

b- $u(t) = 6 \sin(500t) ; \quad \omega = 2\pi N = 500 \text{ rad.s}^{-1}$

$$u_s(t) = U_{sm} \sin(\omega t + \varphi_s)$$

$$U_{sm} = 3V ; \quad \varphi_e - \varphi_s = \omega \Delta t = \frac{2\pi}{T} + \frac{T}{8} = \frac{\pi}{4} \text{ rad}$$

Or $\varphi_e = 0 \Rightarrow \varphi_s = -\frac{\pi}{4} \text{ rad}$

D'où $u_s(t) = 3 \sin\left(500t - \frac{\pi}{4}\right)$

c- $I_m = \frac{U_{sm}}{R_0} = \frac{3}{50} = 6 \cdot 10^{-2} \text{ A}$

d- $Z = \frac{U_m}{I_m} = \frac{6}{6 \cdot 10^{-2}} = 100 \Omega$

$$e- \quad T = \frac{U_{sm}}{U_{em}} = \frac{3}{6} = 0,5$$

$$G = 20 \log T = -6 \text{ dB}$$

$$3- \cos \Delta \varphi = \frac{R_0 + r}{Z} \Rightarrow r = Z \cos \Delta \varphi - R_0 = 20 \Omega$$

$$\bullet \quad \tan(\varphi_i - \varphi_e) = \frac{\frac{1}{c\omega} - L\omega}{R_0 + r} \quad \text{Or} \quad \varphi_i = \varphi_s = -\varphi_4 \text{ et } \varphi_e = 0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{c\omega} = (R_0 + r) \tan(\varphi_s) + L\omega$$

$$C = \frac{1}{500 \left[0,4 \times 500 + 70 \tan\left(-\frac{\pi}{4}\right) \right]} = 15,38 \cdot 10^{-6} \text{ F}$$

Partie B :

En appliquant la loi des mailles on peut écrire

$$u - u_b - u_e - u_{R_0} = 0$$

$$ri + L \frac{di}{dt} + \frac{q}{c} + R_0 i = u$$

$$\text{or } q = \int i dt \text{ et } i = \frac{U_{R_0}}{R_0} = \frac{U_s}{R_0}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{R_0 + r}{R_0} \right) u_s + \frac{L}{R_0} \frac{du_s}{dt} + \frac{1}{R_0 C} \int u_s dt = u(t)$$

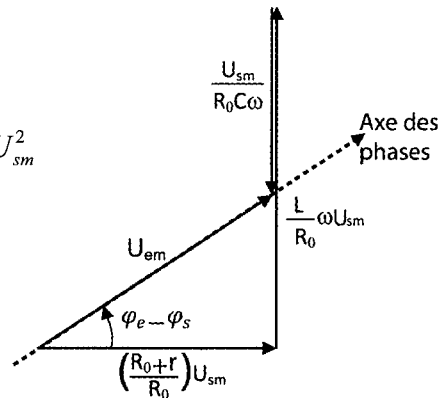
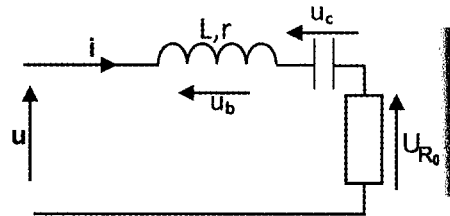
2-a. Pour une fréquence $N > N_0$

(Figure)

$$U_m^2 = \left[\left(\frac{R_0 + r}{R_0} \right) U_{sm} \right]^2 + \left[\frac{L\omega}{R_0} - \frac{1}{R_0 c\omega} \right]^2 U_{sm}^2$$

$$U_m^2 = \left[\left(\frac{R}{R_0} \right)^2 + \left(\frac{L\omega}{R_0} - \frac{1}{R_0 c\omega} \right)^2 \right] U_{sm}^2$$

$$\text{Avec } R = R_0 + r$$



$$\frac{U_{sm}}{U_m} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{R}{R_o}\right)^2 + \left(\frac{L\omega}{R_o} - \frac{1}{R_o c\omega}\right)^2}} = \frac{R_o}{R} \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{L\omega}{R} - \frac{1}{Rc\omega}\right)^2}}$$

Si on passe $Q = \frac{L\omega_0}{R} = \frac{1}{Rc\omega_0}$ et $x = \frac{\omega}{\omega_0} = \frac{N}{N_o}$

$$\omega_o = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \text{et} \quad T_o = \frac{R_o}{R}$$

Alors $T = \frac{T_o}{\sqrt{1 + Q^2 \left(x - \frac{1}{x}\right)^2}}$

b- $G = 20 \log T = 20 \log \frac{T_o}{\sqrt{1 + Q^2 \left(x - \frac{1}{x}\right)^2}}$

c- La bande passante du filtre est telle que $G \geq G_o - 3dB$

Avec $G_o = 20 \log T_o$

D'où $20 \log \frac{T_o}{\sqrt{1 + Q^2 \left(x - \frac{1}{x}\right)^2}} \geq G_o - 3dB$

$$\Leftrightarrow -10 \log \left[1 + Q^2 \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 \right] \geq -3$$

$$\log \left[1 + Q^2 \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 \right] \leq \frac{3}{10} = 0,3$$

$$\Leftrightarrow \left[1 + Q^2 \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 \right] \leq 10^{0,3} = 2$$

$$\Leftrightarrow Q^2 \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 \leq 1 \Leftrightarrow \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 \leq \frac{1}{Q^2}$$

D'or $-\frac{1}{Q} \leq x - \frac{1}{x} \leq \frac{1}{Q}$

• La résolution de l'inéquation

$$x - \frac{1}{x} \geq -\frac{1}{Q} \quad \text{Donne} \quad x^2 + \frac{x}{Q} - 1 \geq 0$$

$$\text{Pour } x^2 + \frac{x}{Q} - 1 = 0 \quad \text{on a} \quad \Delta = \frac{1}{Q^2} + 4 = \frac{4Q^2 + 1}{Q^2}$$

$$x_1 = \frac{-\frac{1}{Q} - \sqrt{\frac{1}{Q^2} + 4}}{2} < 0 \quad \text{à rejeter}$$

$$x'_1 = \frac{-\frac{1}{Q} + \sqrt{\frac{4Q^2 + 1}{Q^2}}}{2} = \frac{-1 + \sqrt{4Q^2 + 1}}{2Q} = \frac{N_b}{N_o}$$

$$\text{D'où } x \geq \frac{1}{2Q} \left[-1 + \sqrt{4Q^2 + 1} \right] = \frac{N_b}{N_o} = x'_1$$

$$\text{Ce qui donne } N_b = N_o x = \frac{N_o}{2Q} \left[-1 + \sqrt{4Q^2 + 1} \right]$$

$$\bullet \text{ L a résolution de l'inéquation } x - \frac{1}{x} \leq \frac{1}{Q}$$

$$\text{Donne } x^2 - \frac{x}{Q} - 1 \leq 0$$

$$\text{Pour } x^2 - \frac{x}{Q} - 1 = 0 \quad \Delta = \frac{1}{Q^2} + 4 = \frac{4Q^2 + 1}{Q^2}$$

$$x'_2 = \frac{+\frac{1}{Q} - \sqrt{\frac{4Q^2 + 1}{Q^2}}}{2} < 0 \quad \text{à rejeter}$$

$$x_2 = \frac{\frac{1}{Q} + \sqrt{\frac{4Q^2 + 1}{Q^2}}}{2} = \frac{1}{2Q} \left[1 + \sqrt{4Q^2 + 1} \right] = \frac{N_h}{N_o}$$

$$\text{Ce qui donne } N_h = \frac{N_o}{2Q} \left[1 + \sqrt{4Q^2 + 1} \right]$$

$$\text{Et } x \leq \frac{1}{2Q} \left[1 + \sqrt{4Q^2 + 1} \right] = x_2$$

$$\text{Comme } x'_1 \leq x \leq x_2 \Leftrightarrow N_b \leq N \leq N_h$$

En conclusion les fréquences de coupures sont :

$$N_b = \frac{N_0}{2Q} \left[-1 + \sqrt{4Q^2 + 1} \right]$$

$$N_h = \frac{N_0}{2Q} \left[+1 + \sqrt{4Q^2 + 1} \right]$$

La bande passante du filtre est $N \in [N_b; N_h]$

$$N_0 = \frac{1}{2\bar{u}\sqrt{LC}} = 64\text{Hz}$$

$$Q = \frac{L\omega_0}{R} = 2,3$$

Ce qui donne $N_b = 51,6\text{Hz}$

$$N_h = 79,4\text{Hz}$$

La largeur de la bande passante est $\Delta N = N_h - N_b = 27,8\text{Hz}$