

Exercice 1 :

On considère dans l'espace ξ muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, les points $A(1, 2, -3)$, $B(0, -2, 1)$ et les vecteurs $\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$.

1. Donner une représentation paramétrique de la droite $D(A, \vec{u})$
2. Donner une représentation paramétrique de la droite $D'(B, \vec{v})$
3. a) $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont-ils colinéaires ?
b) Quelle est la position relative des droites D et D' ?
c) Les vecteurs $\vec{AB}$, $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont-ils coplanaires ?

Exercice 2 :

L'espace ξ est d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. D et D' désignent deux droites définies par :

$$D: \begin{cases} x - z - 1 = 0 \\ 2z - y + 1 = 0 \end{cases} \text{ et } D': \begin{cases} x = 2t - 4 \\ y = t \\ z = 3 \end{cases}; t \in \mathbb{R}$$

1. a) Donner une représentation paramétrique de la droite D
b) Montrer que D et D' ne sont pas coplanaires
2. a) Vérifier que le point $A(4, 7, 3)$ n'appartient pas à D'
b) A appartient-il à D ?
3. a) Choisir un point B de la droite D
b) Donner une représentation cartésienne de la droite (AB)

Exercice 3 :

1. a) Donner une représentation paramétrique d'une droite Δ passant par $A(4, 1, -3)$ et de vecteur directeur $\vec{u} \begin{pmatrix} -2 \\ 6 \\ 5 \end{pmatrix}$
b) Déterminer la représentation cartésienne de Δ
2. Soit $\Delta: \begin{cases} x - y - 2z - 4 = 0 \\ 4x - y + z - 7 = 0 \end{cases}$. Déterminer une représentation paramétrique de Δ
3. Soit la droite $\Delta: \begin{cases} x = 1 + 3a \\ y = -2 - 5a \\ z = -1 + a \end{cases}; a \in \mathbb{R}$. Déterminer une représentation paramétrique de la droite Δ' passant par $A(3, -2, 1)$ et parallèle à Δ
4. Soit $\Delta: \begin{cases} x = -1 + 3a \\ y = 1 - a \\ z = 2 + a \end{cases}; a \in \mathbb{R}$; $\Delta': \begin{cases} x = 1 - 2b \\ y = 2 - b \\ z = 2b \end{cases}; b \in \mathbb{R}$ et $\Delta'': \begin{cases} x = 1 - \ell \\ y = -3 - 3\ell \\ z = \ell \end{cases}; \ell \in \mathbb{R}$
Déterminer $\Delta \cap \Delta'$ et $\Delta \cap \Delta''$

Exercice 4 :

L'espace est muni d'un repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. Soient les points $A(2, 3, 1)$, $B(1, 0, 2)$ et $C(1, 1, 3)$

1. a) Montrer que les points A , B et C déterminent un plan
b) Donner une représentation paramétrique de ce plan
c) Déterminer une équation cartésienne de ce plan
2. Soit P un plan passant par $A'(1, 0, -2)$; $B'(1, -3, 0)$ et parallèle à la droite $D: \begin{cases} x = 1 - \alpha \\ y = 1 + \alpha \\ z = 2 + 2\alpha \end{cases}; \alpha \in \mathbb{R}$
a) Donner une représentation paramétrique du plan P
b) Déterminer une équation cartésienne du plan P

Exercice 5 :

Soit $P: 2x - 3y + 5z - 8 = 0$

1. Montrer que $\vec{u} \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ sont deux vecteurs directeurs de P

2. Déterminer une représentation paramétrique de P

 Exercice 6 :

1. Soient $P: 2x + y - z + 2 = 0$ et $P': 3x + y - 4z - 1 = 0$

- Montrer que P et P' sont sécants
- Déterminer une représentation paramétrique la droite de leur intersection

2. Soient $P: x - y + 2z - 3 = 0$ et $P': \begin{cases} x = 1 + \alpha + 3\beta \\ y = -1 - 2\alpha - 5\beta \\ z = -1 - \beta \end{cases}; (\alpha, \beta) \in \mathbb{R}^2$

- Montrer que P et P' sont sécants
- Déterminer un point et un vecteur directeur de leur droite d'intersection

 Exercice 7 :

Soit la droite $D: \begin{cases} x = 2 - 4t \\ y = -1 + 2t \\ z = 3t \end{cases}; t \in \mathbb{R}$ et le plan $P: 3x + 2y + z + 1 = 0$

- Montrer que D et P sont sécants
- Déterminer les coordonnées de leur point d'intersection
- Montrer que D est strictement parallèle au plan $Q: x + 2y + 1 = 0$

 Exercice 8 :

Soit $R = (O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ un repère orthonormé de l'espace ξ . On donne les points $A(1, -2, 3)$; $B(2, 3, 5)$ et $C(1, 0, 1)$

1. Montrer que A , B et C ne sont pas alignés

2. Soit D et Δ les droites définies par : $D: \begin{cases} x = 1 - \alpha \\ y = -1 + \alpha \\ z = 2 + 3\alpha \end{cases}; \alpha \in \mathbb{R}$ et $\Delta: \begin{cases} x = \beta \\ y = -4\beta \\ z = 2\beta \end{cases}; \beta \in \mathbb{R}$

- Le point C appartient-il à D ?
 - Etudier la position de D et Δ
 - Déterminer un système d'équations cartésiennes de la droite Δ' parallèle à D et passant par C
 - Δ et Δ' sont-elles coplanaires ?
3. Soit P l'ensemble des points $M(x, y, z)$ tels que $2x + y - z + 2 = 0$
- Vérifier que P est un plan
 - Etudier la position relative de Δ et P

 Exercice 9 :

On considère les droites $D: \begin{cases} x = 2 + \alpha \\ y = 1 + 2\alpha \\ z = 1 - \alpha \end{cases}; \alpha \in \mathbb{R}$ et $D': \begin{cases} x = 4 + 3\beta \\ y = 3 + \beta \\ z = 3 + 2\beta \end{cases}; \beta \in \mathbb{R}$

- Montrer que D et D' ne sont pas coplanaires
- Le $A(4; -7; 5)$ appartient-il à D ?
 - Montrer qu'une équation cartésienne du plan P passant par A et contenant la droite D est $y + 2z - 3 = 0$
- Déterminer le réel m pour que le vecteur $\vec{u}_m = \vec{i} + \vec{j} + m\vec{k}$ soit un vecteur du plan P
 - Déterminer la position relative de la droite $\Delta = D(A, \vec{i} + \vec{j} + \vec{k})$ avec le plan P
- Déterminer $D' \cap P$
- Soit les plans $P_1: x - 4y + 7 = 0$ et $P_2: x - 2z + 5 = 0$
 - Vérifier que P_1 et P_2 sont sécants
 - Trouver une représentation paramétrique de leur droite D_1 d'intersection.