

Chapitre XII

Probabilités

■ Vocabulaire :

Soit $\Omega = \{\omega_1, \dots, \omega_n\}$ un univers probabilisable obtenu lors d'une expérience aléatoire.

On appelle	Représente	Notation
Eventualité ou issue	Un élément de Ω	$\omega_i \in \Omega; 1 \leq i \leq n$
Evènement A	Une partie de Ω	$A = \{\omega_1, \dots, \omega_k\} 1 \leq k \leq n; A \subset \Omega$
Evènement élémentaire	Un singleton	$\{\omega_i\}$
A et B	Evènement formée Par les élément qui sont dans A et B.	$A \cap B$
A ou B	Evènement formée Par les élément qui sont dans A ou B	$A \cup B$
A et B Evènements Incompatibles	Evènement ne pouvant être réalisés en même temps	$A \cap B = \emptyset$
Evènement Contraire de A	Evènement formé de tous les éléments de Ω qui ne sont pas dans A	$\bar{A}$

■ Définition :

Soit Ω l'univers, $P(\Omega)$ c'est l'ensemble de tous les parties de Ω .

On appelle probabilité toute application $P : P(\Omega) \rightarrow \mathbb{R}$ vérifiant :

$$\begin{cases} P(\Omega) = 1 \\ \forall A \text{ et } B \text{ de } P(\Omega) \text{ tel que } A \cap B = \emptyset \text{ on a } p(A \cup B) = p(A) + p(B) \end{cases}$$

Evènements	Probabilités
L'univers Ω	$P(\Omega) = \sum_{i=1}^n p(\omega_i) = 1$
$\emptyset$	$P(\emptyset) = 0$
$\bar{A}$	$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$
$A \cup B$ avec $A \cap B = \emptyset$	$P(A \cup B) = P(A) + p(B)$
$A \cup B$ avec $A \cap B \neq \emptyset$	$P(A \cup B) = P(A) + p(B) - p(A \cap B)$

+

■ **Equiprobabilité :**

* On dit qu'on a équiprobabilité si les événements élémentaires ont la même probabilité c'est à dire $p(\omega_1) = p(\omega_2) = \dots = p(\omega_n)$.

$$* p(A) = \frac{\text{card } A}{\text{card } \Omega} = \frac{\text{nombre des cas favorables}}{\text{nombre des cas possibles}}$$

* **Remarque :** $A = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3\}$ alors $p(A) = p(\omega_1) + p(\omega_2) + p(\omega_3) = 3p(\omega_1)$.

■ **Événements indépendants:** On dit que A et B sont deux événements dépendants lorsque $p(A \cap B) = p(A) \cdot p(B)$

Réflexes:

Situations	Réflexes
On lance un dé 2 fois où 2 dés où on tire successivement 2 jetons numérotés Et on s'intéresse au leur somme où au produit	On utilise un tableau à double entrée
Lorsque il y a l'expression "au moins" dans un événement A	Il faut appliquer $p(\bar{A}) = 1 - p(A)$
Dans une question figure le mot "où"	Il faut appliquer $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$
Comment reconnaître une situation d'équiprobabilité ?	Toutes les fois que la situation est équivalente à une des situations de référence suivantes : • effectuer un tirage dans une urne comprenant la même proportion de boules de chaque couleur. • lancer un dé ou une pièce « bien équilibré (e) ». • choisir un élément « au hasard » dans un ensemble.
Comment calculer la probabilité d'un événement A ?	• En effectuant la somme des probabilités des issues qui réalisent A. • Ou dans le cas de la loi équirépartie, en appliquant la forme : $p(A) = \frac{\text{nombre des cas favorables}}{\text{nombre des cas possibles}}$ • Ou en utilisant la formule de $p(A \cup B)$ ou $p(\bar{A})$