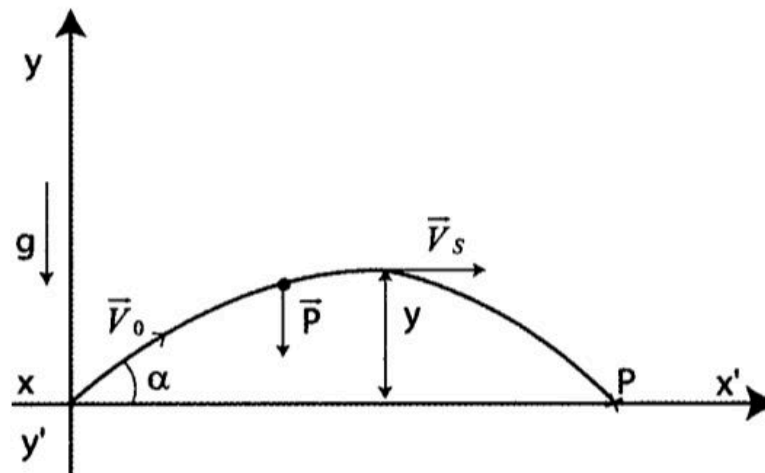


MOUVEMENT DANS UN CHAMP GRAVITATIONNEL : PROJECTILE



Mouvement dans un champ gravitationnel projectile.

En chute libre avec une vitesse initiale $\vec{V}_0$, faisant un angle α avec l'horizontale ; le centre d'inertie G décrit une trajectoire parabolique située dans le plan vertical contenant le vecteur $\vec{V}_0$.

La valeur accélération a pour coordonnées :

$$\vec{a} \begin{pmatrix} a_x = 0 \\ a_y = -\|\vec{g}\| \end{pmatrix}$$

Le vecteur vitesse est $\vec{V} \begin{pmatrix} V_x = \|\vec{V}_0\| \cos \alpha \\ V_y = -\|\vec{g}\| t + \|\vec{V}_0\| \sin \alpha \end{pmatrix}$

Le vecteur position $\vec{OM} \begin{pmatrix} x = \|\vec{V}_0\| \cos \alpha t + x_0 \\ y = -\frac{1}{2} \|\vec{g}\| t^2 + \|\vec{V}_0\| \sin \alpha t + y_0 \end{pmatrix}$

Dans le cas étudié $x_0 = y_0 = 0m$

L'équation de la trajectoire s'écrit :

$$y = -\frac{1}{2} \|\vec{g}\| \frac{x^2}{\|\vec{V}_0\|^2 \cos^2 \alpha} + (tg \alpha)x$$

La flèche représente la hauteur maximale atteinte par le projectile.

Au sommet de la trajectoire $V_{sy} = 0$

$$-\|\vec{g}\| t_s + \|\vec{V}_0\| \sin \alpha = 0 \Rightarrow t_s = \frac{\|\vec{V}_0\| \sin \alpha}{\|\vec{g}\|}$$

$$y_s = -\frac{1}{2} \|\vec{g}\| t_s^2 + \|\vec{V}_0\| (\sin \alpha) t_s$$

$$\Rightarrow \boxed{y_s = \frac{1}{2} \frac{\|\vec{V}_0\|^2 \sin^2(\alpha)}{\|\vec{g}\|}}$$

La portée x_p : représente l'abscisse du point d'impact P sur le sol.

On a $y_p = 0$

$$\rightarrow \boxed{x_p = \frac{\|\vec{V}_0\|^2 \sin(2\alpha)}{\|\vec{g}\|}}$$

Remarque1 :

La dernière relation permet de calculer α pour une valeur donnée de V_0

$$\sin(2\alpha) = \frac{\|\vec{g}\| \cdot x_p}{V_0^2}$$

Cette équation admet deux solutions α_1 et α_2 telles que $2\alpha_2 = \pi - 2\alpha_1$

Remarque2 :

x_p dépend de l'angle de tir pour une valeur donnée de V_0 elle est maximale si

$$\sin(2\alpha) = 1 \rightarrow 2\alpha = \frac{\pi}{2} \rightarrow \alpha = \frac{\pi}{4} \text{ donc pour une valeur donnée de } V_0 ; \text{ la}$$

portée est maximale pour $\alpha = 45^\circ$.