

Exercice 1

Une urne contient deux jetons blancs numérotés 1, 2 et trois jetons noirs numérotés 1, 1 et 2. Tous les jetons sont indiscernables au toucher. On tire simultanément deux jetons de l'urne. Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :

- A : « Obtenir deux jetons de même couleur »
- B : « Obtenir deux jetons portant le même numéro »
- C : « Avoir deux jetons de même couleur **et** portant le même numéro »
- D : « Avoir deux jetons de même couleur **ou** portant le même numéro »

Exercice 2

Une urne contient trois boules rouges et deux boules vertes.

- 1) On tire simultanément trois boules de l'urne. Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :

- A : « Obtenir une seule boule rouge »
- B : « Obtenir trois boules de même couleur »
- C : « Obtenir au moins une boule verte »

- 2) Une épreuve consiste à faire des tirages successifs sans remise d'une boule. On s'arrête dès qu'on obtient une boule rouge.

Montrer que la probabilité de l'évènement D : « L'épreuve s'arrête au deuxième tirage » est égale à $\frac{2}{5}$

Exercice 3

Une urne contient deux boules blanches portant respectivement les numéros 1 et 3 et quatre boules noires portant respectivement les numéros 2, 3, 4 et 5

- 1) On tire simultanément et au hasard deux boules de l'urne. Déterminer la probabilité de chacun des événements suivants :

- A : « Les deux boules tirées sont de même couleur »
- B : « Les deux boules tirées portent des numéros impairs »
- C : « Les deux boules tirées sont de même couleur et portent des numéros impairs »
- D : « Les deux boules tirées sont de même couleur ou portent des numéros impairs »

- 2) On tire successivement et avec remise deux boules de l'urne. Déterminer la probabilité de chacun des événements suivants :

- E : « Les deux boules tirées sont de parité différentes »
- F : « Obtenir au moins une boule noire »

Exercice 4

Un sac contient sept jetons indiscernables au toucher dont trois sont rouges numérotés $-1, -1, 1$ et quatre noirs numérotés $2, -1, 1$ et 1

- 1) On tire simultanément et au hasard deux jetons du sac. Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :

- A : « avoir deux jetons de même couleur »
- B : « avoir deux jetons portant le même numéro »
- C : « avoir deux jetons portant des numéros positifs »
- D : « avoir deux jetons de même couleur et portent des numéros positifs »

- 2) On tire au hasard, successivement et avec remise 3 jetons de l'urne. Calculer la probabilité de chacune des événements suivants :

- E : « Tirer trois jetons portant le même numéro »
- F : « Tirer trois jetons portant des chiffres deux à deux distincts »
- G : « Obtenir un jeton portant un numéro négatif pour la première fois au deuxième tirage »

Exercice 5

Une urne contient cinq boules rouges numérotées 1, 1, 0, 0, 0 et quatre boules vertes numérotées 1, 1, 1, 1. Les boules sont indiscernables au toucher.

On tire successivement et sans remise trois boules de l'urne.

- 1) Déterminer le nombre des tirages possibles.
- 2) Calculer la probabilité des événements suivants :

- A : « Obtenir trois boules rouges »
- B : « Obtenir trois boules portant le même numéro »

- 3) Calculer $p(A \cap B)$ et $p(A \cup B)$

- 4) Calculer la probabilité de l'évènement C : « Obtenir au moins une boule rouge »

Exercice 6

Un sac contient trois jetons blancs numérotés 1,1,1; quatre jetons rouges numérotés -1, -1, 1, 1 et cinq jetons noirs numérotés -1, -1, -1, 1, 1. Tous les jetons sont indiscernables au toucher.

- 1) On tire simultanément trois jetons du sac.
 - a) Combien y a-t-il de tirage possible ?
 - b) Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :
 - A : « Obtenir trois jetons de même couleur »
 - B : « Obtenir trois jetons qui portent le même numéro »
 - C : « Obtenir exactement deux jetons de même couleur »
 - D : « Obtenir exactement un jeton noir qui porte le numéro -1 »
 - c) Définir les événements : $A \cap B$ et $A \cup B$ et calculer leurs probabilités.
- 2) Un jeu consiste à tirer simultanément trois jetons du sac, le score S sera la somme des numéros obtenus.
 - a) Déterminer l'ensemble E des valeurs k prise par S.
 - b) Calculer la probabilité de chacun des événements $\{S = k\}$

Exercice 7

Un sac contient quatre jetons blancs numérotés 0, 0, 0, 0 et cinq jetons noirs numérotés 1, 1, 1, 1, 0. Les jetons sont indiscernables au toucher. On tire successivement et avec remise trois boules de l'urne. On appelle Ω l'univers des possibles.

- 1) Calculer $\text{card } \Omega$
- 2) Calculer la probabilité des événements suivants :
 - A : « Obtenir trois jetons noirs »
 - B : « Obtenir exactement deux jetons qui portent le numéro 1 »
- 3) Définir l'événement $\bar{A}$ et calculer sa probabilité.
- 4) Calculer $p(A \cap B)$ et $p(A \cup B)$

Exercice 8

Deux lignes téléphoniques A et B arrivent à un standard.

On note E_1 : « La ligne A est occupée » et E_2 : « La ligne B est occupée ».

Une étude statistique a montré les probabilités suivantes : $p(E_1) = 0.5$, $p(E_2) = 0.6$ et $p(E_1 \cap E_2) = 0.3$

Calculer les probabilités des événements suivants :

- F : « La ligne A est libre »
- G : « Une ligne au moins est occupée »
- H : « Une ligne au moins est libre »

Exercice 9

Dans une population, une étude a prouvé qu'un individu possède un caractère génétique g_1 avec la probabilité 0,8 et un caractère génétique g_2 avec la probabilité 0,6. La probabilité qu'il possède les deux caractères est 0,45. Calculer la probabilité qu'un individu choisi au hasard possède l'un ou l'autre de ces caractères.

Exercice 10

Un sondage réalisé un lundi après-midi à la sortie d'un supermarché auprès de 350 femmes, a donné les résultats suivants :

- 86% d'entre elles sont des femmes au foyer, les autres sont salariées
- Parmi les femmes salariées, les $\frac{4}{7}$ ont dépensé plus de 100 DT
- 14 femmes au foyer ont dépensé plus de 100 DT

- 1) Recopier et compléter le tableau suivant :

	Au foyer	Salariée	total
Moins de 100 DT			
Plus de 100 DT			
Total			

- 2) On choisit au hasard une de ces personnes interrogées. On considère les événements suivants :
 - A : « Elle est salariée »
 - B : « Elle a dépensé moins de 100 DT »
 - C : « Elle est salariée et a dépensé moins de 100 DT »
 - a) Calculer la probabilité des événements A, B et C
 - b) Traduire par une phrase l'événement $A \cup B$ puis calculer sa probabilité

Exercice 11

Un sondage a été réalisé parmi la population des 300 élèves d'un lycée, deux questions ont été posées :

« Etes-vous fumeur ? »

« Pratiquez-vous un sport ? »

Les renseignements obtenus ont permis d'établir que :

- 80 élèves ne sont ni fumeurs, ni sportifs
- La moitié des élèves sont des fumeurs
- 20% des élèves fumeurs déclarent pratiquer un sport

1) Reproduire et compléter le tableau suivant :

	Nombre de sportifs	Nombre de non-sportifs	Total
Nombre de fumeurs			
Nombre de non-fumeurs			
Total			

2) Un élève de ce lycée est choisi au hasard. Quel est la probabilité des événements suivants :

A : « Il ne fume pas »

B : « Il est sportif non-fumeur »

C : « Il ne fait pas partie des non-sportifs et non-fumeurs »

3) On choisit un élève non-sportif. Quelle est la probabilité qu'il soit fumeur ?

Exercice 12

Pour certaines matières, il suffit que les élèves aient un livre pour deux. Sarra et Amel décident de s'associer, et c'est Amel qui doit toujours apporter le livre de mathématiques. Mais la probabilité qu'Amel soit absente est de 0,1. De plus, elle est étourdie et lorsqu'elle est présente, la probabilité qu'elle oublie le livre est de 0,4.

- a) Représenter cette situation par un arbre de probabilité
- b) Quelle est la probabilité qu'Amel soit présente et que Sarra puisse profiter du livre d'Amel ?
- c) Quelle est la probabilité que Sarra ne puisse pas profiter du livre d'Amel ?

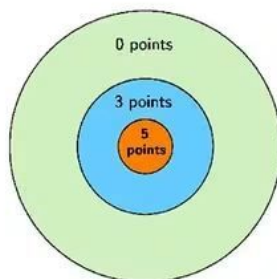
Exercice 13

Une urne contient 9 boules : 3 boules rouges numérotées -1 , -1 , 1 ; deux boules vertes numérotées -2 , 2 et 4 boules blanches numérotées 1 , -2 , 2 , 2 . Toutes les boules sont indiscernables au toucher.

- 1) On tire simultanément et au hasard 3 boules de l'urne. Calculer la probabilité des événements suivants :
 - A : « Avoir trois boules de même couleur »
 - B : « Avoir trois boules dont le produit des numéros marquer sur ces 3 boules est négatif »
 - C : « Avoir trois boules de même couleur et donnant un produit négatif »
 - D : « Avoir trois boules de même couleur ou donnant un produit négatif »
- 2) On tire maintenant 3 boules successivement et avec remise. Calculer la probabilité des événements suivants :
 - E : « Avoir trois boules de 3 couleurs différentes »
 - F : « Avoir trois boules de 3 couleurs différentes dont la première est rouge »
 - G : « Avoir un produit négatif dont une seule parmi les trois boules est numérotée -2 »

Exercice 14

Un jeu consiste à lancer des fléchettes sur une cible. La cible est partagée en trois secteurs comme indiqué sur la figure.



On suppose que les lancers sont indépendants et le joueur touche la cible à tous les coups.

- 1) Le joueur lance une fléchette et on note p_0 , p_3 et p_5 les probabilités respectives d'obtenir 0, 3 et 5 points.

Déterminer p_0 , p_3 et p_5 sachant que $p_3 = 2p_5$ et $p_5 = \frac{1}{3}p_0$

- 2) Une partie de ce jeu consiste à lancer trois fléchettes au maximum. Le joueur gagne la partie s'il obtient un total (pour les trois lancers) supérieur ou égal à 8 points. Si au bout de deux premiers lancers, il a un total supérieur ou égal à 8 points, il ne lance pas la troisième fléchette.

On considère les événements :

G_2 : « Le joueur gagne la partie en deux lancers »

G_3 : « Le joueur gagne la partie en trois lancers »

P : « Le joueur perd la partie »

- a) Montrer que : $p(G_2) = \frac{5}{36}$ et $p(G_3) = \frac{7}{36}$
- b) En déduire $p(P)$
- 3) Un joueur joue quatre parties avec les règles données à la question 2). On suppose que le résultat d'une partie n'influe pas sur les autres. Déterminer la probabilité de chacun des événements suivants :
- A : « Le joueur gagne exactement une partie ».
- B : « Le joueur gagne au moins une partie ».

Exercice 15

Une urne contient six boules blanches numérotées : $-1, -1, 0, 1, 1, 1$ et quatre boules vertes numérotées : $-1, 0, 1, 1$. Toutes les boules sont indiscernables au toucher.

- 1) On tire simultanément trois boules de l'urne. Calculer la probabilité des événements suivants :
- A : « Obtenir trois boules de même couleur »
- B : « Obtenir trois boules dont le produit des numéros est nul »
- C : « Obtenir trois boules de même couleur ou le produit des numéros est nul »
- D : « Obtenir trois boules de deux couleurs »
- 2) On tire successivement et sans remise trois boules de l'urne. Calculer la probabilité des événements suivants :
- E : « Obtenir exactement deux boules blanches et une seule boule numérotée 1 »
- F : « Avoir au moins une boule qui porte le numéro 1 »
- G : « La somme des trois numéros inscrits sur les boules tirées est égal à -1 »
- H : « Obtenir une boule blanche pour la première fois dans le troisième tirage »
- 3) Soit $n \in \mathbb{N}^*$. On effectue n tirages successifs d'une boule avec remise dans l'urne. Soit K_n l'événement : « obtenir au cours de ces n tirages une boule blanche uniquement au dernier tirage ». On désigne par p_n la probabilité de K_n
- a) Calculer p_1, p_2 et p_3
- b) Vérifier que pour $n \in \mathbb{N}^*$, $p_n = \frac{3}{5} \left(\frac{2}{5} \right)^{n-1}$
- c) Exprimer $S_n = p_1 + p_2 + \dots + p_n$ en fonction de n puis calculer $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$

Exercice 16

Une urne contient deux jetons blancs portant les nombres 1, -1 et trois jetons noirs portant les nombres 1, 1, -1 . Tous les jetons sont indiscernables au toucher.

- 1) On tire simultanément trois jetons de l'urne. Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :
- A : « Obtenir trois jetons de même couleur »
- B : « Obtenir au moins deux jetons portant le nombre 1 »
- C : « Obtenir exactement un jeton blanc et exactement deux jetons portant le nombre 1 »
- D : « Le produit des nombres inscrits sur les jetons tirés est égal à 1 »
- 2) On tire successivement et avec remise deux jetons de l'urne.
- a) Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :
- E : « Obtenir exactement une fois un jeton blanc »
- F : « Le premier jeton tiré est blanc et le deuxième jeton tiré porte le nombre 1 »
- b) On désigne par a le nombre inscrit sur le premier jeton tiré et par b le nombre inscrit sur le deuxième jeton tiré. Dans l'espace muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère les plans :
- $\mathcal{P} : ax + y + b = 0$ et $\mathcal{P}' : x + by - a = 0$. Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :
- G : « $\mathcal{P}$ et $\mathcal{P}'$ sont parallèles »
- H : « $\mathcal{P}$ et $\mathcal{P}'$ sont perpendiculaires »

Exercice 1

Soit Ω l'univers des cas possibles alors $\text{card}\Omega = C_5^2 = 10$

$$\text{card}A = C_2^2 + C_3^2 = 1 + 3 = 4 \text{ donc } p(A) = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

$$\text{card}B = C_3^2 + C_2^2 = 3 + 1 = 4 \text{ donc } p(B) = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

$$\text{card}C = C_2^2 = 1 \text{ donc } p(C) = \frac{1}{10}$$

$$D = A \cup B \text{ et } C = A \cap B \text{ donc } p(D) = p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) = \frac{2}{5} + \frac{2}{5} - \frac{1}{10} = \frac{7}{10}$$

Exercice 2

1) Soit Ω l'univers des cas possibles alors $\text{card}\Omega = C_5^3 = 10$

$$\text{card}A = C_3^1 \times C_2^2 = 3 \text{ donc } p(A) = \frac{3}{10}$$

$$\text{card}B = C_3^3 = 1 \text{ donc } p(B) = \frac{1}{10}$$

$$C = \bar{B} \text{ donc } p(C) = 1 - p(B) = \frac{9}{10}$$

2) Soit Ω' l'univers des cas possibles.

L'épreuve peut s'arrêter dès le premier tirage (c'est-à-dire tirer une seule boule rouge) ou au deuxième tirage (c'est-à-dire tirer une boule verte puis une boule rouge) ou au troisième tirage (c'est-à-dire tirer les deux boules vertes puis une boule rouge) donc $\text{card}\Omega' = 3 + 2 \times 3 + A_2^2 \times 3 = 15$

$$\text{card}D = 2 \times 3 = 6 \text{ donc } p(D) = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$$

Exercice 3

1) Soit Ω l'univers des cas possibles alors $\text{card}\Omega = C_6^2 = 15$

$$\text{card}A = C_2^2 + C_4^2 = 1 + 6 = 7 \text{ donc } p(A) = \frac{7}{15}$$

$$\text{card}B = C_4^2 = 6 \text{ donc } p(B) = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$$

$$\text{Card}C = C_2^2 + C_2^2 = 2 \text{ donc } p(C) = \frac{2}{15}$$

$$D = A \cup B \text{ donc } p(D) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) = p(A) + p(B) - p(C) = \frac{7}{15} + \frac{6}{15} - \frac{2}{15} = \frac{11}{15}$$

2) Soit Ω' l'univers des cas possibles. $\text{card}\Omega' = 6^2 = 36$

$$\text{card}E = C_2^1 \times 4 \times 3 = 24 \text{ donc } p(E) = \frac{24}{36} = \frac{2}{3}$$

$$\text{card}\bar{F} = 2^2 = 4 \text{ donc } p(\bar{F}) = \frac{4}{36} \text{ et par suite } p(F) = 1 - p(\bar{F}) = \frac{32}{36} = \frac{8}{9}$$

Exercice 4

1) Soit Ω l'univers des cas possibles alors $\text{card}\Omega = C_7^2 = 21$

$$\text{card}A = C_3^2 + C_4^2 = 3 + 6 = 9 \text{ donc } p(A) = \frac{9}{21} = \frac{3}{7}$$

$$\text{card}B = C_3^2 + C_3^2 = 3 + 3 = 6 \text{ donc } p(B) = \frac{6}{21} = \frac{2}{7}$$

$$\text{card}C = C_4^2 = 6 \text{ donc } p(C) = \frac{6}{21} = \frac{2}{7}$$

$$\text{card}D = C_3^2 = 3 \text{ donc } p(D) = \frac{3}{21} = \frac{1}{7}$$

2) Soit Ω' l'univers des cas possibles. $\text{card}\Omega' = 7^3 = 343$

$$\text{card}E = 3^3 + 3^3 = 54 \text{ donc } p(E) = \frac{54}{343}$$

$$\text{card}F = 3! \times 1 \times 3 \times 3 = 54 \text{ donc } p(F) = \frac{54}{343}$$

$$\text{card}G = 4 \times 3 \times 7 = 84 \text{ donc } p(G) = \frac{84}{343} = \frac{12}{49}$$

Exercice 5

- 1) Soit Ω l'univers des cas possibles alors $\text{card}\Omega = A_9^3 = 504$
- 2) $\text{card}A = A_5^3 = 60$ donc $p(A) = \frac{60}{504} = \frac{5}{42}$
 $\text{card}B = A_6^3 + A_3^3 = 126$ donc $p(B) = \frac{126}{504} = \frac{1}{4}$
- 3) $\text{card}(A \cap B) = A_3^3 = 6$ donc $p(A \cap B) = \frac{6}{504} = \frac{1}{84}$
 $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) = \frac{60}{504} + \frac{126}{504} - \frac{6}{504} = \frac{180}{504} = \frac{5}{14}$
- 4) $\text{card}\bar{C} = A_4^3 = 24$ donc $p(\bar{C}) = \frac{24}{504} = \frac{1}{21}$ et par suite $p(C) = 1 - p(\bar{C}) = \frac{20}{21}$

Exercice 6

- 1) a) Soit Ω l'univers des cas possibles alors $\text{card}\Omega = C_{12}^3 = 220$
- b) $\text{card}A = C_3^3 + C_4^3 + C_5^3 = 1 + 4 + 10 = 15$ donc $p(A) = \frac{15}{220} = \frac{3}{44}$
 $\text{card}B = C_7^3 + C_5^3 = 35 + 10 = 45$ donc $p(B) = \frac{45}{220} = \frac{9}{44}$
 $\text{card}C = C_3^2 \times C_9^1 + C_4^2 \times C_8^1 + C_5^2 \times C_7^1 = 3 \times 9 + 6 \times 8 + 10 \times 7 = 145$ donc $p(C) = \frac{145}{220} = \frac{29}{44}$
 $\text{card}D = C_3^1 \times C_9^2 = 3 \times 36 = 108$ donc $p(D) = \frac{108}{220} = \frac{27}{55}$
- c) $A \cap B$: « Obtenir trois jetons de même couleur et portant le même numéro »
 $\text{card}(A \cap B) = C_3^3 + C_3^3 = 2$ donc $p(A \cap B) = \frac{2}{220} = \frac{1}{110}$
 $A \cup B$: « Obtenir trois jetons de même couleur ou trois jetons portant le même numéro »
 $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) = \frac{15}{220} + \frac{45}{220} - \frac{2}{220} = \frac{58}{220} = \frac{29}{110}$
- 2) a) $E = \{-3, -1, 1, 3\}$
- b) $p(\{S = -3\}) = \frac{C_5^3}{220} = \frac{10}{220} = \frac{1}{22}$
 $p(\{S = -1\}) = \frac{C_5^2 \times C_7^1}{220} = \frac{10 \times 7}{220} = \frac{7}{22}$
 $p(\{S = 1\}) = \frac{C_5^1 \times C_7^2}{220} = \frac{21 \times 5}{220} = \frac{21}{44}$
 $p(\{S = 3\}) = \frac{C_7^3}{220} = \frac{35}{220} = \frac{7}{44}$

Exercice 7

- 1) $\text{card}\Omega = 9^3 = 729$
- 2) $\text{card}A = 5^3 = 125$ donc $p(A) = \frac{125}{729}$
 $\text{card}B = C_3^2 \times 4^2 \times 5 = 240$ donc $p(B) = \frac{240}{729} = \frac{80}{243}$
- 3) $\bar{A}$: « Obtenir au moins un jeton blancs »
 $p(\bar{A}) = 1 - p(A) = 1 - \frac{125}{729} = \frac{604}{729}$
- 4) $\text{card}(A \cap B) = C_3^1 \times 4^2 = 48$ donc $p(A \cap B) = \frac{48}{729} = \frac{16}{243}$
 $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) = \frac{125}{729} + \frac{240}{729} - \frac{48}{729} = \frac{317}{729}$

Exercice 8

$$F = \bar{E}_1 \text{ donc } p(F) = 1 - p(E_1) = 1 - 0.5 = 0.5$$

$$G = E_1 \cup E_2 \text{ donc } p(G) = p(E_1) + p(E_2) - p(E_1 \cap E_2) = 0.5 + 0.6 - 0.3 = 0.8$$

$$H = \overline{E_1} \cup \overline{E_2} = \overline{E_1 \cap E_2} \text{ donc } p(H) = 1 - p(E_1 \cap E_2) = 1 - 0.3 = 0.7$$

Exercice 9

On note G_1 l'événement : « L'individu choisi possède le caractère g_1 » et G_2 l'événement : « L'individu choisi possède le caractère g_2 »

On a $p(G_1) = 0.8$, $p(G_2) = 0.6$ et $p(G_1 \cap G_2) = 0.45$

La probabilité qu'un individu choisi au hasard possède l'un ou l'autre de ces caractères est :

$$p(G_1 \cup G_2) = p(G_1) + p(G_2) - p(G_1 \cap G_2) = 0.8 + 0.6 - 0.45 = 0.95$$

Exercice 10

1)

	Au foyer	Salariée	Total
Moins de 100 DT	287	21	308
Plus de 100 DT	14	28	42
Total	301	49	350

2) a) $\text{card}A = 49$ donc $p(A) = \frac{49}{350} = 0,14$

$\text{card}B = 308$ donc $p(B) = \frac{308}{350} = 0,88$

$\text{card}C = 21$ donc $p(C) = \frac{21}{350} = 0,06$

b) $A \cup B$: « elle est salariée ou elle a dépensé moins de 100DT »

$A \cap B = C$ donc $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(C) = 0.14 + 0.88 - 0.06 = 0.96$

Exercice 11

1)

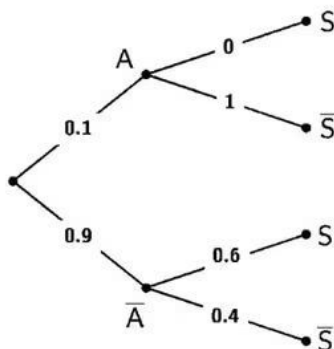
	Nombre de sportifs	Nombre de non-sportifs	Total
Nombre de fumeurs	$150 \times \frac{20}{100} = 30$	120	150
Nombre de non-fumeurs	70	80	150
Total	100	200	300

2) $p(A) = \frac{150}{300} = \frac{1}{2}$, $p(B) = \frac{70}{300} = \frac{7}{30}$ et $p(C) = 1 - p(B) = \frac{23}{30}$

3) La probabilité qu'un élève, choisi parmi les non-sportifs, soit fumeur est : $\frac{120}{200} = \frac{3}{5}$

Exercice 12

a) On considère les événements suivants : A : « Amel est absente » et S : « Sarra peut utiliser le livre d'Amel »



b) La probabilité qu'Amel soit présente et que Sarra puisse profiter du livre d'Amel est :

$$p(\overline{A} \cap S) = 0.9 \times 0.6 = 0.54$$

c) La probabilité que Sarra ne puisse pas profiter du livre d'Amel est : $p(\overline{S}) = 0.1 \times 1 + 0.9 \times 0.4 = 0.46$

Exercice 13

- 1) Soit Ω l'univers des possibles. $\text{card}\Omega = C_9^3 = 84$
- $$\text{card}A = C_3^3 + C_4^3 = 1 + 4 = 5 \text{ donc } p(A) = \frac{5}{84} \approx 0.06$$
- $$\text{card}B = C_4^1 \times C_5^2 + C_4^3 = 4 \times 10 + 4 = 44 \text{ donc } p(B) = \frac{44}{84} = \frac{11}{21} \approx 0.52$$
- $$\text{card}C = C_1^1 \times C_3^2 = 3 \text{ donc } p(C) = \frac{3}{84} = \frac{1}{28} \approx 0.04$$
- $$C = A \cap B \text{ et } D = A \cup B \text{ donc } p(D) = p(A) + p(B) - p(C) = \frac{5}{84} + \frac{11}{21} - \frac{1}{28} = \frac{23}{42} \approx 0.55$$
- 2) Soit Ω' l'univers des possibles. $\text{card}\Omega' = 9^3 = 729$
- $$\text{card}E = 3! \times 3 \times 2 \times 4 = 144 \text{ donc } p(E) = \frac{144}{729} = \frac{16}{81} \approx 0.198$$
- $$\text{card}F = 3 \times (2! \times 2 \times 4) = 48 \text{ donc } p(F) = \frac{48}{729} = \frac{16}{243} \approx 0.066$$
- $$\text{card}G = C_3^1 \times 2 \times 2^2 + C_3^1 \times 2 \times 5^2 = 174 \text{ donc } p(G) = \frac{174}{729} = \frac{58}{243} \approx 0.239$$

Exercice 14

- 1) On a : $p_0 + p_3 + p_5 = 1$ donc $p_0 + 2p_5 + \frac{1}{3}p_0 = p_0 + \frac{2}{3}p_0 + \frac{1}{3}p_0 = 2p_0 = 1$ donc $p_0 = \frac{1}{2}$, $p_5 = \frac{1}{6}$ et $p_3 = \frac{1}{3}$
- 2) a) Le joueur gagne la partie en deux lancers lorsqu'il obtient 3 et 5 ou 5 et 5 lors des deux premiers lancers
- $$\text{donc : } p(G_1) = C_2^1 \times p_3 \times p_5 + p_5 \times p_5 = 2 \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{6} + \frac{1}{36} = \frac{5}{36}$$
- Le joueur gagne la partie en deux lancers dans les cas suivants :
- Obtenir 0 au premier lancer et obtenir une somme supérieure à 8 dans les deux derniers lancers
 - Obtenir 0 au deuxième lancer et obtenir une somme supérieure à 8 dans les deux autres lancers
 - Obtenir 3 dans chaque lancer
 - Obtenir 3 dans le premier lancer, 3 dans le deuxième et 5 dans le troisième
- $$p(G_3) = p_0 \times p(G_2) + p_0 \times p(G_2) + p_3 \times p_3 \times p_3 + p_3 \times p_3 \times p_5 = \frac{1}{2} \times \frac{5}{36} + \frac{1}{2} \times \frac{5}{36} + \frac{1}{27} + \frac{1}{54} = \frac{7}{36}$$
- b) $p(P) = 1 - (p(G_2) + p(G_3)) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$
- 3) La probabilité que le joueur gagne une partie est $p(G_2) + p(G_3) = \frac{1}{3}$
- La probabilité que le joueur perd une partie est $\frac{2}{3}$
- $$p(A) = C_4^1 \times \left(\frac{1}{3}\right) \times \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{32}{81} \approx 0.395$$
- La probabilité que le joueur perd les quatre parties est $\left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{16}{81}$ donc $p(B) = 1 - \left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{65}{81} \approx 0.802$

Exercice 15

- 1) Soit Ω l'univers des possibles. $\text{card}\Omega = C_{10}^3 = 120$
- $\text{card}A = C_6^3 + C_4^3 = 24$ donc $p(A) = \frac{24}{120} = \frac{1}{5} = 0.2$
 - $\text{card}B = C_2^1 \times C_8^2 + C_2^2 \times C_8^1 = 64$ donc $p(B) = \frac{64}{120} = \frac{8}{15} \approx 0.53$
 - $\text{card}(A \cap B) = C_1^1 \times C_5^2 + C_1^1 \times C_3^2 = 13$ donc $p(A \cap B) = \frac{13}{120}$
 - $p(C) = p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) = \frac{1}{5} + \frac{8}{15} - \frac{13}{120} = \frac{5}{8} = 0.625$
 - $p(D) = p(\bar{A}) = 1 - p(A) = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5} = 0.8$
- 2) Soit Ω' l'univers des possibles. $\text{card}\Omega' = A_{10}^3 = 720$
- $$\text{card}E = C_3^1 \times A_2^1 \times A_3^2 + 3! \times 3 \times 3 \times 2 = 36 + 108 = 144 \text{ donc } p(E) = \frac{144}{720} = \frac{1}{5} = 0.2$$
- $$\text{card}\bar{F} = A_5^3 = 60 \text{ donc } p(\bar{F}) = \frac{60}{720} = \frac{1}{12} \text{ et par suite } p(F) = 1 - p(\bar{F}) = 1 - \frac{1}{12} = \frac{11}{12} \approx 0.917$$

$$\text{card}G = C_3^1 \times A_3^1 \times A_2^2 + C_3^1 \times A_5^1 \times A_3^2 = 108 \text{ donc } p(G) = \frac{108}{720} = \frac{3}{20} = 0.15$$

$$\text{card}H = A_4^2 \times A_6^1 = 72 \text{ donc } p(H) = \frac{72}{720} = \frac{1}{10} = 0.1$$

3) La probabilité de tirer une boule blanche dans l'urne est $\frac{6}{10} = 0.6$

$$\text{a) } p_1 = \frac{6}{10} = \frac{3}{5} = 0.6, p_2 = \frac{2}{5} \times \frac{3}{5} = 0.24 \text{ et } p_3 = \left(\frac{2}{5}\right)^2 \times \left(\frac{3}{5}\right) = 0.096$$

b) Soit $n \in \mathbb{N}^*$, la réalisation de K_n revient à tirer $(n-1)$ boules vertes (donc avec une probabilité de $\left(\frac{2}{5}\right)^{n-1}$) puis une boule blanche (avec une probabilité de $\frac{3}{5}$) donc $p_n = \frac{3}{5} \left(\frac{2}{5}\right)^{n-1}$

c) (p_n) est une suite géométrique de raison $\left(\frac{2}{5}\right)$

$$\text{donc } S_n = p_1 + p_2 + \dots + p_n = p_1 \left(\frac{1 - \left(\frac{2}{5}\right)^n}{1 - \left(\frac{2}{5}\right)} \right) = \frac{3}{5} \times \frac{1 - \left(\frac{2}{5}\right)^n}{\frac{3}{5}} = 1 - \left(\frac{2}{5}\right)^n$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} 1 - \left(\frac{2}{5}\right)^n = 1$$



Fous des Maths

★ 5,0 (1) · Site internet éducatif



J'aime

Exercice 16

1) Soit Ω l'univers des possibles. $\text{card}\Omega = C_5^3 = 10$

$$\text{card}A = C_3^3 = 1 \text{ donc } p(A) = \frac{1}{10}$$

$$\text{card}\bar{B} = 0 \text{ donc } p(\bar{B}) = 0 \text{ et par suite } p(B) = 1 - p(\bar{B}) = 1$$

$$\text{card}C = C_2^1 \times C_2^2 + C_1^1 \times C_2^1 \times C_1^1 = 2 + 2 = 4 \text{ donc } p(C) = \frac{4}{10} = 0.4$$

$$\text{card}D = C_3^3 + C_3^1 \times C_2^2 = 4 \text{ donc } p(D) = \frac{4}{10} = 0.4$$

2) a) Soit Ω' l'univers des possibles. $\text{card}\Omega' = 5^2 = 25$

$$\text{card}E = C_2^1 \times 2^1 \times 3^1 = 12 \text{ donc } p(E) = \frac{12}{25} = 0.48$$

$$\text{card}F = 2 \times 3 = 6 \text{ donc } p(F) = \frac{6}{25} = 0.24$$

b) $\vec{n} = \begin{pmatrix} a \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ est un vecteur normal à $\mathcal{P}$, $\vec{n}' = \begin{pmatrix} 1 \\ b \\ 0 \end{pmatrix}$ est un vecteur normal à $\mathcal{P}'$

$$\mathcal{P} // \mathcal{P}' \Leftrightarrow \vec{n} = \alpha \vec{n}' \Leftrightarrow \begin{cases} a = \alpha \\ 1 = \alpha b \end{cases} \Leftrightarrow ab = 1 \Leftrightarrow (a, b) = (1, 1) \text{ ou } (a, b) = (-1, -1)$$

$$\text{card}G = 3^2 + 2^2 = 13 \text{ donc } p(G) = \frac{13}{25} = 0.52$$

$$\mathcal{P} \perp \mathcal{P}' \Leftrightarrow \vec{n} \perp \vec{n}' \Leftrightarrow \vec{n} \cdot \vec{n}' = 0 \Leftrightarrow a + b = 0 \Leftrightarrow (a, b) = (1, -1) \text{ ou } (a, b) = (-1, 1)$$

$$\text{card}H = C_2^1 \times 3 \times 2 = 12 \text{ et par suite } p(H) = \frac{12}{25} = 0.48$$