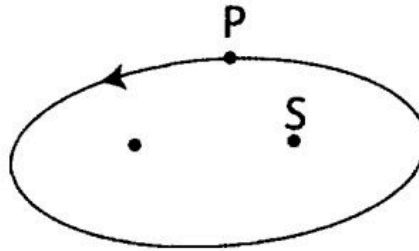


MOUVEMENT DES SATELLITES

Les lois de Kepler :

❖ 1^{ère} loi :

Dans un repère de Copernic, la trajectoire d'une planète est une ellipse dont le soleil occupe l'un des foyers.

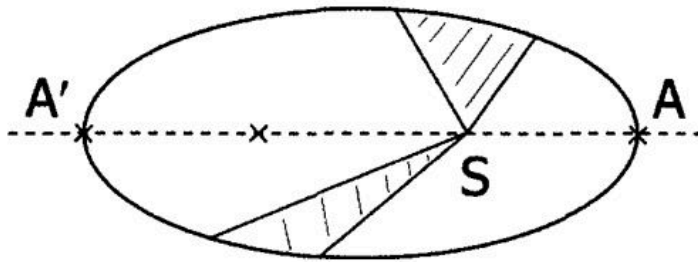


❖ 2^{ème} loi :

Le segment de droite reliant le soleil et la planète balaie des aires égales pendant des durées égales.

$$AA' = 2a$$

S est le soleil.



❖ 3^{ème} loi :

Pour toutes les planètes, le rapport entre le cube du demi grand axe a de la trajectoire et le carré de la période de révolution est le même.

$$\frac{T^2}{a^3} = Kp = \text{constante}$$

Calcul de la vitesse d'un satellite en orbite circulaire :

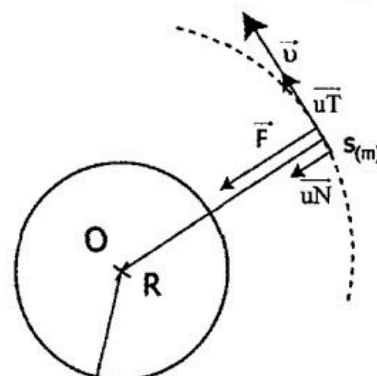
Le système étudié est le satellite supposé ponctuel de masse M .

Sa trajectoire est circulaire de rayon $r = R + z$.

Le satellite est soumis à la seule attraction gravitationnelle exercée par la Terre

$$\vec{F} = M\vec{G} = M\vec{a}_G$$

Dans la base de Frenet $\vec{a}_G = \vec{G} \begin{cases} a_T = \frac{dv}{dt} \\ a_N = \frac{v^2}{r} \end{cases}$



$\vec{F}$ est centripète radiale.

$$a_T = 0 \quad \Rightarrow \frac{dv}{dt} = 0 \quad \Rightarrow \mathcal{G} = C^{te}$$

Le mouvement d'un satellite à trajectoire circulaire est un mouvement uniforme (la vitesse est constante)

$$G = \frac{\mathcal{G}^2}{r} = \frac{v^2}{R+z} = G_0 \frac{R^2}{(R+z)^2} = g_0 \frac{R^2}{(R+z)^2}$$

$$V^2 = g_0 \frac{R^2}{R+z}$$

$$V = R \sqrt{\frac{g_0}{R+z}} \quad \text{à savoir retrouver}$$

- La vitesse du satellite n'est fonction que de son altitude z .
 - Elle diminue quand l'altitude augmente.
 - Elle ne dépend pas de la masse du satellite.
- ❖ Calcul de la période de révolution d'un satellite en orbite circulaire.

La période de révolution T d'un satellite est la durée d'un tour

$$V = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi(R+z)}{T} = R \sqrt{\frac{g_0}{R+z}}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{(R+z)^3}{g_0 R^2}}$$

Cette durée est mesurée dans le référentiel géocentrique (elle est différente pour un observateur terrestre entraîné dans le mouvement de rotation terrestre).

Des satellites de masses différentes évoluant à la même altitude ont la même période.

- MOUVEMENT DE SATELLITES -

SYNTHESE GENERALE :

Activité 1 : Définition.

On appelle satellite tout corps céleste qui est en révolution autour d'un astre.

On distingue :

- un satellite naturel de la terre : la lune ;
- et des satellites artificiels : satellites d'observation ou de télécommunication ou satellites militaires....

Activité 2 : Vitesse de révolution d'un satellite.

2-1- Nature du mouvement :

Soit un satellite (S) de masse m , en rotation autour de la terre. Son orbite est une circonférence de centre O et de rayon $r = R + h$ (où h est l'altitude du satellite).

L'étude du mouvement des satellites s'effectue dans le référentiel géocentrique qui est un référentiel constitué par le centre O de la terre et trois axes dirigés vers trois étoiles considérées comme fixes. Ce référentiel peut être considéré comme galiléen.

La terre est assimilée à une répartition de masse à symétrie sphérique et le satellite considéré comme sensiblement ponctuel.

Application de la Relation Fondamentale de la Dynamique :

En négligeant les frottements dues aux molécules raréfiées de l'atmosphère, le satellite n'est soumis qu'à la seule action de son poids $\vec{P}$ avec $\vec{P} = m\vec{g}$.

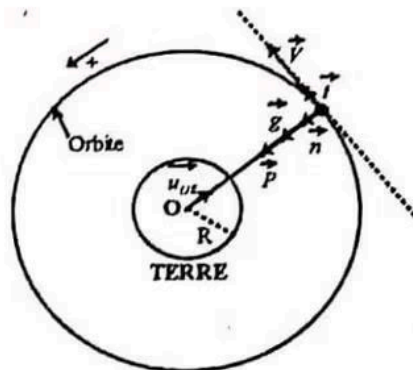
R.F.D : $\Sigma \vec{F}_{ext.} = m\vec{a}$ avec $\vec{F} = \vec{P}$.

D'où : $m\vec{a} = m\vec{g} \Rightarrow \vec{a} = \vec{g}$

Dans la base de Frenet $(\vec{t}, \vec{n})$, on a : $\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n$

avec $\vec{a} = \vec{g}$. D'où : $\vec{a} = \vec{g} \begin{cases} a_t = g_t = 0 \\ a_n = g_n = g \end{cases}$

$a_t = \frac{dv}{dt} = 0 \Leftrightarrow V = \text{cste}$: le mouvement du satellite est donc uniforme.



2-2- Vitesse de révolution d'un satellite :

$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n$ or $a_t = 0$. D'où : $a = a_n = g \Rightarrow \frac{v^2}{r} = g \Rightarrow V = \sqrt{r \cdot g}$

- Expression de la vitesse V du satellite en fonction de R_T , M_T , G et

h : $V = \sqrt{r \cdot g}$ avec $r = R_T + h$ et $g = \frac{G \cdot M_T}{(R_T + h)^2}$. Il vient alors que : $V = \sqrt{\frac{G \cdot M_T}{R_T + h}}$

• **Expression de la vitesse V du satellite en fonction de R_T , g_0 et h :**

$$V = \sqrt{r \cdot g} \text{ avec } r = R_T + h \text{ et } g = \frac{g_0 R_T^2}{(R_T + h)^2} \Rightarrow V = R_T \sqrt{\frac{g_0}{R_T + h}}$$

Conclusion : La vitesse V est indépendante de la masse du satellite et elle diminue avec l'altitude h .

2-3- Période de révolution T :

2-3-1. Définition : La période T d'un satellite est le temps qu'il met pour effectuer un tour complet sur sa trajectoire.

2-3-2. Expression : Le satellite étant animé d'un mouvement circulaire

uniforme, on a : $V = r \cdot \omega = \frac{2\pi r}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi r}{V} = \frac{2\pi(R_T + h)}{V}$

• **Expression de la période en fonction de G , M_T , R_T et h :**

$$T = \frac{2\pi(R_T + h)}{V} \text{ avec } V = \sqrt{\frac{G \cdot M_T}{R_T + h}}. \text{ D'où : } T = 2\pi \sqrt{\frac{(R_T + h)^3}{G \cdot M_T}}$$

• **Période en fonction de R_T , h et g_0 :** $T = \frac{2\pi(R_T + h)}{V}$ avec $V = R_T \sqrt{\frac{g_0}{R_T + h}}$

En remplaçant V par son expression, on obtient : $T = \frac{2\pi}{R_T} \cdot \sqrt{\frac{(R_T + h)^3}{g_0}}$

2-4. Vitesse angulaire du satellite : $\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{G \cdot M_T}{(R_T + h)^3}}$

2-5. Troisième loi de Kepler :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{G \cdot M_T}} \Rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2 \cdot r^3}{G \cdot M_T}. \text{ D'où : } \frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G \cdot M_T} = \text{cste.}$$

Enoncé : Le carré de la période d'un satellite est proportionnel au cube du rayon de son orbite.

Activité 3 : Satellite géostationnaire.

1- Définition : Un satellite géostationnaire est un satellite qui a la même période que la terre, qui reste au-dessus d'un même point de la surface de la terre et qui évolue dans le plan équatorial.

2- Altitude du satellite géostationnaire :

$$T = \frac{2\pi}{R_T} \cdot \sqrt{\frac{(R_T + h)^3}{g_0}} \Rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2 (R_T + h)^3}{g_0 R_T^2} \Rightarrow h = \sqrt[3]{\frac{T^2 R_T^2 g_0}{4\pi^2}} - R_T.$$

1.N : Pour un satellite géostationnaire, on a : $T = 24h = 86400s$.
 $\Rightarrow h \approx 36.10^6 m$.

3-3-Utilisations : Les satellites géostationnaires peuvent être utilisés comme relais dans le domaine de la télécommunication ou comme satellite d'observation en météorologie et militaire.