

Chapitre A2 : LA LOGIQUE COMBINATOIRE

1 Résumé du cours

1) Définitions

Logique combinatoire

Une logique est appelée **combinatoire** si les variables de sortie ne dépendent que des variables d'entrée. C'est-à-dire à une combinaison des variables d'entrées correspond une et une seule combinaison des variables de sortie.

Méthode de résolution des problèmes de logique combinatoire

La méthode de résolution d'un problème de logique combinatoire consiste à :

- 1) établir la table de vérité ;
- 2) simplifier les équations par la méthode graphique ou algébrique ;
- 3) construire un schéma de câblage ou un logigramme.

Table de vérité

Dans une logique combinatoire, la table de vérité est un tableau dans lequel sont indiquées les différentes combinaisons des valeurs binaires des variables d'entrée. A chaque combinaison d'entrée correspond un seul état logique de chaque variable sortie.

Simplifications des équations logiques

Simplifier une équation c'est exprimer cette équation sous une forme réduite tout en assurant la fonction prédéfinie. On distingue deux méthodes de simplification des équations logiques :

- simplification graphique par le tableau de Karnaugh
- simplification algébrique en utilisant les propriétés des fonctions logiques.

2) Simplification graphique

Un tableau de Karnaugh est composé de 2^n cases. Chaque case correspond à une combinaison des variables d'entrées. (n) est le nombre de variables d'entrée.

La méthode de simplification graphique consiste à regrouper des cases adjacentes en groupes de 2^p cases. (p) est un entier naturel. Un groupement de 2^p cases élimine un nombre (p) variables de l'équation à simplifier. C'est-à-dire, un groupement de 2^3 cases élimine 3 variables de l'équation à simplifier.

Avertissement

Il arrive d'avoir des cases vides dans un tableau de Karnaugh. On écrit (Φ) dans les cases vides. Le signe Φ est considéré 0 ou 1. Ces cases peuvent être utilisées dans le but de simplifier davantage l'équation logique à déterminer.

Rappel

Etat logique

Un état logique d'une variable est soit "**vrai**", soit "**faut**". On affecte (1) à l'état « vrai » et (0) à « faut »

Variables d'entrée

Ce sont les variables de commande des sorties. Ils sont des interrupteurs, boutons poussoirs, des capteurs et des contacts auxiliaires. Les valeurs binaires de ces variables sont soit 0 soit 1.

Variables de sortie

Ce sont les actionneurs et les préactionneurs. Ils sont des moteurs, des lampes, des vérins, des contacteurs, etc. Les valeurs binaires de ces variables sont soit 0 soit 1.

Fonction logique

Une fonction logique exprime une variable de sortie en fonction des variables d'entrées.

Opérateur logique

Un opérateur logique permet de réaliser une opération sur des nombres binaires (« • » ; « + »).

Logigramme

Le logigramme est un schéma représenté par des symboles logiques.

Méthode de construction des logigrammes avec des fonctions logiques universelles à deux entrées

a) Logigramme avec des fonctions logiques universelles NAND (|) à deux entrées

- Ecrire l'équation sous la forme d'une somme de deux produits à deux termes chacun (chaque produit)
- Remplacer chaque opérateur logique par NAND et les variables complémentées par NAND.

Exemples

Fonction logique Exprimée avec les opérateur logiques	Méthode de transformation	Fonction logique exprimée avec l'opérateur NAND ()
$S = a.b + c.d$	Composée d'une somme de deux produits de deux termes	$S = (a b) (c d)$
$S = (\bar{a}.b) + (c.\bar{d})$		$S = ((a) b) (c (d))$
$S = (\bar{a}.b) + (c)$	Multiplier (c) par 1 pour obtenir : $S = (\bar{a}.b) + (c.1)$	$S = ((a) b) (c 1)$
$S = (\bar{a}.bc) + (d)$	Poser $(bc) = X$ $X = ((b c))$ $S = (\bar{a}.X) + (d.1)$	$S = ((a) X) (d 1)$ $S = ((a) ((b c))) (d 1)$

b) Logigramme avec des fonctions logiques universelles NOR (↓) à deux entrées

Ecrire l'équation sous la forme d'un produit de deux sommes à deux termes chacun (chaque produit)

Remplacer chaque opérateur logique par NOR et les variables complémentées par NOR.

Exemples

Fonction logique Exprimée avec les opérateur logiques	Méthode de transformation	Fonction logique exprimée avec l'opérateur NOR (↓)
$S = (a+b).(c+d)$	Composée d'une somme de deux produits de deux termes	$S = (a \downarrow b) \downarrow (c \downarrow d)$
$S = (\bar{a} + b).(c + \bar{d})$		$S = ((a \downarrow) \downarrow b) \downarrow (c \downarrow (d \downarrow))$
$S = (\bar{a} + b).(c)$	Ajouter 0 à c pour obtenir : $S = (\bar{a} + b).(c + 0)$	$S = ((a \downarrow) \downarrow b) \downarrow (c \downarrow (0))$
$S = (\bar{a} + b + c).(d)$	Poser $(b+c) = X$ $X = (b \downarrow c) \downarrow$ $S = (\bar{a} + X).(d + 0)$	$S = ((a \downarrow) \downarrow X) \downarrow (d \downarrow 0)$ $S = ((a \downarrow) \downarrow ((b \downarrow c) \downarrow)) \downarrow (d \downarrow 0)$

Exercices de compréhension

Exercices 1

Relier par une flèche chaque fonction à son symbole

Fonction **OU** ☐

Fonction **ET** ☐

Fonction **NAND** ☐

Fonction **NOR** ☐

Fonction **XOR** ☐



Exercices 2

Relier par une flèche chaque opérateur à sa désignation

(+) ☐

☐ Opérateur (OU exclusif)

(•) ☐

☐ Opérateur (OU)

(|) ☐

☐ Opérateur (ET)

(↓) ☐

☐ Opérateur (NAND)

(⊕) ☐

☐ Opérateur (ET inclusif)

(⊗) ☐

☐ Opérateur (NOR)

Exercice 3

Relier par de flèche chaque à sa désignation

Lampe ☐

Interrupteur ☐

Combinaison d'Interrupteurs ☐

Moteur ☐

Bouton- poussoir ☐

Sonnerie ☐

☐ Fonction logique

☐ Variable de sortie

☐ Variable logique d'entrée

Exercice 4 : Cocher la bonne réponse

Les tableaux de Karnaugh sont surtout utilisés :

- ☐ pour déterminer des équations logiques
- ☐ pour vérifier des équations
- ☐ pour transcrire des équations logiques
- ☐ pour simplifier des équations logiques

Exercices d'application

Simplification graphique (tableau de Karnaugh)

Tableau de Karnaugh de A à Z

Exercice 1

Déterminer l'équation simplifiée de la sortie X_i dans chacun des cas suivants :

1)

$a_2 \backslash a_1 a_0$	00	01	11	10
	0	1	1	1
1	1	1	1	1

X_0

2)

$a_2 \backslash a_1 a_0$	00	01	11	10
	0	0	0	0
1	0	0	0	0

X_1

3)

$a_2 \backslash a_1 a_0$	00	01	11	10
	0	1	0	0
1	0	0	0	0

X_2

4)

$a_2 \backslash a_1 a_0$	00	01	11	10
	0	0	0	0
1	1	0	0	1

X_3

5)

$a_2 \backslash a_1 a_0$	00	01	11	10
	0	0	1	1
1	0	0	0	0

X_4

6)

$a_2 \backslash a_1 a_0$	00	01	11	10
	0	0	0	0
1	0	1	1	0

X_5

7)

$a_2 \backslash a_1 a_0$	00	01	11	10
	0	1	1	0
1	0	0	0	0

X_6

8)

$a_2 \backslash a_1 a_0$	00	01	11	10
	0	0	0	0
1	1	1	0	0

X_7

9)

$a_2 \backslash a_1 a_0$	00	01	11	10
	0	0	0	1
1	0	0	0	0

X_8

10)

$a_2 \backslash a_1 a_0$	00	01	11	10
	0	0	0	0
1	0	0	1	1

X_9

11)

$a_1 a_0$					
		00	01	11	10
a_2	0	0	0	0	1
	1	0	0	0	1

X_{10}

12)

$a_1 a_0$					
		00	01	11	10
a_2	0	0	0	1	0
	1	0	0	1	0

X_{11}

13)

$a_1 a_0$					
		00	01	11	10
a_2	0	0	1	0	0
	1	0	1	0	0

X_{12}

14)

$a_1 a_0$					
		00	01	11	10
a_2	0	1	0	0	0
	1	1	0	0	0

X_{13}

15)

$a_1 a_0$					
		00	01	11	10
a_2	0	1	1	0	0
	1	1	1	0	0

X_{14}

16)

$a_1 a_0$					
		00	01	11	10
a_2	0	0	0	1	1
	1	0	0	1	1

X_{15}

17)

$a_1 a_0$					
		00	01	11	10
a_2	0	0	1	1	0
	1	0	1	1	0

X_{16}

18)

$a_1 a_0$					
		00	01	11	10
a_2	0	1	0	0	1
	1	1	0	0	1

X_{17}

19)

$a_1 a_0$					
		00	01	11	10
a_2	0	1	1	1	1
	1	0	0	0	0

X_{18}

20)

$a_1 a_0$					
		00	01	11	10
a_2	0	0	0	0	0
	1	1	1	1	1

X_{19}

21)

$a_2 \backslash a_1 a_0$	00	01	11	10
0	1	1	1	0
1	1	1	1	0

X_{20}

22)

$a_2 \backslash a_1 a_0$	00	01	11	10
0	0	1	1	1
1	0	1	1	1

X_{21}

23)

$a_2 \backslash a_1 a_0$	00	01	11	10
0	1	1	0	1
1	1	1	0	1

X_{22}

24)

$a_2 \backslash a_1 a_0$	00	01	11	10
0	1	0	1	1
1	1	0	1	1

X_{23}

25)

$a_2 \backslash a_1 a_0$	00	01	11	10
0	1	0	0	1
1	1	1	1	1

X_{24}

26)

$a_2 \backslash a_1 a_0$	00	01	11	10
0	1	1	1	1
1	1	0	0	1

X_{25}

27)

$a_2 \backslash a_1 a_0$	00	01	11	10
0	1	$\emptyset$	$\emptyset$	1
1	1	$\emptyset$	$\emptyset$	1

X_{26}

28)

$a_2 \backslash a_1 a_0$	00	01	11	10
0	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$
1	$\emptyset$	0	0	$\emptyset$

X_{27}

29)

$a_2 \backslash a_1 a_0$	00	01	11	10
0	1	$\emptyset$	$\emptyset$	0
1	1	$\emptyset$	$\emptyset$	0

X_{28}

30)

$a_2 \backslash a_1 a_0$	00	01	11	10
0	0	$\emptyset$	0	$\emptyset$
1	$\emptyset$	1	1	$\emptyset$

X_{29}

31)

		$a_1 a_0$			
		00	01	11	10
a_2	0	1	0	0	$\emptyset$
	1	1	$\emptyset$	0	$\emptyset$

X_{30}

32)

		$a_1 a_0$			
		00	01	11	10
a_2	0	0	$\emptyset$	0	$\emptyset$
	1	1	0	0	$\emptyset$

X_{31}

Exercice 2

Déterminer l'équation simplifiée de la sortie Y_i dans chacun des cas suivants :

1)

$a_3 a_2$		$a_1 a_0$			
		00	01	11	10
00	00	1	1	0	0
	01	1	1	0	0
	11	1	1	0	0
	10	1	1	0	0

Y_0

2)

$a_3 a_2$		$a_1 a_0$			
		00	01	11	10
00	00	0	1	1	0
	01	0	1	1	0
	11	0	1	1	0
	10	0	1	1	0

Y_1

3)

$a_3 a_2$		$a_1 a_0$			
		00	01	11	10
00	00	0	0	1	1
	01	0	0	1	1
	11	0	0	1	1
	10	0	0	1	1

Y_2

4)

$a_3 a_2$		$a_1 a_0$			
		00	01	11	10
00	00	1	0	0	1
	01	1	0	0	1
	11	1	0	0	1
	10	1	0	0	1

Y_3

5)

$a_3 a_2$		$a_1 a_0$			
		00	01	11	10
00	00	1	1	1	1
	01	1	1	1	1
	11	0	0	0	0
	10	0	0	0	0

Y_4

6)

$a_3 a_2$		$a_1 a_0$			
		00	01	11	10
00	00	0	0	0	0
	01	1	1	1	1
	11	1	1	1	1
	10	0	0	0	0

Y_5

7)

$a_3 a_2$		$a_1 a_0$			
		00	01	11	10
00	00	0	0	0	0
01	01	0	0	0	0
11	11	1	1	1	1
10	10	1	1	1	1

y_6

8)

$a_3 a_2$		$a_1 a_0$			
		00	01	11	10
00	00	1	1	1	1
01	01	0	0	0	0
11	11	0	0	0	0
10	10	1	1	1	1

y_7

9)

$a_3 a_2$		$a_1 a_0$			
		00	01	11	10
00	00	0	1	1	0
01	01	0	1	1	0
11	11	1	1	1	1
10	10	1	1	1	1

y_8

10)

$a_3 a_2$		$a_1 a_0$			
		00	01	11	10
00	00	1	1	1	1
01	01	0	1	1	0
11	11	0	1	1	0
10	10	1	1	1	1

y_9

11)

$a_3 a_2$		$a_1 a_0$			
		00	01	11	10
00	00	0	1	1	0
01	01	1	1	1	1
11	11	1	1	1	1
10	10	0	1	1	0

y_{10}

12)

$a_3 a_2$		$a_1 a_0$			
		00	01	11	10
00	00	1	1	1	1
01	01	1	1	1	1
11	11	0	1	1	0
10	10	0	1	1	0

y_{11}

13)

$a_3 a_2$		$a_1 a_0$			
		00	01	11	10
00	00	0	1	1	0
01	01	1	0	0	1
11	11	1	1	1	1
10	10	0	1	1	0

y_{12}

14)

$a_3 a_2$		$a_1 a_0$			
		00	01	11	10
00	00	1	1	0	0
01	01	1	1	0	0
11	11	0	0	1	1
10	10	0	0	1	1

y_{13}

15)

$a_3 a_2$		$a_1 a_0$			
		00	01	11	10
	00	0	1	0	1
	01	0	1	0	1
	11	0	1	0	1
	10	0	1	0	1

y_{14}

16)

$a_3 a_2$		$a_1 a_0$			
		00	01	11	10
	00	0	1	0	1
	01	0	1	0	1
	11	0	0	0	0
	10	0	1	0	1

y_{15}

17)

$a_3 a_2$		$a_1 a_0$			
		00	01	11	10
	00	0	0	0	0
	01	0	1	1	0
	11	0	1	1	0
	10	0	0	0	0

y_{16}

18)

$a_3 a_2$		$a_1 a_0$			
		00	01	11	10
	00	1	0	0	1
	01	0	0	0	0
	11	0	0	0	0
	10	1	0	0	1

y_{17}

19)

$a_3 a_2$		$a_1 a_0$			
		00	01	11	10
	00	0	0	0	0
	01	1	0	1	1
	11	1	0	1	1
	10	1	0	0	1

y_{18}

20)

$a_3 a_2$		$a_1 a_0$			
		00	01	11	10
	00	1	0	0	1
	01	1	1	1	1
	11	0	1	1	0
	10	1	0	0	1

y_{19}

21)

$a_3 a_2$		$a_1 a_0$			
		00	01	11	10
	00	0	1	1	0
	01	1	0	0	1
	11	1	0	0	1
	10	0	1	1	0

y_{20}

22)

$a_3 a_2$		$a_1 a_0$			
		00	01	11	10
	00	1	0	0	1
	01	0	1	1	0
	11	0	1	1	0
	10	1	0	0	1

y_{21}

23)

$a_3 a_2$	$a_1 a_0$			
	00	01	11	10
00	0	0	1	1
01	0	0	1	1
11	1	1	0	0
10	1	1	0	0

y_{22}

24)

$a_3 a_2$	$a_1 a_0$			
	00	01	11	10
00	1	1	0	0
01	1	1	0	0
11	0	0	1	1
10	0	0	1	1

y_{23}

25)

$a_3 a_2$	$a_1 a_0$			
	00	01	11	10
00	0	0	1	1
01	0	1	1	1
11	1	1	1	0
10	1	1	0	0

y_{24}

26)

$a_3 a_2$	$a_1 a_0$			
	00	01	11	10
00	1	1	0	0
01	1	1	1	0
11	0	1	1	1
10	0	0	1	1

y_{25}

27)

$a_3 a_2$	$a_1 a_0$			
	00	01	11	10
00	1	1	0	0
01	1	0	0	0
11	0	0	0	1
10	0	0	1	1

y_{26}

28)

$a_3 a_2$	$a_1 a_0$			
	00	01	11	10
00	0	0	1	1
01	0	0	0	1
11	1	0	0	0
10	1	1	0	0

y_{27}

29)

$a_3 a_2$	$a_1 a_0$			
	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	0	0	0
11	0	0	0	0
10	0	0	0	0

y_{28}

30)

$a_3 a_2$	$a_1 a_0$			
	00	01	11	10
00	1	1	1	1
01	1	1	1	1
11	1	1	1	1
10	1	1	1	1

y_{29}

31)

$a_3 a_2$		$a_1 a_0$			
		00	01	11	10
	00	1	1	1	1
	01	0	1	1	0
	11	0	1	1	0
	10	0	1	1	0

Y_{30}

32)

$a_3 a_2$		$a_1 a_0$			
		00	01	11	10
	00	1	1	0	0
	01	0	0	0	0
	11	0	0	0	0
	10	1	1	1	1

Y_{31}

33)

$a_3 a_2$		$a_1 a_0$			
		00	01	11	10
	00	0	0	0	0
	01	1	0	0	0
	11	1	0	1	1
	10	0	0	1	1

Y_{32}

34)

$a_3 a_2$		$a_1 a_0$			
		00	01	11	10
	00	0	0	1	1
	01	0	0	1	0
	11	0	1	1	0
	10	0	1	1	0

Y_{33}

35)

$a_3 a_2$		$a_1 a_0$			
		00	01	11	10
	00	0	∅	1	∅
	01	0	∅	1	∅
	11	0	∅	1	∅
	10	0	∅	1	∅

Y_{34}

36)

$a_3 a_2$		$a_1 a_0$			
		00	01	11	10
	00	∅	1	∅	0
	01	∅	1	∅	0
	11	∅	1	∅	0
	10	∅	1	∅	0

Y_{35}

37)

$a_3 a_2$		$a_1 a_0$			
		00	01	11	10
	00	∅	∅	1	0
	01	∅	1	1	0
	11	1	∅	∅	0
	10	∅	∅	1	0

Y_{36}

38)

$a_3 a_2$		$a_1 a_0$			
		00	01	11	10
	00	∅	1	∅	0
	01	∅	1	1	1
	11	∅	1	∅	0
	10	∅	1	∅	0

Y_{37}

39)

$S_3 S_2$		$S_3 S_1 S_0$							
		000	001	011	010	110	111	101	100
00		1	0	1	0	0	1	0	1
01		1	0	1	0	0	1	0	1
11		1	0	1	0	0	1	0	1
10		1	0	1	0	0	1	0	1

Y_{38}

40)

$S_3 S_2$		$S_3 S_1 S_0$							
		000	001	011	010	110	111	101	100
00		1	0	1	0	0	1	0	1
01		1	0	1	0	0	1	0	1
11		0	0	0	0	0	0	0	0
10		0	0	0	0	0	0	0	0

Y_{39}

41)

$S_3 S_2$		$S_3 S_1 S_0$							
		000	001	011	010	110	111	101	100
00		1	1	1	1	1	1	1	1
01		1	1	1	1	1	1	1	1
11		0	0	0	0	0	0	0	0
10		0	0	0	0	0	0	0	0

Y_{40}

42)

$S_3 S_2$		$S_3 S_1 S_0$							
		000	001	011	010	110	111	101	100
00		1	1	1	1	1	1	1	1
01		0	0	0	0	0	0	0	0
11		1	1	1	1	1	1	1	1
10		0	0	0	0	0	0	0	0

Y_{41}

43)

$S_3 S_2$		$S_3 S_1 S_0$							
		000	001	011	010	110	111	101	100
00		0	0	0	0	1	1	1	1
01		1	1	1	1	0	0	0	0
11		0	0	0	0	1	1	1	1
10		1	1	1	1	0	0	0	0

Y_{42}

44)

$S_3 S_2$		$S_3 S_1 S_0$							
		000	001	011	010	110	111	101	100
S_3	00	1	1	1	1	1	1	1	1
	01	1	1					1	1
	11	1	1					1	1
	10	1	1	1	1	1	1	1	1

Y_{43}

45)

$S_3 S_2$		$S_3 S_1 S_0$							
		000	001	011	010	110	111	101	100
S_3	00	∅	∅	1	1	1	1	∅	∅
	01	∅	∅	∅	∅	-	∅	∅	∅
	11	∅	∅	∅	∅	∅	∅	∅	∅
	10	∅	∅	1	1	1	1	∅	∅

Y_{44}

46)

$S_3 S_2$		$S_3 S_1 S_0$							
		000	001	011	010	110	111	101	100
S_3	00	∅	∅	1	1	1	1	∅	∅
	01	∅	∅	∅	∅	0	∅	∅	∅
	11	∅	∅	∅	∅	∅	∅	∅	∅
	10	∅	0	1	1	1	1	∅	∅

Y_{45}

47)

$S_3 S_2$		$S_3 S_1 S_0$							
		000	001	011	010	110	111	101	100
S_3	00	∅	∅	1	0	0	1	∅	∅
	01	∅	∅	∅	∅		∅	∅	∅
	11	∅	∅	0	∅	∅	0	∅	∅
	10	∅	∅	1	0	0	1	∅	∅

Y_{46}

48)

$S_3 S_2$		$S_3 S_1 S_0$							
		000	001	011	010	110	111	101	100
S_3	00	0	0	1	1	1	1	0	0
	01	1	0	0	1	1	0	0	1
	11	1	0	0	1	1	0	0	1
	10	0	0	1	1	1	1	0	0

Y_{47}

49)

$S_3 S_2$		$S_3 S_1 S_0$							
		000	001	011	010	110	111	101	100
00	00	1	0	0	1	1	0	0	1
	01	1	0	0	1	1	0	0	1
	11	1	0	0	1	1	0	0	1
	10	1	0	0	1	1	0	0	1

Y_{48}

Exercice 3 :

Soit les tables de vérités suivantes :

1) Donner les expressions des sorties des différents table de vérité sous leur première forme canonique (en groupant les « 1 » : somme des produits).

2) Donner les expressions des sorties des différents table de vérité sous leur deuxième forme canonique (en groupant les « 0 » : produit des sommes).

T1

S2	S1	S0	M0
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

T2

S2	S1	S0	M1
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

T3

S2	S1	S0	M1
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

T4

S2	S1	S0	M2
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	0

T5

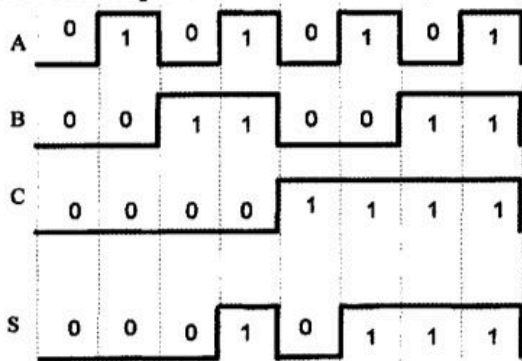
S2	S1	S0	M2
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	0

T6

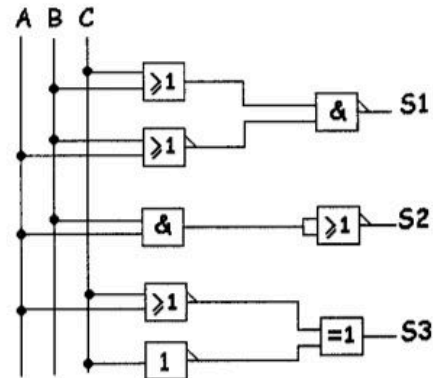
S2	S1	S0	M2
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	0

Exercice 4 :

Déterminer l'équation de S sous sa première forme canonique en fonction de A, B et C.



Donner les équations de S1, S2 et S3



Exercice 5 :

On donne l'équation logique des variables de sortie $H_1 = (a + b) \cdot c$ et $H_2 = (a + b) \cdot (a + c)$

1. Tracer le électrique à contacts de H_1 et H_2
2. a- Tracer le logigramme de H_1 et H_2 en utilisant les fonctions logiques de base.
b- Donner le nombre de circuits intégrés à utiliser.
3. a- Tracer le logigramme de H_1 et H_2 en utilisant les fonctions NOR.
b- Donner le nombre de circuits intégrés à utiliser.
4. a- Tracer le logigramme de H_1 et H_2 en utilisant les fonctions NAND.
b- Donner le nombre de circuits intégrés à utiliser.

Exercice 6 :

Soit la table de vérité suivante :

a	b	c	d	X	Y	Z
0	0	0	0	0	1	0
0	0	0	1	1	0	0
0	0	1	0	0	1	0
0	0	1	1	-	-	-
0	1	0	0	-	-	-
0	1	0	1	1	0	0
0	1	1	0	-	-	-
0	1	1	1	-	-	-
1	0	0	0	-	-	-
1	0	0	1	-	-	-
1	0	1	0	1	0	0
1	0	1	1	0	1	0
1	1	0	0	0	0	1
1	1	0	1	-	-	-
1	1	1	0	1	0	0
1	1	1	1	1	0	0

1. Simplifier les équations logiques des sorties X, Y et Z graphiquement.
2. Donner le logigramme de X, Y et Z en utilisant que les fonctions logiques de base.
3. a. Écrire les sorties de X, Y et Z en utilisant que des opérateurs **NAND** à deux entrées.
b. Donner le logigramme de X, Y et Z en utilisant que les portes logiques **NAND**.
4. a. Écrire les sorties de X, Y et Z en utilisant que des opérateurs **NOR** à deux entrées.
b. Donner le logigramme de X, Y et Z en utilisant que les portes logiques **NOR**.

Problèmes

Problème 1: Indicateur de niveaux d'un liquide dans un réservoir

Soient deux réservoirs R1 et R2 dont le niveau pour chacun est contrôlé par un détecteur de niveau **haut** (a pour R1, b pour R2) et un détecteur de niveau **bas** (c pour R1, d pour R2). On écrira a, b, c, d, lorsqu'il y aura du liquide et a, b, c, d en l'absence de liquide. On dispose de trois voyants V1, V2, V3, qui fonctionnent dans les conditions suivantes:

V1 = 1 si les deux réservoirs sont pleins.

$V_2 = 1$ si les deux réservoirs sont vides.

$V_3 = 1$ dans tous les autres cas (réservoir à moitié plein ou un réservoir plein un autre vide...).

Un certain nombre de combinaisons sont technologiquement impossibles, les sorties V_1 , V_2 , V_3 , prendront dans ces cas une valeur indéterminée (Φ).

1) Etablir la table de vérité de ce système.

2) Déterminer les équations logiques simplifiées.

3) Réaliser le logigramme de V_1 , V_2 , V_3 avec des portes NAND.

a) Compléter la table de vérité suivante :

a	b	c	d	V_1	V_2	V_3
0	0	0	0			
0	0	0	1			
0	0	1	0			
0	0	1	1			
0	1	0	0			
0	1	0	1			
0	1	1	0			
0	1	1	1			
1	0	0	0			
1	0	0	1			
1	0	1	0			
1	0	1	1			
1	1	0	0			
1	1	0	1			
1	1	1	0			
1	1	1	1			

b) Déterminer les équations simplifiées de V_1 , V_2 et V_3

	00	01	11	10
00				
01				
11				
10				

	00	01	11	10
00				
01				
11				
10				

	00	01	11	10
00				
01				
11				
10				

Problème 2 : Monte-charge automatique

Un monte charge permet de monter des caisses pleines et de faire descendre les caisses vides.

Les caisses pleines pèsent entre 100kg et 120kg. Vides, elles pèsent de 6kg à 8kg.

Le monte-charge est un système de pesage à ressorts et 4 capteurs :

a	b	c	d		Monte-charge
0	0	0	0	Charge = 0 kg	Ne doit pas bouger
1	0	0	0	Charge > 5 kg	Peut descendre (D) si charge < 9kg
1	1	0	0	Charge > 9 kg	Ne doit pas bouger si charge < 95kg
1	1	1	0	Charge > 95 kg	Peut monter (M) si charge < 125 kg
1	1	1	1	Charge > 125 kg	Ne doit pas bouger, alarme (A=1)

Etablir la table de vérité pour D, M et A en fonction de a, b, c et d :

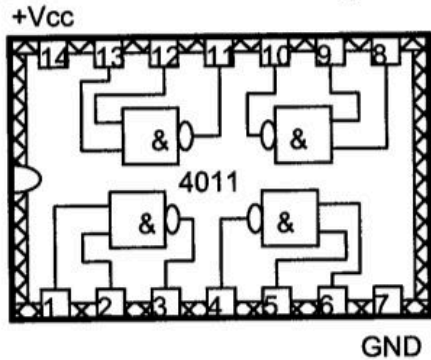
a	b	c	d	D	M	A
0	0	0	0			
1	0	0	0			
1	1	0	0			
1	1	1	0			
1	1	1	1			

3- Représenter le Schéma électrique à contacts

II. ETUDE DES CIRCUITS LOGIQUES (2) & (3) :

La commande de la montée OU de la descente de la charge ; une lampe Verte (V) s'allume .
De même le déplacement du palan à gauche OU à droite ; une lampe Rouge (R) s'allume .

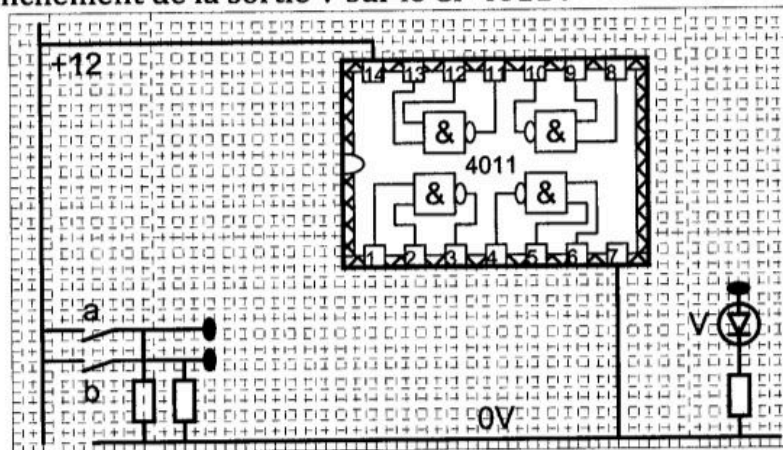
1. Ecrire les équations de V et de R en fonction des variables (a , b , c , d)
2. On voudrais réaliser le câblage de V avec un seul CI 4011 dont le brochage est le suivant :



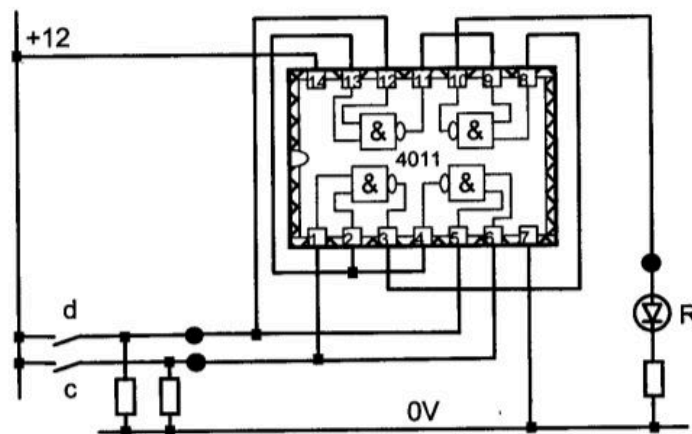
N.B :

$$x \cdot \bar{y} = x \cdot (\bar{x} + \bar{y})$$

- 2.1. Exprimer la fonction V à l'aide des opérateurs NAND à deux entrées
- 2.2. Tracer le logigramme de la sortie V
- 2.3. Effectuer le branchement de la sortie V sur le CI 4011 :



3. Le circuit suivant représente le câblage de la lampe R :



Retrouver le logigramme et l'équation de R