

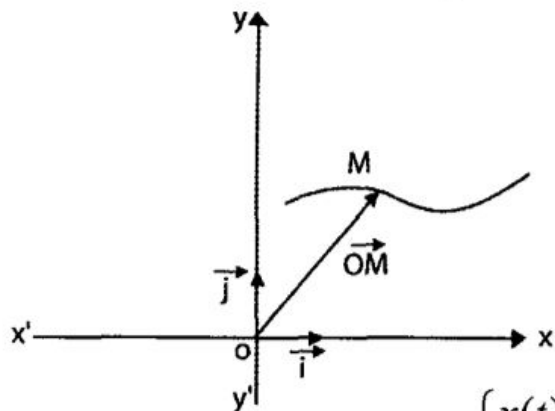
CINEMATIQUE D'UN POINT MATERIEL

- Trajectoire d'un mobile :

- La trajectoire d'un mobile représente l'ensemble des positions occupées par le mobile au cours de son mouvement.
- La trajectoire d'un mobile dépend du référentiel choisi.

- Vecteur position- Equation de la trajectoire :

$\overrightarrow{OM}$: vecteur position dans $R R(o, \vec{i}, \vec{j})$



$$\overrightarrow{OM} \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix}$$

Les lois horaires du mouvement $\begin{cases} x(t) \\ y(t) \end{cases}$

L'équation de la trajectoire : $y = f(x)$

On exprime y en fonction de x en éliminant le temps.

- Vecteur vitesse moyenne :

$$\overrightarrow{V}_m = \frac{\Delta \overrightarrow{OM}}{\Delta t} = \frac{\overrightarrow{OM}_2 - \overrightarrow{OM}_1}{t_2 - t_1}$$

$$\overrightarrow{V}_m \begin{pmatrix} V_{mx} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} \\ V_{my} = \frac{y_2 - y_1}{t_2 - t_1} \end{pmatrix}$$

La valeur de la vitesse moyenne est :

$$\|\overrightarrow{V}_m\| = \sqrt{V_{mx}^2 + V_{my}^2}$$

$\downarrow$
 m.s^{-1}

- Vecteur vitesse instantanée :

$$\overrightarrow{V} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \overrightarrow{V}_m = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}$$

$$\overrightarrow{OM} \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} \begin{matrix} \xrightarrow{\text{dérivée}} \\ \xleftarrow{\text{primitive}} \end{matrix} \vec{V} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} \begin{pmatrix} V_x = \frac{dx}{dt} \\ V_y = \frac{dy}{dt} \end{pmatrix}$$

On note $\overrightarrow{OM}$: primitive
de $\vec{V}$: $\overrightarrow{OM} = \int \vec{V} dt$

- Vecteur accélération moyenne :

$$\vec{a}_m = \frac{\Delta \vec{V}_m}{\Delta t}$$

- Vecteur accélération instantanée :

$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{d^2\overrightarrow{OM}}{dt^2}$$

$$\vec{V} = \int \vec{a} dt$$

$\vec{V}$: primitive de $\vec{a}$

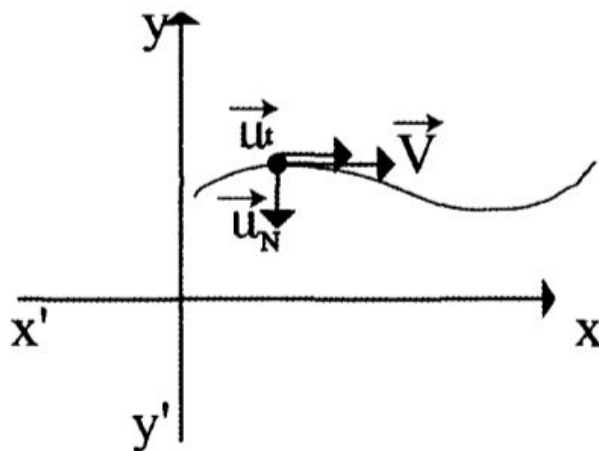
$$\vec{V} \begin{pmatrix} V_x \\ V_y \end{pmatrix} \begin{matrix} \xrightarrow{\text{dérivée}} \\ \xleftarrow{\text{primitive}} \end{matrix} \vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} \begin{pmatrix} a_x = \frac{dV_x}{dt} \\ a_y = \frac{dV_y}{dt} \end{pmatrix}$$

La valeur du vecteur accélération est :

$$\|\vec{a}\| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$$

$\downarrow$
 $m.s^{-2}$

- Accélération tangentielle ; accélération normale :



Soit le repère de Frenet (repère local)

$$R(M; \vec{u}_t; \vec{u}_N)$$

Avec : $\vec{u}_t$: vecteur unitaire tangent à la trajectoire.

$\vec{u}_N$: vecteur unitaire normale (perpendiculaire à $\vec{u}_t$)

$\Rightarrow$ En tout point le vecteur vitesse est tangent à la trajectoire donc porté par

$$\vec{u}_t : \boxed{\vec{V} = V \vec{u}_t}$$

Le vecteur accélération $\vec{a}$ peut être décomposé dans ce repère

$$\boxed{\vec{a} = a_t \vec{u}_t + a_N \vec{u}_N}$$

$\left\{ \begin{array}{l} a_t : \text{accélération tangentielle} \end{array} \right.$

$\left\{ \begin{array}{l} a_N : \text{accélération normale} \end{array} \right.$

$$\boxed{a_t = \frac{dv}{dt}}$$

$$\boxed{a_N = \frac{V^2}{R_c}} \text{ avec } \left\{ \begin{array}{l} v : \text{vitesse en M(m.s}^{-1}\text{)} \\ R_c : \text{rayon de la courbure (m)} \end{array} \right.$$

$\downarrow$
 $m.s^{-2}$

Remarque : Au point S : sommet d'une trajectoire parabolique $\vec{V} \perp \vec{a}$.

$$\Rightarrow \boxed{\vec{a}_t = \vec{0}} \text{ et } \boxed{\|\vec{a}\| = \|a_N\|}$$