

Nombres complexes

Exercice N 1

soit z un nombre complexe tel que: zi . On pose $z = x + iy$ avec $(x; y) \in \mathbb{R}$. Soit le nombre complexe:

$$Z = \frac{z+2}{z-i}$$

1 Montrer que: $Re(Z) = \frac{x^2 + y^2 + 2x - y}{x^2 + (y-1)^2}$ et $Im(Z) = \frac{x - 2y + 2}{x^2 + (y-1)^2}$

2 Déterminer l'ensemble des points $M(z)$ du plan tels que Z est réel

3 Déterminer l'ensemble des points $M(z)$ du plan tels que Z est imaginaire pur.

4 Déterminer l'ensemble des points $M(z)$ du plan tels que $|Z| = 1$.



Exercice N 2

1 Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation: $z^2 - 8z + 25 = 0$.

2 On considère dans le plan complexe est rapport à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$. On considère les points A, B et C d'affixes respectives: $a = 4 + 3i; b = 4 - 3i$ et $c = 10 + 3i$. Soit t la translation de vecteur $\overrightarrow{BC}$.

a Montrer que l'affixe du point D l'image du point A par la translation t est $d = 10 + 9i$.

b Vérifier que: $\frac{b-a}{d-a} = -\frac{1}{2}(1+i)$ et Écrire $-\frac{1}{2}(1+i)$ sous forme trigonométrique.

c Montrer que: $(\widehat{AD, AB}) \equiv \frac{5\pi}{4} [2\pi]$

Exercice N 3

Le plan complexe est rapport à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$. On considère les points A, B et C d'affixes respectives: $a = 2i$, $b = \sqrt{3} + i$ et $c = \sqrt{3} + 3i$.

1 Écrire les deux nombres complexes b et c sous forme trigonométrique.

2 Écrire sous forme trigonométrique le nombre complexe $\frac{b-a}{c-a}$.
En déduire la nature du triangle ABC .

3 Vérifier que: $b = c - a$ puis en déduire la nature du quadrilatère $OBCA$.

4 Montrer que c^{2007} est un réel négatif.



Exercice N 4

Le plan complexe est rapport à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$ On considère les points A, B et C d'affixes respectives: $a = -\sqrt{2}$, $b = 1 + i$ et $c = 1 - i$.

1 a Écrire sous forme trigonométrique le nombre complexe: $\frac{b-a}{c-a}$

b En déduire une mesure de l'angle $(\vec{AC}, \vec{AB})$

2 Vérifier que (OA) est la médiatrice du segment $[BC]$ Et en déduire que: $(\vec{AO}, \vec{AB}) \equiv \frac{\pi}{8} [2\pi]$

3 a Écrire sous forme algébrique puis trigonométrique le nombre complexe: $\frac{a-b}{a}$.

b En déduire les valeurs de $\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)$ et $\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)$.

Exercice N 5

On considère les nombres complexes suivants: $a = 1 - i$, $b = \frac{\sqrt{3}+1}{2} + i\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ et $c = \frac{\sqrt{3}-1}{2} + i\frac{\sqrt{3}+1}{2}$

1 a Montrer que: $\frac{c}{a} = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$. Puis Déterminer un argument du nombre $\frac{c}{a}$.

b Déterminer un argument du nombre a puis déduire un argument du nombre c .

c Vérifier que: $c = b - a$

2 Dans Le plan complexe est rapport à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$.
On considère les points $A(a)$, $B(b)$ et $C(c)$.

a Montrer que le triangle ABC est isocèle en B .

b Déterminer une mesure de l'angle orienté $(\vec{BC}, \vec{BA})$.

c Déterminer l'ensemble des points $M(z)$ tels que: $|z - c| = |z - a|$.



Exercice N 6

On considère dans le plan complexe les points A et B d'affixes respectives: $a = \sqrt{3} + 1 + i(\sqrt{3} - 1)$ et $b = \sqrt{3} - 1 + i(\sqrt{3} + 1)$

1 Montrer que: $a^2 = 4(\sqrt{3} + i)$ et que: $b = i\bar{a}$.

2 Déterminer la forme trigonométrique du nombre complexe $4(\sqrt{3} + i)$

3 Déduire la forme trigonométrique des nombres complexes a et b .

4 Calculer $\arg\left(\frac{b}{a}\right)$ puis déduire la nature du triangle OAB .

Exercice N 7

Le plan complexe est rapport à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$.
Soit la translation t de vecteur $\vec{u}$ d'affixe $2 - \sqrt{2} + i(2 - \sqrt{6})$.
Et on considère le point A d'affixe $a = \sqrt{2} + i\sqrt{6}$.

1 Donner l'écriture complexe de la translation t .

2 Déterminer b l'affixe du point B image du point A par la translation t .



3 on pose $c = \frac{a}{b}$. Écrire les nombres a , b et c sous la forme trigonométrique

4 Écrire sous la forme algébrique le nombre c .

5 En déduire les valeurs de: $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$ et $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$

6 Écrire sous la forme algébrique le nombre c^{2007}



Exercice N 8

Le plan complexe est rapport à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$.

On considère les points A, B, S et Ω d'affixes respectives: $a = -2 + 4i, b = -4 + 2i, s = -5 + 5i$ et $\omega = -2 + 2i$

soit h l'homothétie de centre S et de rapport 3.

On désigne par C l'image de A par l'homothétie h et D l'image de B par l'homothétie h .

1 a Déterminer l'écriture complexe de l'homothétie h .

b Montrer que l'affixe du point C est $c = 4 + 2i$ et l'affixe du point D est $d = -2 - 4i$.

c Montrer que les points A, B, C et D sont cocycliques.

2 soit P le milieu du segment $[AC]$.

a Déterminer p l'affixe du point P .

b Montrer que: $\frac{\omega - p}{d - p} = \frac{1}{2}i$. En déduire que: $DB = 2P\Omega$ et que: $\left(\widehat{DB, P\Omega}\right) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$

Exercice N 9

1 Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation: $\frac{1}{4}z^2 - \sqrt{3}z + 4 = 0$.

2 Dans Le plan complexe rapport à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$.

On considère les points A, B et C d'affixes respectives:

$a = 2\sqrt{3} + 2i, b = 2\sqrt{3} - 2i$ et $c = -8i$.

a Écrire sous la forme trigonométrique le nombre a et en déduire que a^{2022} est un réel négatif.

b Montrer que: $\frac{a}{b} = \frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$. Et en déduire que le triangle OAB est équilatéral.

3 Soit z l'affixe du point M du plan et z' l'affixe du point M' image de M par la rotation R de centre O et d'angle $\frac{2\pi}{3}$.

a Montrer que: $z' = \left(-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)z$



b Vérifier que $d = 4\sqrt{3} + 4i$ est l'affixe du point D l'image du point C par la rotation R .

c Calculer $\frac{d}{a}$ et en déduire que les points O, A et D sont alignés.

Exercice N 10

On considère les nombres complexes a et b tels que: $a = \sqrt{3} + i$ et $b = \sqrt{3} - 1 + (\sqrt{3} + 1)i$.

1 a Vérifier que: $b = (1 + i)a$.

b En déduire que: $|b| = 2\sqrt{2}$ et $\arg(b) \equiv \left(\frac{5\pi}{12}\right) [2\pi]$

c Déduire de ce qui précède que: $\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$.

2 Le plan complexe est rapport à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$.

On considère les points A et B d'affixes respectives a et b et le point C d'affixe c telle que $c = -1 + i\sqrt{3}$.

a Vérifier que $c = ia$ et en déduire que: $OA = OC$ et $\left(\widehat{OA, OC}\right) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$.

b Montrer que le point B est l'image du point A par la translation t de vecteur $\vec{OC}$.

c En déduire que le quadrilatère $OABC$ est un carré.



Exercice N 11

1 Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation: $2z^2 + 2z + 5 = 0$

2 Dans le plan complexe rapport à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$, on considère la rotation R de centre O et d'angle $\frac{2\pi}{3}$.

a Écrire sous la forme trigonométrique le nombre complexe $d = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$.

b On considère le point A d'affixe a et le point B image du point A par la rotation R . Soit b l'affixe du point B . Montrer que: $b = da$.

3 Soit t la translation de vecteur $\vec{OA}$ et C l'image de B par la translation t et c l'affixe du point C .

a Vérifier que: $c = b + a$ et en déduire que: $c = a\left(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

b Déterminer $\arg\left(\frac{c}{a}\right)$ puis en déduire que le triangle OAC est équilatéral.



Exercice N 12

1 Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation: $z^2 - 2\sqrt{2}z + 4 = 0$.

2 Dans le plan complexe rapport à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$, on considère le point A d'affixe $a = \sqrt{2}(1 - i)$ et la rotation R de centre O et d'angle $\frac{\pi}{3}$.

a Écrire a sous forme trigonométrique.

b Vérifier que l'affixe du point B l'image du point A par la rotation R est:
 $b = 2\left(\cos\left(\frac{\pi}{12}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)\right)$

3 Soit D l'image du point C par la translation t du vecteur $\vec{u}$ d'affixe $6 + 4i$.

a Montrer que l'affixe d du point D est: $d = 1 + 3i$.

b Montrer que $\frac{b-d}{a-d} = 2$: puis déduire que le point A est le milieu du segment $[BD]$.

Exercice N 16

1 Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation: $z^2 - \sqrt{2}z + 2 = 0$.

2 On considère le nombre complexe: $u = \frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{6}}{2}$.

a Montrer que le module de u est $\sqrt{2}$ et que: $\arg(u) \equiv \frac{\pi}{3}[2\pi]$.

b En utilisant l'écriture de u sous forme trigonométrique.
Montrer que: u^6 est un nombre réel.

3 Le plan complexe est rapport à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$.

On considère les points A et B d'affixes respectives $a = 4 - 4i\sqrt{3}$ et $b = 8$.

Soit z l'affixe du point M du plan et z' l'affixe du point M' image de M par la rotation R de centre O et d'angle $\frac{\pi}{3}$.

a Exprimer z' en fonction de z .

b Vérifier que B est l'image de A par la rotation R et en déduire que le triangle OAB est équilatéral.



Exercice N 17

1 Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation: $z^2 - 8z + 41 = 0$.

2 Dans le plan complexe est rapport à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$. On considère les points A, B, C et Ω d'affixes respectives: $a = 4 + 5i, b = 3 + 4i, c = 6 + 7i$ et $\omega = 4 + 7i$.

a Calculer $\frac{c-b}{a-b}$ puis en déduire que les points A, B et C sont alignés.

b Soit z l'affixe du point M du plan et z' l'affixe du point M' image de M par la rotation R de centre Ω et d'angle $-\frac{\pi}{2}$. Montrer que: $z' = -iz - 3 + 11i$

c Déterminer l'image du point C par la rotation R , puis donner une forme trigonométrique du nombre complexe $\frac{a-\omega}{c-\omega}$

Exercice N 18

1 Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation: $z^2 - 4z + 29 = 0$.

2 Dans le plan complexe est rapport à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$.

On considère les points Ω, A et B d'affixes respectives: $\omega = 2 + 5i, a = 5 + 2i$ et $b = 5 + 8i$.

a Soit u le nombre complexe tel que $u = b - \omega$.

Vérifier que $u = 3 + 3i$ puis montrer que $\arg(u) \equiv \frac{\pi}{4}[2\pi]$.



- 3 a On considère le point C d'affixe $c = 1 + i$, Montrer que: $b^2 - c^2 = 2\sqrt{3}$.
- b Soit t la translation de vecteur $\overrightarrow{OD}$ et D l'image de B par la translation t
Montrer que: $OD = |b + c|$
- c En déduire que: $OD \cdot BC = 2\sqrt{3}$

Exercice N 13

Dans le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$.
On considère les points A, B et C d'affixes respectives: $a = 7 + 2i, b = 4 + 8i$ et $c = -2 + 5i$.

- 1 a Vérifier que: $(1 + i)(-3 + 6i) = -9 + 3i$, puis montrer que: $\frac{c - a}{b - a} = 1 + i$.
- b En déduire que: $AC = AB\sqrt{2}$ et donner une mesure de l'angle orienté $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$.
- 2 Soit R la rotation de centre B et d'angle $\frac{\pi}{2}$.
- a Montrer que l'affixe du point D image du point A par la rotation R est $d = 10 + 11i$.
- b Calculer $\frac{d - c}{b - c}$ et en déduire que les points B, C et D sont alignés.

Exercice N 14

- 1 a Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation: $z^2 - 8z + 32 = 0$.
- b On considère le nombre complexe: $a = 4 + 4i$.
Écrire le nombre complexe a sous forme trigonométrique, puis en déduire que a^{12} est un réel négatif.
- 2 Dans le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$. On considère les points A, B et C d'affixes respectives: $a = 4 + 4i, b = 2 + 3i$ et $c = 3 + 4i$.
Soit z l'affixe du point M du plan et z' l'affixe du point M' image de M par la rotation R de centre C et d'angle $\frac{\pi}{2}$.
- a Montrer que: $z' = iz + 7 + i$.
- b Vérifier que l'affixe du point D image du point A par la rotation R est $d = 3 + 5i$.
- c Montrer que l'ensemble des points $M(z)$ tels que: $|z - 3 - 5i| = |z - 4 - 4i|$ est la droite (BC) .



Exercice N 15

- 1 Résoudre dans $\mathbb{C}$, l'équation: $z^2 + 10z + 26 = 0$.
- 2 Dans le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$.
On considère les points A, B, C et Ω d'affixes respectives: $a = -2 + 2i, b = -5 + i, c = -5 - i$ et $\omega = -3$.
- a Montrer que: $\frac{b - \omega}{a - \omega} = i$.
- b En déduire la nature du triangle ΩAB .



- b) Déterminer un argument du nombre complexe $\bar{u}$.
- c) Vérifier que: $a - \omega = \bar{u}$ puis en déduire que: $\Omega A = \Omega B$ et $\arg\left(\frac{b - \omega}{a - \omega}\right) \equiv \frac{\pi}{2} [2]$.
- d) On considère la rotation R de centre Ω et d'angle $\frac{\pi}{2}$.
Déterminer l'image du point A par la rotation R .

Exercice N 19

- 1) On considère dans l'ensemble des nombres complexes $\mathbb{C}$ l'équation: $(E): z^2 - 2(\sqrt{2} + \sqrt{6})z + 16 = 0$.
- a) Vérifier que: $\Delta = -4(\sqrt{6} - \sqrt{2})^2$.
- b) En déduire les solutions de l'équation (E) .
- 2) On considère les nombres complexes: $a = (\sqrt{6} + \sqrt{2}) + i(\sqrt{6} - \sqrt{2})$, $b = 1 + i\sqrt{3}$ et $c = \sqrt{2} + i\sqrt{2}$.
- a) Vérifier que: $b\bar{c} = a$ puis déduire que: $ac = 4b$.
- b) Écrire les deux nombres complexes a et b sous forme trigonométrique.
- c) En déduire que: $a = 4\left(\cos\left(\frac{\pi}{12}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)\right)$
- 3) Dans le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$.
On considère les points $B; C$ et D d'affixes respectives $b; c$ et d tel que $d = a^4$.
Soit z l'afixe du point M du plan et z' l'afixe du point M' image de M par la rotation R de centre O et d'angle $\frac{\pi}{12}$.
- a) Vérifier que: $z' = \frac{1}{4}az$.
- b) Déterminer l'image du point C par la rotation R .
- c) Déterminer la nature du triangle OBC .
- d) Montrer que $a^4 = 128b$ et en déduire que les points $O; B$ et D sont alignés.

Exercice N 20

- 1) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation: $z^2 - \sqrt{2}z + 1 = 0$.
- 2) On pose: $a = \frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}$.
- a) Écrire a sous forme trigonométrique puis en déduire que a^{2020} est un nombre réel.
- b) Soit le nombre complexe: $b = \cos\left(\frac{\pi}{8}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)$. Montrer que: $b^2 = a$.
- 3) Dans le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$.
On considère les points A, B et C d'affixes respectives $a; b$ et c tel que $c = 1$.
Soit R la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{8}$ et qui est transformer le point M d'afixe z au point M' d'afixe z' .

- a Vérifier que: $z' = bz$.
- b Déterminer l'image du point C par la rotation R , et Montrer que le point A est l'image du point B par la rotation R .
- 4 a Montrer que: $|a - b| = |b - c|$ puis en déduire la nature du triangle ABC .
- b Déterminer une mesure de l'angle $(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC})$.
- 5 On considère la translation t de vecteur $\vec{u}$, et soit le point D l'image du point A par la translation t .
- a Vérifier que l'abscisse du point D est $b^2 + 1$.
- b Montrer que: $\frac{b^2 + 1}{b} = b + \bar{b}$ puis en déduire que les points $O; B$ et D sont alignés.

Exercice N 21

- 1 a Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation: $z^2 - 3z + 3 = 0$.
- b On pose $a = \frac{3}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$. Écrire a sous forme trigonométrique.
- 2 On considère le nombre complexe $b = \frac{\sqrt{2}}{2}(1 + i)$. Vérifier que $b^2 = i$.
- 3 On pose: $h = \cos\left(\frac{\pi}{12}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$. Montrer que $h^4 + 1 = a$.
- 4 Dans le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$.
On considère le point B d'abscisse b et R la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{2}$.
- a Soit c l'abscisse du point C image du point B par la rotation R . Montrer que: $c = ib$.
- b En déduire la nature du triangle OBC .



Exercice N 22

- 1 Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation: $z^2 - 8z + 25 = 0$.
- 2 On considère dans le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$.
On considère les points $A; B; C$ et D d'abscisses respectives: $a = 3 + 4i; b = 3 - 4i; c = 2 + 3i$ et $d = 5 + 6i$.
- a Calculer $\frac{d - c}{a - c}$ et en déduire que les points A, C et D sont alignés.
- b Montrer que le nombre complexe $p = 3 + 8i$ est l'abscisse du point P l'image du point A par l'homothétie de centre B et de rapport $\frac{3}{2}$.
- 3 Écrire le nombre $\frac{d - p}{a - p}$ sous forme trigonométrique.
En déduire que $\frac{\pi}{4}$ est la mesure de l'angle $(\overrightarrow{PA}, \overrightarrow{PD})$ et $PA = \sqrt{2}PD$.



Exercice N 23

1 Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation: $z^2 - \sqrt{2}z + 1 = 0$.

2 On pose $a = \frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Écrire a sous forme trigonométrique puis en déduire que a^8 est un nombre réel.

3 Dans le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$.

On considère les points A, B et C d'affixes respectives a, b et c tels que: $b = \sqrt{2} + 1 + i$ et $c = \bar{b}$.
Soit z l'affixe du point M du plan et z' l'affixe du point M' image de M par la rotation R de centre O et d'angle $\frac{\pi}{4}$.

a Montrer que: $z' = az$.

b Vérifier que le point B est l'image du point C par la rotation R et en déduire la nature du triangle OBC .

c En déduire que $\arg b \equiv \frac{1}{2} \arg a[2\pi]$ puis déterminer un argument du nombre complexe b .

4 On pose: $h = \cos\left(\frac{\pi}{8}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)$. Montrer que: $h^4 + a^8 + \sqrt{2} = b$



Exercice N 24

Dans le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$.

On considère les points A, B et C d'affixes respectives: $a = \sqrt{3} + i, b = 1 + i$ et $c = 1 - i\sqrt{3}$.

1 Déterminer la forme trigonométrique de a, b et c .

2 Montrer que: $a^{24} + b^{24}$ est un nombre réel.

3 Donner la forme trigonométrique de $\frac{c}{a}$ et en déduire la nature du triangle OAC .

4 Soit t la translation de vecteur $\vec{CO}$ et D l'image de A par la translation T avec d l'affixe de D .

a Montrer que: $d = \sqrt{3} - 1 + i(\sqrt{3} + 1)$.

b Vérifier que: $d = ab$.

c En déduire $\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right)$ et $\sin\left(\frac{7\pi}{12}\right)$

5 Déterminer l'ensemble des points $M(z)$ tels que: $|z - 1 - i| = 6$



Exercice N 25

Dans le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$.

On considère les points A, B et C d'affixes respectives: $a = 9 + i, b = 9 - i$ et $c = 11 - i$.

1 a Montrer que: $\frac{c-b}{a-b} = -i$.

b En déduire que le triangle ABC est rectangle isocèle en B

2 Écrire sous forme trigonométrique le nombre complexe $4(1-i)$.

3 Montrer que: $(c-a)(c-b) = 4(1-i)$ et en déduire que: $ACBC = 42$.

Exercice N 26

- 1 On considère les nombres complexes suivants: $a = -\sqrt{2}(1+i)$ et $b = -\sqrt{3}+i$.
 - a Déterminer la forme trigonométrique des nombres a et b .
 - b Montrer que: $a^2 + b^2 = 0$.
 - c Déterminer la forme trigonométrique du nombre complexe $Z = \bar{a}b^2$.
- 2 Montrer les égalités suivantes: $\left(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{2016} = 1$ et $\left(\frac{i + \sqrt{3}}{2}\right)^{37} = \frac{i + \sqrt{3}}{2}$.
- 3 On considère le nombre complexe: $z = \sqrt{2 - \sqrt{3}} - i\sqrt{2 + \sqrt{3}}$.
 - a Calculer z^2 puis déterminer $|z^2|$ et $\arg(z^2)$.
 - b En déduire une écriture trigonométrique du nombre complexe z .
 - c Déduire de ce qui précède, les valeurs de $\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right)$ et $\sin\left(\frac{5\pi}{12}\right)$ puis celle de $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$ et $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$.
 - d Vérifier que: $z^{2016} \in \mathbb{R}_+$.



Exercice N 27

- 1 Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation: $z^2 - 12z + 61 = 0$.
- 2 Dans le plan complexe est rapport à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$.
On considère les points A, B et C d'afixes respectives: $a = 6 - 5i, b = 4 - 2i$ et $c = 2 + i$.
 - a Calculer $\frac{a-c}{b-c}$ et en déduire que les points A, B et C Sont alignés.
 - b On considère la translation t de vecteur $\vec{u} 1 + 5i$.
Vérifier que l'afixe du point D image du point C par La translation t est $d = 3 + 6i$.
 - c Montrer que: $\frac{d-c}{b-c} = -1 + i$ et que $\frac{3\pi}{4}$ est un argument du nombre complexe $-1 + i$.
 - d En déduire la mesure de l'angle $(\vec{CB}, \vec{CD})$.

Exercice N 28

- 1 Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation: $z^2 - 6z + 18 = 0$
- 2 Dans le plan complexe est rapport à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$.
On considère les points A et B d'afixes respectives: $a = 3 + 3i$ et $b = 3 - 3i$.
 - a Écrire les nombres complexes a et b sous forme trigonométrique.
 - b Montrer que b' l'afixe du point B' l'image du point B par la translation de vecteur $\vec{OA}$ est 6.
 - c Montrer que: $\frac{b-b'}{a-b'} = i$ et en déduire le triangle $AB'B$ est isocèle et rectangle en B' .
 - d En déduire que le quadrilatère $OAB'B$ est un carré.

