

CINEMATIQUE

Exercice 1 :

Par rapport à un repère fixe $(o, \vec{i}, \vec{j})$, le vecteur position d'un mobile M est : $\vec{OM} = 2t\vec{i} + 4t^2\vec{j}$.

- 1) a- Donner les équations horaires de mouvement de M .
b- Déterminer l'équation de la trajectoire du mobile .
c- En déduire la nature de trajectoire de M .
- 2) a- Déterminer les expressions des vecteurs vitesse $\vec{v}$ et accélération $\vec{a}$ de M .
b- Déterminer la valeur de $\vec{v}$ et de $\vec{a}$ à l'instant de date $t = 0s$.
c- En déduire le rayon de courbure de la trajectoire à cet instant .

Exercice 2 :

Le vecteur vitesse d'un mobile M se déplaçant dans un plan muni d'un repère orthonormé $(o, \vec{i}, \vec{j})$, s'écrit $\vec{v} = 2\vec{i} + (8t - 4)\vec{j}$ (en $m \cdot s^{-1}$).

Le mouvement débute à la date $t = 0s$, le mobile partant de la position d'abscisse $x_0 = 0m$ et d'ordonnée $y_0 = 0m$.

- 1) Ecrire l'expression en fonction du temps du vecteur accélération du mobile.
- 2) Déterminer les équations horaires du mouvement .
- 3) Montrer que l'équation de la trajectoire est celle d'une parabole .
- 4) Construire la courbe représentative de la trajectoire dans le repère $(o, \vec{i}, \vec{j})$ et représenter les vecteurs espace ; vitesse et accélération à la date $t_1 = 0,5s$.
- 5) Déterminer à la date t_1 précédente les valeurs de la vitesse et du rayon de courbure de la trajectoire .

Exercice 3:

Dans un repère orthonormé $(o, \vec{i}, \vec{j})$ le vecteur accélération est $\vec{a} = -4\vec{j}$. A l'instant de date $t_2 = 2s$ le mobile passe par le point $M_1 (6m, 12m)$ avec la vitesse $\vec{v}_1 = 3\vec{i} + 2\vec{j}$.

- 1) Déterminer à un instant t quelconque, le vecteur vitesse et le vecteur position.
- 2) Etablir l'équation de la trajectoire dans le repère $(o, \vec{i}, \vec{j})$.
- 3) a- Déterminer les coordonnées du sommet S de la trajectoire.
b- A quel instant t_s passe le mobile par le point S ?
c- Déterminer le vecteur $\vec{v}_s$ du mobile au point S.
d- Représenter l'allure de la trajectoire.
- 4) a - Déterminer les composantes tangentielle et normale de l'accélération à l'instant t_s .
b- En déduire le rayon de courbure de la trajectoire à l'instant t_s .

Exercice 4 :

Un mobile en mouvement dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$, sa position est donnée par le vecteur position:

$$\vec{OM} = (2t)\vec{i} + (-4t^2 + 6t - 2)\vec{j}$$

- 1- Ecrire les équations horaires du mouvement du mobile.
- 2- Déterminer l'équation de la trajectoire du mobile dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$. Quelle est sa nature ?
- 3- Déterminer les expressions du vecteur vitesse et du vecteur accélération du mobile.
- 4-
a- Montrer que le mobile passe par l'axe $(O, \vec{i})$ aux dates $t_1 = 0,5s$ et $t_2 = 1s$.
b- Déterminer à la date t_2 le vecteur vitesse $\vec{v}_1$ du mobile et calculer sa valeur.
- 5-
a- Déterminer à la date $t = 0,75s$ le vecteur position du mobile ainsi que son vecteur vitesse.
b- En déduire les composantes tangentielle et normale du vecteur accélération ainsi que le rayon de courbure de la trajectoire.



CINEMATIQUE

EXERCICE N°1

$$1') \quad a) \quad \vec{OM} = 2t \vec{i} + 4t^2 \vec{j} \\ = x \vec{i} + y \vec{j}$$

Les lois horaires :

$$x(t) = 2t \quad (1)$$

$$y(t) = 4t^2 \quad (2)$$

b) Equation de la trajectoire.

$$(1) \rightarrow t = \frac{x}{2}$$

$$(2) \xrightarrow{\text{devient}} y = 4 \left(\frac{x}{2} \right)^2 = 4 \times \frac{x^2}{4}$$

$$\Rightarrow y = x^2$$

c) c'est une branche parabolique.

$$2') \quad a) \quad \vec{v} = \frac{d\vec{OM}}{dt}$$

Physique TN
3

$$\Rightarrow \vec{v} = \frac{d}{dt} (2t \vec{i} + 4t^2 \vec{j})$$

$$\vec{v} = 2 \vec{i} + 8t \vec{j}$$

• l'accélération $\vec{a}$:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2}$$

$$\vec{a} = \frac{d}{dt} (2 \vec{i} + 8t \vec{j})$$

$$\vec{a} = 8 \vec{j}$$

**Physique TN
4**

b) • à $t=0$ s.

$$\vec{v}_0 = 2 \vec{i} \Rightarrow \|\vec{v}_0\| = 2 \text{ m.s}^{-1}$$

$$\bullet \|\vec{a}\| = 8 \text{ m.s}^{-2}$$

c) $t=0$ $\vec{v}_0 \perp \vec{a}$

$\vec{v}_0$ est porté par la tangente à

à la courbe $\Rightarrow \vec{a}'$ est perpendiculaire
par la normale $\vec{a}' = \vec{a}_N$

$$a_N = \frac{v_0^2}{R} \Rightarrow R = \frac{v_0^2}{\|\vec{a}'\|} = \frac{4}{8} = 0,5 \text{ m}$$

Physique TN
5

EXERCICE N°2

$$\vec{v} = 2\vec{i} + (8t - 4)\vec{j} ; t=0 \quad x_0=0 \\ y_0=0$$

1°) $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$

$$\vec{a} = \frac{d}{dt} [2\vec{i} + (8t - 4)\vec{j}]$$

$\Rightarrow \vec{a} = 8\vec{j}$

Physique TN
6

2°) $\vec{v} = \frac{d\vec{OM}}{dt} \Rightarrow \vec{OM} = \text{primitive de } \vec{v}$

$$\vec{OM} = \text{prim} [2\vec{i} + (8t - 4)\vec{j}]$$

$$= (2t + k_1)\vec{i} + \left(8 \times \frac{1}{2}t^2 - 4t + k_2\right)\vec{j} \\ = x\vec{i} + y\vec{j}$$

$$x = 2t + k_1 ; y = 4t^2 - 4t + k_2$$

$$t=0 \quad x_0 = k_1 = 0 \quad y_0 = k_2 = 0$$

50) $t_1 = 0,5 \text{ ms.}$

• $\|\vec{v}_1\| = 2 \text{ m.s}^{-1}$

• $\vec{v}_1 = 2 \vec{i}$; $\vec{a} = 8 \vec{j} \Rightarrow \vec{v} \perp \vec{a}$

$\Rightarrow \vec{a} = \vec{a}_N \Leftrightarrow a_N = \frac{v_1^2}{R}$

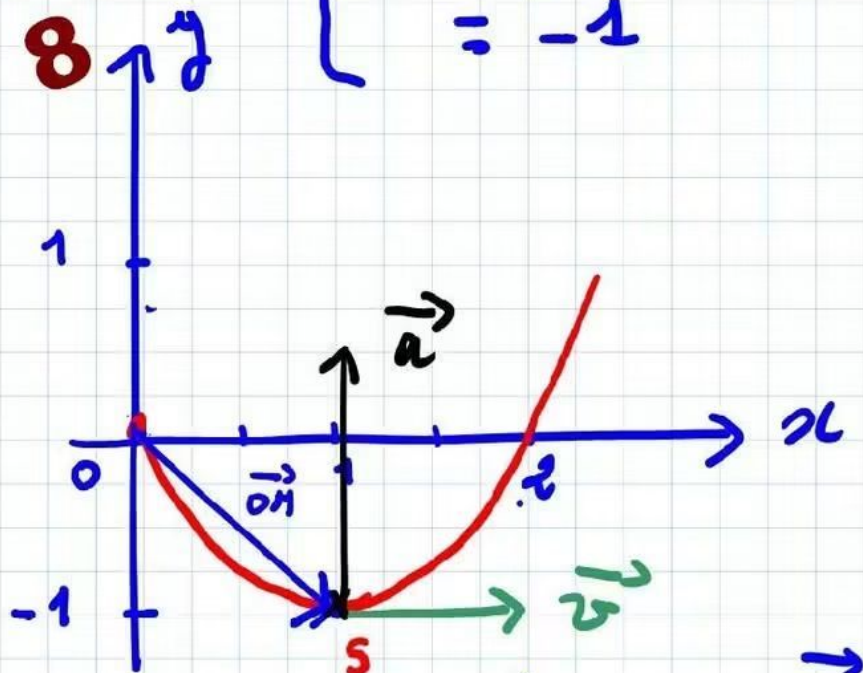
$\Rightarrow R = \frac{v_1^2}{a} = \frac{2^2}{8} = 0,5 \text{ m}$

Physique TN
9

- $y = x(x-2) = 0$
 $\Rightarrow x=0$ et $x=2$

- de sommet $S \begin{cases} x_s = -\frac{B}{A} = 1 \\ y_s = (1)^2 - 2(1) \\ = -1 \end{cases}$

Physique TN



- * $t_1 = 0,5 \text{ s}$

- $\vec{OM}_1 = t \vec{i} + (4t^2 - 4t) \vec{j} = t \vec{i} + (1-2) \vec{j}$

$$\vec{OM} = \vec{i} - \vec{j}$$

- $\vec{v}_2 = 2t \vec{i} + (8 \times 0,5 - 4) \vec{j} = 2 \vec{i}$

- $\vec{a}_2 = 8 \vec{j}$

$$\Rightarrow \begin{cases} \textcircled{1} x = 2t \\ \textcircled{2} y = 4t^2 - 4t \end{cases}$$

Les lois
horaires

Physique TN
7

$$3^{\circ}) \textcircled{1} \rightarrow t = \frac{x}{2}$$

$$\textcircled{2} \rightarrow y = 4 \frac{x^2}{4} - 4 \frac{x}{2}$$

$$y = x^2 - 2x$$

de la forme $y = Ax^2 + Bx$

C'est une branche parabolique

4°) • $A = 1 > 0 \Rightarrow$ la concavité
de la parabole est dirigée
vers le haut :

$$\bullet x = ? \quad \text{tg } y = 0$$

EXERCICE N°3

Physique TN
10

• $t = 2 \text{ s}$, $M_1(x_1 = 6 \text{ m}; y_1 = 12 \text{ m})$

$$\vec{V}_1 = 3 \vec{i} + 2 \vec{j}$$

1°) $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \Rightarrow \vec{v} = \text{primitive de } \vec{a}$

$$\vec{v} = K_1 \vec{i} + (-4t + K_2) \vec{j}$$

$$\begin{aligned} \vec{V}_1 &= K_1 \vec{i} + (-4 \times 2 + K_2) \vec{j} \\ &= K_1 \vec{i} + (-8 + K_2) \vec{j} \\ &= 3 \vec{i} + 2 \vec{j} \end{aligned}$$

$\Rightarrow K_1 = 3$ et $-8 + K_2 = 2 \Rightarrow K_2 = 10$

$\Rightarrow \vec{v} = 3 \vec{i} + (-4t + 10) \vec{j}$

• $\vec{OM} = \text{primitive de } \vec{v}$

$\Rightarrow \vec{OM} = (3t + K_3) \vec{i} + (-2t^2 + 10t + K_4) \vec{j}$

$t_1 = 2 \text{ s}$ $\vec{OM}_1 = (6 + K_3) \vec{i} + (-8 + 20 + K_4) \vec{j}$

$$\vec{OM}_1 = (6 + K_2) \vec{i} + (12 + K_3) \vec{j}$$

$$\text{on } \vec{OM}_1 = 6 \vec{i} + 12 \vec{j}$$

$$\Rightarrow K_2 = 0 \text{ et } K_3 = 0$$

$$\Rightarrow \vec{OM} = 3t \vec{i} + (-2t^2 + 10t) \vec{j}$$

$$1^{\circ}) \text{ a) } x = 3t \Rightarrow t = \frac{x}{3}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} y = -2t^2 + 10t \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow y = -2 \frac{x^2}{9} + 10 \times \frac{x}{3}$$

$$y = -\frac{2}{9} x^2 + \frac{10}{3} x$$

c' est une branche parabolique

$$3^{\circ}) \text{ a) } \left\{ \begin{array}{l} x_s = \frac{-b}{2a} = \frac{+10 \times 9}{3 \times 4} = 7,5 \text{ m} \end{array} \right.$$

$$y_s = -\frac{2}{9} \times (7,5)^2 + \frac{10}{3} \times 7,5 = 12,5 \text{ m}$$

Physique TN
11

$$b) x_s = 3 \times t_s \Rightarrow$$

$$t_s = \frac{2s}{3}$$

$$t_s = \frac{7,5}{3} = 2,5 \text{ s}$$

$$c) \vec{v}_s = 3 \vec{i} + (-4t + 10) \vec{j}$$

$$= 3 \vec{i} + (-2 \times 2,5 + 10) \vec{j}$$

$$\vec{v}_s = 3 \vec{i}$$

$$d) y = -\frac{2}{9} x^2 + \frac{10}{3} x$$

$$\bullet A = -\frac{2}{9} < 0 \Rightarrow \text{concavité vers le bas}$$

$$\bullet x = ? \quad | \quad y = 0 \quad x \left(-\frac{2}{9} x + \frac{10}{3} \right) = 0$$

$$\Rightarrow x_1 = 0 \quad \text{ou} \quad -\frac{2}{9} x + \frac{10}{3} = 0$$

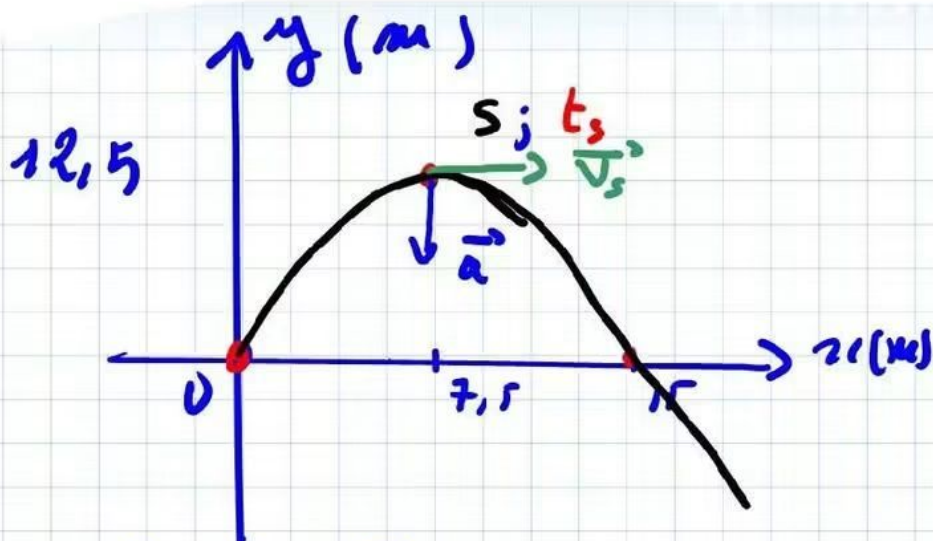
$$\Rightarrow x_2 = 15$$

$$\bullet x_s = 7,5 \text{ m}$$

Physique TN
12

$$\begin{aligned} x &= 0 \\ y &= 0 \end{aligned}$$

$$t = 0 \mid \begin{aligned} x &= 0 \\ y &= 0 \end{aligned}$$



4°) a) $t = t_s$ $\vec{v}_s = 3 \vec{i} \in \text{tangent}$
 $\vec{a} = -4 \vec{j} \in \text{Normal}$ $\Rightarrow \vec{a} = \vec{a}_N$

$$\Rightarrow \begin{cases} a_N = a = -4 \text{ m.s}^{-2} \\ a_T = 0 \end{cases}$$

b) $a_N = \frac{v^2}{R} \Rightarrow R = \frac{v^2}{a_N} = \frac{(3)^2}{4} = 2.25 \text{ m}$

Physique TN
13

Exercice 4 :

$$\vec{OM} = 2t \vec{i} + (-4t^2 + 6t - 2) \vec{j}$$

1°) $x = 2t$ ① $y = -4t^2 + 6t - 2$ ②

2°) ① $\rightarrow t = \frac{x}{2} \Rightarrow y = -4 \frac{x^2}{4} + 6 \cdot \frac{x}{2} - 2$

$$\Rightarrow y = -x^2 + 3x - 2$$

c. est une branche parabolique.

3°) $\vec{v} = \frac{d\vec{OM}}{dt} = 2\vec{i} + (-8t + 6) \vec{j}$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = -8 \vec{j}$$

4°) a) Le mobile passe par $Ox \Rightarrow$

$$y = 0 = -4t^2 + 6t - 2 : a + b + c = 0$$

$$\Rightarrow t_2 = 1s \text{ et } t_1 = \frac{c}{a} = 0,5s$$

b) $t = 1s$ $\vec{v} = 2\vec{i} + (-8 + 6) \vec{j}$

$$\vec{v} = 2\vec{i} - 2\vec{j}$$

$$\|\vec{v}\| = \sqrt{4 + 4} = 2,83 \text{ m.s}^{-1}$$

5°) a) $t = 0,75s$

$$\vec{OM} = 1,5 \vec{i} + (-4(0,75)^2 + 6 \times 0,75 - 2) \vec{j}$$

$$\vec{OM} = 1,5 \vec{i} + 0,25 \vec{j}$$

Physique TN
14

$$\vec{v} = 2\vec{i} + (-8t + 6)\vec{j}$$

$$= 2\vec{i} + (-8 \times 0,75 + 6)\vec{j}$$

$$\vec{v} = 2\vec{i}$$

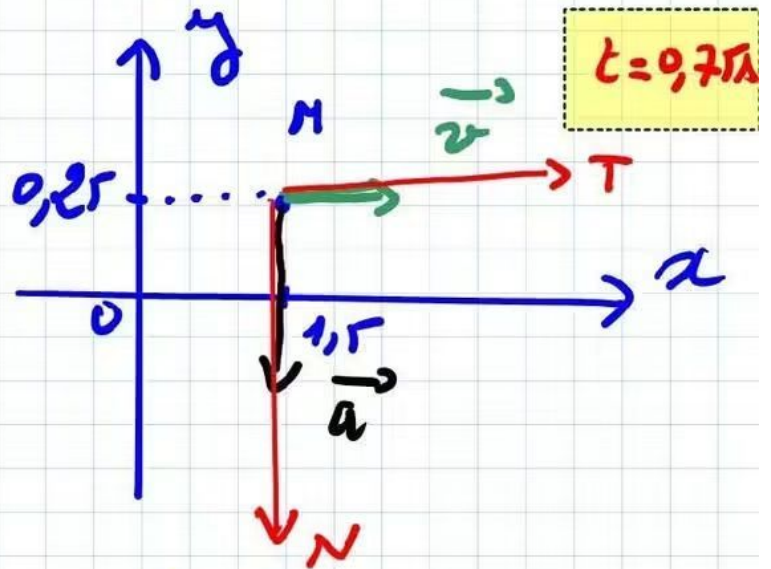
b) $\vec{a} \perp \vec{v}$

$$\Rightarrow \begin{cases} \vec{a} = \vec{a}_N \\ \vec{a}_T = \vec{0} \end{cases}$$

$$a_N = |\vec{a}| = \frac{v^2}{R}$$

$$R = \frac{v^2}{a_N} = \frac{4}{8} = 0,5 \text{ m}$$

$$R = 0,5 \text{ m}$$



**Physique TN
15**

Exercice 5 :

$$\vec{a} = \vec{j} ; \quad t=0, \begin{cases} \vec{OM}_0 = -2\vec{i} + 5\vec{j} \\ \vec{v}_0 = \vec{i} - 3\vec{j} \end{cases}$$

1°) * $\vec{v} = \text{primitive de } \vec{a}$
 $\vec{a} = 0\vec{i} + \vec{j}$

Physique TN
16

$$\begin{cases} v_x = K_1 \\ v_y = t + K_2 \end{cases}$$

à $t=0$ $v_x = K_1 = 1 \Rightarrow K_1 = 1$

$v_y = K_2 = -3 \Rightarrow K_2 = -3$

$$\Rightarrow \vec{v} = \vec{i} + (t-3)\vec{j}$$

* $\vec{OM} = \text{primitive de } \vec{v}$

$$\begin{cases} x = t + K_3 ; \quad t=0 \quad x_0 = -2 = K_3 \\ y = \frac{1}{2}t^2 - 3t + K_4 ; \quad t=0 \quad y_0 = 5 = K_4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = t - 2 & \textcircled{1} \\ y = \frac{1}{2}t^2 - 3t + 5 & \textcircled{2} \end{cases}$$

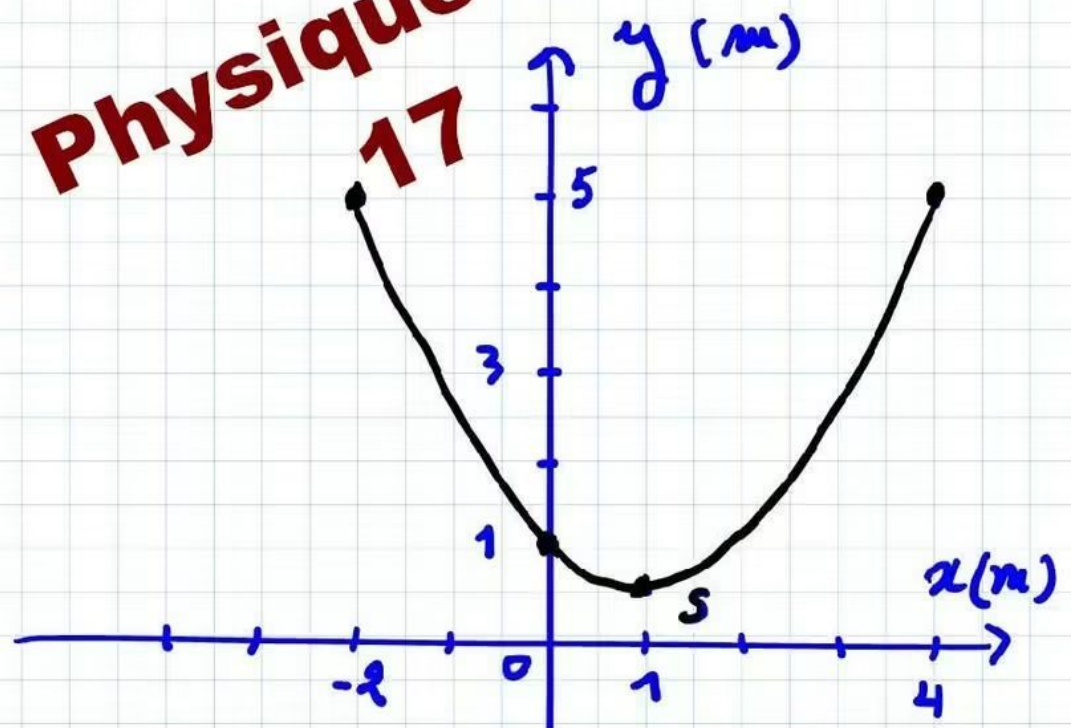
$$\vec{OM} = (t-2)\vec{i} + \left(\frac{1}{2}t^2 - 3t + 5\right)\vec{j}$$

Physique TN

- $x = 0$
 $y = 1$

- $t = 0 \Delta$
 $\begin{cases} x = -2 \\ y = 5 \end{cases}$

- $t = 6 \Delta$
 $\begin{cases} x = 4 \\ y = 5 \end{cases}$



3.) $t_1 = 4 \Delta$

a) $\vec{OM}_1 = (4 - 2)\vec{i} + \left[\frac{1}{2}16 - 3 \times 4 + 5\right]\vec{j}$
 $\vec{OM}_1 = 2\vec{i} + \vec{j}$

b) $\vec{v}_1 = \vec{i} + (t - 3)\vec{j}$
 $\vec{v}_1 = \vec{i} + \vec{j}$

$$\vec{v} = \vec{i} + (t - 3)\vec{j}$$

- $\|\vec{v}_1\| = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2} \text{ m.s}^{-1}$

- α = l'angle que fait $\vec{v}$ avec l'axe ox .

- $\tan \alpha = \frac{|v_y|}{|v_x|} = 1$

$$\alpha = 45^\circ$$



donc $\vec{v}_1$ { Direction : fait $\alpha = 45^\circ$ avec l'axe ox

Sens : celui du mv

Valeur : $\|\vec{v}\| = \sqrt{2} \text{ m.s}^{-1}$

origine M { $x = t_1 - 2 = 2 \text{ m}$
 $y = \frac{1}{2}t^2 - 3t + 5$
 $= 1 \text{ m}$

Physique 18 TN

b) $a_N = a \cos \alpha$

$$a_N = 1 \times \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ m.s}^{-2}$$

$$a_T = a \sin \alpha$$

$$a_T = 1 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ m.s}^{-2}$$

c) $a_N = \frac{v^2}{R} \Rightarrow R = \frac{v^2}{a_N} = \frac{2}{1}$

$$R = 2 \text{ m}$$

