

Exercice 1 :

Un mobile est en mouvement dans le repère (o, i, j) ; son vecteur espace est :

$$OM = (8t) i + (-5t^2 + 8t - 1) j$$

- 1) Ecrire les lois horaires de l'abscisse $x=f(t)$ et l'ordonnée $y=g(t)$
- 2) a) Déterminer l'expression du vecteur vitesse $v=v_x i + v_y j$ du mobile
- b) A l'origine du temps $t = 0$, quelles sont la direction et la valeur de la vitesse initiale v_0 ?
- 3) a) Déterminer l'accélération du mouvement.
- b) A quel instant la vitesse est perpendiculaire à l'accélération ?
- 4) Déterminer l'équation de la trajectoire du mobile . Quelle est sa forme ?

Exercice 2 :

Dans un repère (o, i, j) , un mobile est lancé à l'origine du temps du point O avec une vitesse initiale $v_0 = 2i + 3j$ et de vecteur accélération $a = -5j$

- 1) Exprimer le vecteur vitesse v du mobile en fonction du temps.
- 2) Exprimer le vecteur position OM en fonction du temps.
- 3) Déterminer l'équation de la trajectoire .Quelle est sa forme ?
- 4) A la date t_1 , la vitesse est perpendiculaire à l'accélération.
 - a) Déterminer la date t_1 . Quelle est la valeur de cette vitesse ?
 - b) Déterminer à t_1 les composantes tangentielle et normale de l'accélération
 - c) Quel est le rayon de courbure de la trajectoire a la position du mobile a t_1 .
- 5) a) A quelle date t_2 le solide tombe au sol ?(O est un point du sol horizontal)
- b) le solide tombe au point B $(x_B ; y_B)$ du sol. Déterminer ses coordonnées x_B et y_B .

Exercice 3 :

A l'origine des dates ($t=0$), un mobile M passe par l'origine d'un repère fixe orthonormé (o, i, j) , son vecteur vitesse a pour expression $V = 2i + (-8t + 12)j$

- 1) Déterminer les expressions de son vecteur accélération et de son vecteur position.
- 2) a) A quel instant t_1 le vecteur vitesse aura-t-il la même direction que i ?
- b) Aux quels instants t_2 et t_3 le vecteur vitesse fait t-il un angle $\alpha = 45^\circ$ avec i ?
- 3) a) Ecrire les lois horaires du mouvement $x=f(t)$ et $y=g(t)$. En déduire l'équation de la trajectoire $y=h(x)$.

b) Compléter le tableau suivant :

t(s)	0	0.5	1.25	1.5	1.75	2.5	3
x(m)							
y(m)							

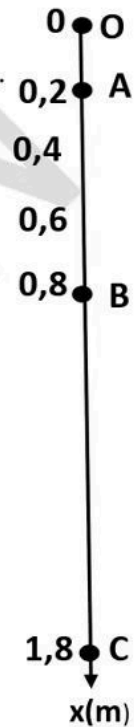
c) Tracer la trajectoire du mobile pour $t \in [0s ; 3s]$.

d) Représenter le vecteur vitesse initial V_0 et le vecteur vitesse V_1 à l'instant t_1 .

e) On utilise l'échelle $4m.s^{-1} \text{ ----- } 1cm$.

Exercice 4 :

On donne à la figure ci-contre une chronophotographie de la chute libre d'une bille prise toutes les $0,2s$, c'est à dire la durée entre deux positions successives est $\tau = 0.2s$.



1)a) calculer la vitesse moyenne de la bille entre les points O et A.

b) Calculer la vitesse moyenne de la bille entre les points A et B.

c) Calculer la vitesse moyenne de la bille entre les points B et C.

2)Le mouvement de la bille est-il uniforme. Accéléré ou retardé ?

l'expression de l'abscisse $x=v \cdot t$ est-elle vraie ?

3) On place le long de la trajectoire de la bille trois capteurs de vitesse : mesures de vitesse aux trois points A, B, et C. Les indications des mesures sont rassemblées dans le tableau suivant :

Point	A	B	C
X(m)	0.2	0.8	1.8
v(m.s ⁻¹)	2	4	6
t(s)			
t ² (s ²)			

a) Compléter le tableau en précisant les instants de passage par les points A,B et C. Calculer t^2 à chacun de ces instants.

b) Tracer la courbe $x=f(t^2)$. Déterminer l'équation horaire du mouvement.

c) En déduire la loi horaire de la vitesse et la nature du mouvement.

d) Tracer la courbe $V=f(t)$. En déduire l'expression numérique de la vitesse en fonction de temps.

Exercice 5 :

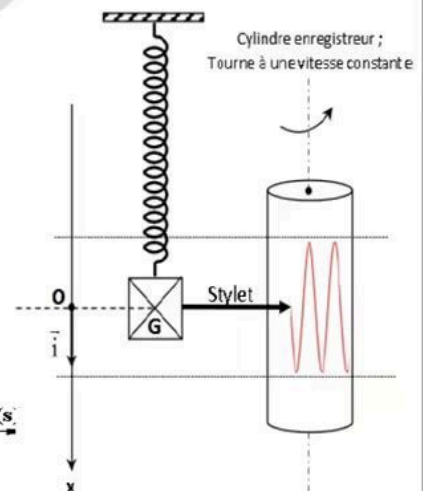
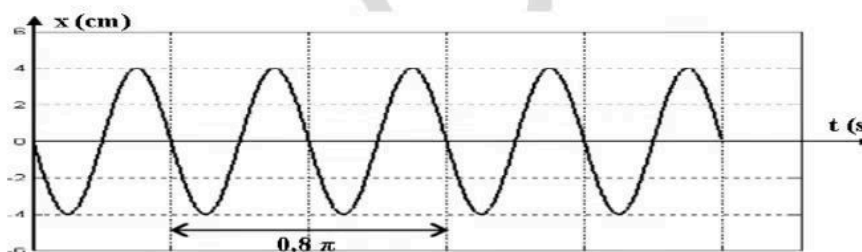
A l'origine du temps, Houcem lance verticalement vers le haut d'un point A situé à 1m du sol S une bille B1 avec une vitesse initiale d'intensité $V_{01}=8\text{m.s}^{-1}$.

Au même instant, Taib lâche sans vitesse initiale une bille B2 d'un point O situé à 13 m du sol .O est l'origine du repère espace (o,i) orienté vers le bas . L'effet de l'air sur le mouvement est négligeable. On donne : $g=10\text{m.s}^{-1}$.

- 1) Représenter le repère espace (o,i). Préciser l'accélération, les abscisses et les valeurs algébriques des vitesses des billes a l'origine du temps.
- 2) Ecrire la loi horaire du mouvement de la bille B₁.
- 3) Ecrire la loi horaire du mouvement de la bille B₂.
- 4) a) Déterminer la date t_1 à la quelle les deux billes B₁ et B₂ sont a la même altitude du sol.
b) Déterminer l'altitude h_1 des billes B₁ et B₂ a l'instant t_1
c) Déterminer la vitesse de chaque bille à cette date t_1 .
d) Est-ce-que la bille B₁ monte ou descend à l'instant t_1 ? Quelle est la nature de son mouvement à cet instant ? Justifier.
- 5) Déterminer les instants d'arriver des billes B₁ et B₂ au sol. En déduire la durée Δt du temps qui sépare les deux arrivées de B₁ et B₂ au sol.

Exercice 6 :

Le dispositif de la figure ci-contre permet de réaliser l'enregistrement graphique du mouvement, par rapport à un repère de laboratoire(O, i) , du centre de gravité d'un solide suspendu à un ressort ; on obtient le graphe ci-dessous :



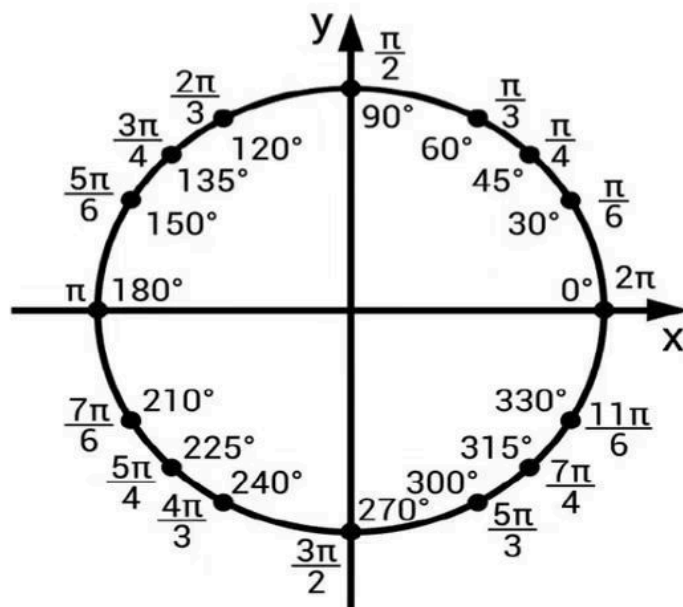
1. Déterminer la valeur de l'amplitude du mouvement.
2. Déterminer la valeur de sa période, et de sa fréquence.
3. Déterminer la valeur de la phase initiale φ_x
4. Écrire l'équation horaire du mouvement, en cm.
5. En déduire la vitesse instantanée du mobile en m.s^{-1} , donner la valeur de son amplitude.
6. En déduire l'accélération instantanée du mobile, donner la valeur de son amplitude.

Exercice 7 :

Un mobile ponctuel M est animé d'un mouvement rectiligne sinusoïdal de période $T = 0,314\text{s}$ de part et d'autre d'un point O.

- 1/ En choisissant comme origine le point O, déterminer l'équation horaire du mouvement de M sachant qu'à l'origine des dates, son abscisse est égale à $+2\text{cm}$ et sa vitesse est nulle.
- 2/ Quelle est la vitesse maximale du mobile? En quel point le mobile acquiert cette vitesse?
- 3/ Quelle est la vitesse du mobile quand son abscisse vaut $0,5\text{ cm}$.
- 4/ Quelle est la vitesse du mobile à l'instant $t = \frac{0,314}{8}\text{ s}$?
- 5/ Quelle est l'accélération du mobile à l'instant $t = \frac{0,314}{4}\text{ s}$?

Quelques règles trigonométriques



$$\cos(-x) = \cos(x)$$

$$\sin(-x) = -\sin(x)$$

$$\cos(\pi - x) = -\cos(x)$$

$$\sin(\pi - x) = \sin(x)$$

$$\cos(\pi + x) = -\cos(x)$$

$$\sin(\pi + x) = -\sin(x)$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin(x)$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos(x)$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -\sin(x)$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cos(x)$$

Exercice 1:

1) Le vecteur espace $\vec{OM} = 8t\vec{i} + (-5t^2 + 8t - 1)\vec{j}$
 $\Rightarrow x(t) = 8t \quad y(t) = -5t^2 + 8t - 1$

2) a) $\vec{v} = \frac{d\vec{OM}}{dt} = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j}$

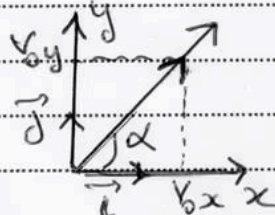
$$\vec{v} = 8\vec{i} + (-10t + 8)\vec{j}$$

b) à $t=0$:

$$\vec{v}_0 = 8\vec{i} + (-10 \times 0 + 8)\vec{j}$$

$$= 8\vec{i} + 8\vec{j}$$

$$v_{0x} = v_{0y} = 8 \text{ m.s}^{-1}$$



$\tan \alpha = \frac{v_{0y}}{v_{0x}} = 1 \Rightarrow$ l'inclinaison de $\vec{v}_0$ est $\alpha = 45^\circ$

$$\|\vec{v}_0\| = \sqrt{v_{0x}^2 + v_{0y}^2}$$

$$= \sqrt{8^2 + 8^2} = 8\sqrt{2} = 11,3 \text{ m.s}^{-1}$$

3) a) L'accélération $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{dv_x}{dt}\vec{i} + \frac{dv_y}{dt}\vec{j}$

$$\vec{v} = 8\vec{i} + (-10t + 8)\vec{j} \Rightarrow \vec{a} = 0\vec{i} + (-10)\vec{j}$$

$$= -10\vec{j}$$

b) On a $\vec{a} = -10\vec{j}$

$\vec{a}$ est parallèle à $\vec{j}$. Pour que $\vec{v}$ soit perpendiculaire à $\vec{a}$, il faut que $\vec{v}$ soit parallèle à $\vec{i} \Rightarrow \vec{v} = v_x \vec{i}$

$$\Rightarrow (-10t + 8)\vec{j} = 0 \Rightarrow (-10t + 8) = 0$$

$$\Rightarrow t = \frac{8}{10} = 0,8 \text{ s}$$

$\vec{v}$ est $\perp$ à $\vec{a}$ à l'instant $t = 0,8 \text{ s}$.

4) L'équation de la trajectoire:

$$x(t) = 8t \Rightarrow t = \frac{x}{8}$$

$$y = -5t^2 + 8t - 1 = -5\left(\frac{x}{8}\right)^2 + 8\left(\frac{x}{8}\right) - 1$$

$$= -\frac{5}{64}x^2 + x - 1$$

c'est une parabole

④

Exercice 2:

$$\vec{v}_0 = 2\vec{i} + 3\vec{j}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{dv_x}{dt}\vec{i} + \frac{dv_y}{dt}\vec{j}$$

$$\frac{dv_x}{dt} = 0 \Rightarrow v_x = \text{cte} = v_{0x} = 2 \text{ m.s}^{-1}$$

$$\frac{dv_y}{dt} = -5 \Rightarrow v_y = -5t + \text{cte}$$

$$= -5t + v_{0y} = -5t + 3$$

$$\Rightarrow \vec{v} = 2\vec{i} + (-5t + 3)\vec{j}$$

2) le vecteur position est la primitive du vecteur vitesse, $\vec{OM} = (2t + \text{cte}_1)\vec{i} + (-\frac{5}{2}t^2 + 3t + \text{cte}_2)\vec{j}$

à $t=0$, le mobile est en $O(0,0)$

$$\Rightarrow \text{cte}_1 = 0, \text{cte}_2 = 0$$

$$\Rightarrow \vec{OM} = \left(2t\vec{i} + \left(-\frac{5}{2}t^2 + 3t \right) \vec{j} \right)$$

$$3) \Rightarrow \begin{cases} x = 2t \\ y = -\frac{5}{2}t^2 + 3t \end{cases} \Leftrightarrow \frac{x}{2} = t$$

$$y = -\frac{5}{2} \left(\frac{x}{2} \right)^2 + 3 \frac{x}{2} = -\frac{5}{8}x^2 + \frac{3}{2}x$$

L'équation de la trajectoire $y = -\frac{5}{8}x^2 + \frac{3}{2}x$ c'est une parabole.

$$4) a) \vec{a} = -5\vec{j} \Rightarrow \vec{a} \parallel \vec{j}$$

si $\vec{v}$ est $\perp \vec{a} \Rightarrow \vec{v}$ est $\parallel \vec{i}$

$$\vec{v} = \text{cte} \cdot \vec{i} \Rightarrow -5t + 3 = 0$$

$$\Rightarrow t_1 = \frac{3}{5} = 0,6 \text{ s}$$

$$\vec{v} = 2\vec{i} \Rightarrow \|\vec{v}\| = 2 \text{ m.s}^{-1}$$

b) à t_1 , $\vec{v} \perp \vec{a} \Rightarrow \vec{a}$ est $\perp$ à la tangente à la trajectoire $\Rightarrow \vec{a}$ est confondue avec la normale

(2)

$$\vec{a}_N = \vec{a} = -5\vec{j} \text{ or } \vec{a} = \vec{a}_T + \vec{a}_N$$

$$\Rightarrow \vec{a}_T = \vec{0}$$

$$\|\vec{a}_N\| = 5 \text{ m.s}^{-2}$$



c/ rayon de courbure à t_1 :

$$a_N = \frac{v^2}{R} \Rightarrow R = \frac{v^2}{\|\vec{a}_N\|} = \frac{(2)^2}{5} = \frac{4}{5} = 0,8 \text{ m}$$

$$R = 0,8 \text{ m}$$

5°) a) le solide tombe au sol $\Rightarrow y = 0$

$$\Rightarrow -\frac{5}{2}t^2 + 3t = 0 \Rightarrow -\frac{5}{2}t^2 + 3t = 0$$

$$\Rightarrow t(-\frac{5}{2}t + 3) = 0$$

$$\Rightarrow t = 0 \text{ ou } -\frac{5}{2}t + 3 = 0$$

$$\Rightarrow t = \frac{6}{5} = 1,2 \text{ s}$$

à l'instant $t=0$, le solide est lancé du point O

" " $t_2 = 1,2 \text{ s}$ " " tombe au sol.

b) $x_B = 2t_2 = 2,4 \text{ m}$ et $y_B = 0$ (point du sol)

Exercice 3:

à $t=0$, le mobile passe par O: $\vec{v} = 2\vec{i} + (-8t+12)\vec{j}$

1) l'accélération est la dérivée du vitesse:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = 0\vec{i} + (-8)\vec{j} = -8\vec{j}$$

le vecteur position $\vec{OM}$ est la primitive du vecteur

$$\text{vitesse: } \vec{OM} = (2t + c_1)\vec{i} + (-\frac{8}{2}t^2 + 12t + c_2)\vec{j}$$

à $t=0$,

le mobile est à l'origine O(0,0)

$$\Rightarrow 2t + c_1 = 0 \Rightarrow c_1 = 0$$

$$(-\frac{8}{2} \times 0 + 12 \times 0 + c_2)\vec{j} = 0 \Rightarrow c_2 = 0$$

$$\vec{OM} = 2t\vec{i} + (-\frac{8}{2}t^2 + 12t)\vec{j}$$

$$= 2t\vec{i} + (-4t^2 + 12t)\vec{j} \quad (3)$$

Exercice H :

La durée entre deux positions successives est $\tau = 0,2\text{s}$

1) a) $v_{\text{moy}} = \frac{OA}{\Delta t} = \frac{OA}{\tau} = \frac{0,2}{0,2} = 1\text{m.s}^{-1}$

b) $v_{\text{moy}}(A \rightarrow B) = \frac{x_B - x_A}{t_B - t_A} = \frac{0,8 - 0,2}{0,2} = \frac{0,6}{0,2} = 3\text{m.s}^{-1}$

c) $v_{\text{moy}}(B \rightarrow C) = \frac{x_C - x_B}{t_C - t_B} = \frac{1,8 - 0,8}{0,2} = 5\text{m.s}^{-1}$

2) Le mouvement de la bille est accéléré car sa vitesse augmente au cours du temps.
L'expression $x = v \cdot t$ n'est pas vraie car la vitesse n'est pas constante.

3) a)

point	A	B	C
$x(\text{m})$	0,2	0,8	1,8
$v(\text{m.s}^{-1})$	2	4	6
$t(\text{s})$	0,2	0,4	0,6
$t^2(\text{s}^2)$	0,04	0,16	0,36

Remarque : on ne peut pas utiliser la relation $t = \frac{x}{v}$ car la vitesse n'est pas constante.

b) La courbe $x = f(t^2)$ est une droite qui passe par l'origine

$$x = \text{cte} \cdot t^2$$

$$= p \cdot t^2 \quad (p \text{ un réel})$$

pour calculer p on choisit deux points de la droite :

$$p = \frac{2 - 1}{0,16 - 0,04} = \frac{1}{0,12} = 5\text{m.s}^{-2}$$

$\Rightarrow$ L'équation horaire est :

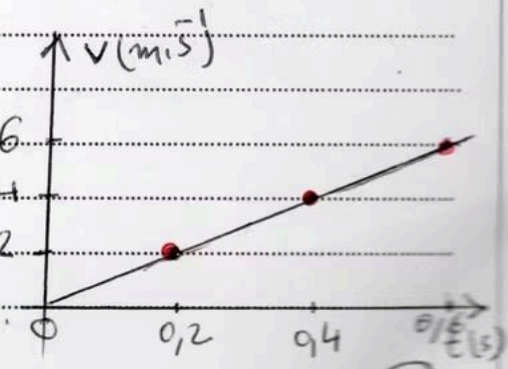
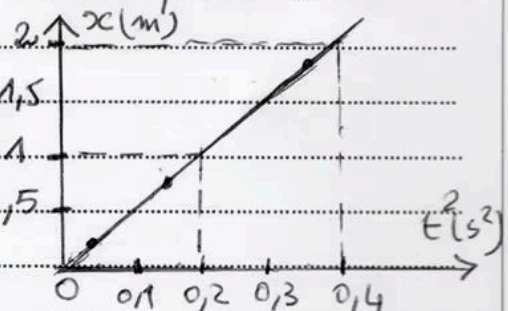
$$x = 5t^2$$

c) $v = \frac{dx}{dt} = 10t \Rightarrow v = 10t$

$$a = \frac{dv}{dt} = 10 = \text{cte}$$

Le mouvement est rectiligne uniformément varié.

d) de la courbe : $v = 10t$



(5)

2) a) Le vecteur vitesse $\vec{v} = 2\vec{i} + (-8t+12)\vec{j}$ est de même direction que $\vec{i}$ si :

$$-8t+12=0$$

$$t_1 = \frac{12}{8} = 1,5s$$

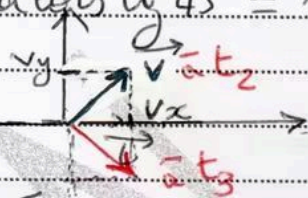
b) (1^{ère} cas) : $(\vec{i}, \vec{v}) = 45^\circ$ alors $\tan 45^\circ = 1$

$$\tan \alpha = \frac{v_y}{v_x} = 1 \Rightarrow v_y = v_x$$

$$\Rightarrow -8t+12=2$$

$$\Rightarrow +8t=10$$

$$\Rightarrow t_2 = \frac{10}{8} = \underline{\underline{1,25s}}$$



2^{ème} cas : $(\vec{v}, \vec{i}) = 45^\circ$ alors $(\vec{i}, \vec{v}) = -45^\circ$

$$\frac{v_y}{v_x} = -1 \Rightarrow -8t+12=-2 \Rightarrow t_3 = \frac{14}{8} = \underline{\underline{1,75s}}$$

3) a) $\vec{OM} \begin{cases} x(t) = 2t \\ y(t) = -4t^2 + 12t \end{cases}$

$$t = \frac{x}{2} \Rightarrow y = -4\left(\frac{x}{2}\right)^2 + 12 \cdot \frac{x}{2} = -x^2 + 6x$$

$$\underline{\underline{y = -x^2 + 6x}}$$

b)

t(s)	0	0,5	1,25	1,5	1,75	2,5	3
x(m)	0	1	2,5	3	3,5	5	6
y(m)	0	5	8,75	9	8,75	5	0

c/ on trace la trajectoire

d/ à $t=0$: $\vec{v}_0 = 2\vec{i} + 12\vec{j}$

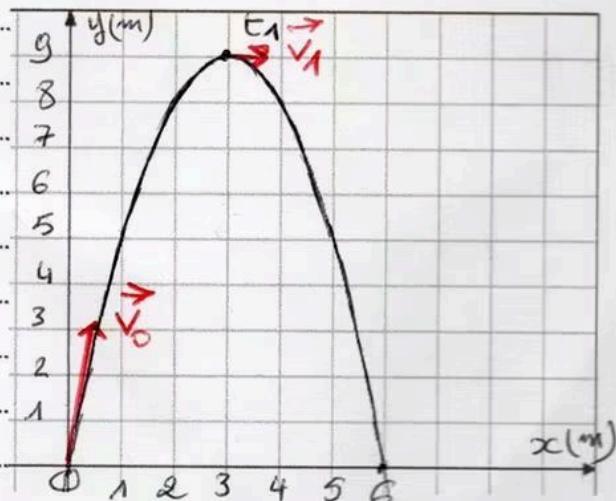
échelle : 4 m. $\vec{e}_1 \rightarrow 1cm$

$v_x = 2 m.s^{-1} \rightarrow 0,5cm$

$v_y = 12 m.s^{-1} \rightarrow 3cm$

à $t_1 = 1,5s \rightarrow$
 $\vec{v}_1 = 2\vec{i}$

$v_x = 2 m.s^{-1} \rightarrow 0,5cm$



Exercice 5:

$$h_A = 1\text{m} \quad h_0 = 13\text{m} \quad \|\vec{v}_{01}\| = 8\text{m}\cdot\text{s}^{-1} \quad \|\vec{v}_{02}\| = 0$$

$$\|\vec{g}\| = 10\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

1) On représente dans la figure ci-contre le repère $(O, \vec{i})$

2) le mouvement de B_1 a commencé à $t=0$
 $\vec{a}$ et $\vec{i}$ sont de même sens

$$a = \|\vec{g}\| = 10\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

$$\vec{v}_{01} = v_{01} \cdot \vec{i}; v_{01} < 0 \text{ car } \vec{v}_{01} \text{ et } \vec{i} \text{ sont de sens contraire: } v_{01} = -8\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$x_{01} = x_A = h_0 - h_A = 13 - 1 = 12\text{m}$$

$$x_1(t) = \frac{1}{2}at^2 + v_{01}t + x_{01} \quad (a > 0)$$

$$= 5t^2 - 8t + 12$$

$$x_1(t) = 5t^2 - 8t + 12$$

3) le mvt de B_2 a commencé à $t=0$ sans vitesse initiale au point O:

$$x_2(t) = \frac{1}{2}at^2 + v_{02}t + x_{02}$$

$$v_{02} = 0 \text{ et } x_{02} = 0 \Rightarrow x_2(t) = \frac{1}{2}at^2 = 5t^2$$

4) B_1 et B_2 sont à la même altitude du sol lorsque

$$\text{a) } x_1(t_1) = x_2(t_1) \Rightarrow 5t_1^2 - 8t_1 + 12 = 5t_1^2$$

$$\Rightarrow -8t_1 + 12 = 0$$

$$\Rightarrow t_1 = \frac{12}{8} = 1,5\text{s}$$

$$\text{b) l'altitude } h_1 = 13 - x_{t_1} = 13 - 5t_1^2$$

$$= 13 - 5 \times (1,5)^2$$

$$= 13 - 11,25 \Rightarrow h_1 = 1,75\text{m}$$

$$\text{c) } v_1 \text{ de } B_1 \quad v_2 \text{ de } B_2$$

$$v_1 = \frac{dx_1}{dt} = 10t - 8 = 10 \times 1,5 - 8 = 15 - 8 = 7\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$v_2 = \frac{dx_2}{dt} = 10t = 10 \times 1,5 = 15\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

(6)

d) la vitesse $v_1 > 0 \Rightarrow \vec{v}_1$ et $\vec{v}$ sont de même sens.
à l'instant t_1 . a. $v_1 > 0$ $\vec{a}$ et $\vec{v}$ de même
sens donc le m.t de B_1 est uniformément **accéléré**

5) La bille atteint le sol lorsque son
abscisse $x = 13$ m

pour B_1 : $x_1(t) = 13 \Rightarrow 5t^2 - 8t + 12 = 13$

$$\Rightarrow 5t^2 - 8t - 1 = 0$$

$$\Delta = 8^2 - 4 \times 5 \times (-1) = 64 + 20 = 84 > 0$$

il y a 2 solutions:

$$t = \frac{8 - \sqrt{84}}{10} = \frac{8 - 9,16}{10} = -0,116 < 0 \text{ impossible}$$

$$t' = \frac{8 + \sqrt{84}}{10} = \frac{17,16}{10} \approx 1,715$$

B_1 atteint le sol à l'instant $t_1 = \underline{1,71 \text{ s}}$

Pour B_2 : $x_2(t) = 13 \Rightarrow 5t^2 = 13$

$$\Rightarrow t^2 = \frac{13}{5}$$

$$\Rightarrow t = \sqrt{\frac{13}{5}} = 1,61 \text{ s}$$

B_2 atteint le sol à l'instant $t_2 = \underline{1,61 \text{ s}}$

$$\Delta t = t_1 - t_2 = 1,71 - 1,61 = \underline{0,1 \text{ s}}$$

Exercice 6:

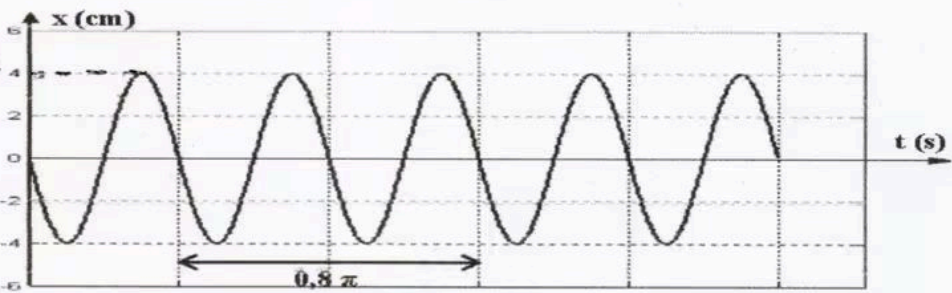
l'amplitude $= 2$

1) $x_m = 4 \text{ cm} = 4 \times 10^{-2} \text{ m}$

2) $T = 0,8 \pi \text{ s}$

$\Rightarrow T = 0,4 \pi \text{ s}$

2)



la fréquence $N = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,4 \pi} \approx 0,8 \text{ Hz}$

3) la phase initiale: φ_0

$$x(t) = x_m \sin(\omega t + \varphi_0)$$

d'après le graphe: $x(0) = 0 \Rightarrow \sin(\varphi_0) = 0$
 $\varphi_0 = 0 \text{ ou } \pi$

d'après le graphe $\left(\frac{dx(t)}{dt} \right)_{t=0} < 0$ fonction décroissante
 à $t=0$

$$\frac{dx(t)}{dt} = x_m \omega \cos(\omega t + \varphi_0) \text{ à } t=0:$$

$$= x_m \omega \cos(\varphi_0) < 0 \Rightarrow \cos(\varphi_0) < 0$$

$$\boxed{\varphi_0 = \pi}$$

4) l'équation horaire: $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0,4\pi} = 5 \text{ rad.s}^{-1}$

$\Rightarrow x(t) = 4 \sin(5t + \pi) \text{ en cm.}$

5) la vitesse instantanée:

$$v(t) = \frac{dx(t)}{dt} = 4 \cdot 10^{-2} \times 5 \times \cos(5t + \pi)$$

$$= 0,2 \cos(5t + \pi)$$

$$= 0,2 \sin(5t + \pi + \frac{\pi}{2})$$

$$= 0,2 \sin(5t + \frac{3\pi}{2})$$

$$V_m = 0,2 \text{ m.s}^{-1}$$

6) l'accélération: $a(t) = \frac{dv}{dt} = 0,2 \times 5 \times \cos(5t + \frac{3\pi}{2})$

$$= 1 \times \cos(5t + \frac{3\pi}{2})$$

$$= \sin(5t + \frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{2})$$

$$= \sin(5t + 2\pi) = \sin(5t)$$

valeur maximale $A_m = 1 \text{ m.s}^{-2}$

08

Exercice 7 :

$T = 0,314 \text{ s}$ Mouvement rectiligne sinusoïdal

$$x(t) = X_m \sin(\omega t + \varphi_x) \quad v(t) = \omega X_m \cos(\omega t + \varphi_x)$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0,314} = \frac{6,28}{0,314} = 20 \text{ rad.s}^{-1}$$

à $t=0$, $x(0) = 2 \text{ cm} = X_m \sin(\varphi_x)$.

$$v(0) = \omega X_m \cos(\varphi_x) = 0$$

$$\Rightarrow \cos(\varphi_x) = 0 \Rightarrow \varphi_x \begin{cases} \frac{\pi}{2} \\ -\frac{\pi}{2} \end{cases}$$

si $\varphi_x = -\frac{\pi}{2} \Rightarrow x(0) = X_m \sin(\varphi_x)$

$$= X_m \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) < 0 \Rightarrow \text{faux}$$

car $x(0) = 2 \text{ cm} > 0$

$$\Rightarrow \varphi_x = \frac{\pi}{2} \text{ et } X_m = \frac{x(0)}{\sin \frac{\pi}{2}} = 2 \text{ cm}$$

$$x(t) = 2 \cdot 10^{-2} \sin\left(20t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ en m}$$

2) $v(t) = \omega X_m \cos(\omega t + \varphi_x)$

$$= 2 \cdot 20 \cdot 10^{-2} \cos\left(20t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$= 40 \cdot 10^{-2} \cos\left(20t + \frac{\pi}{2}\right)$$

v est maximale si $|\cos(20t + \frac{\pi}{2})| = 1$

$$\Rightarrow v = 40 \cdot 10^{-2} \text{ m.s}^{-1}$$

$$\cos\left(20t + \frac{\pi}{2}\right) = 1 \Rightarrow \left(20t + \frac{\pi}{2}\right) \begin{cases} 0 \\ \pi \end{cases}$$

dans les 2 cas : $\sin(20t + \frac{\pi}{2}) = 0$

$$\Rightarrow x = 0 \text{ c'est le point } O$$

la vitesse est maximale au point O

(position d'équilibre)

3) $x(t) = 2 \sin\left(20t + \frac{\pi}{2}\right) = 0,5 \text{ cm}$

$$\sin\left(20t + \frac{\pi}{2}\right) = \frac{0,5}{2} = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \cos\left(20t + \frac{\pi}{2}\right) = \sqrt{1 - \left(\frac{1}{4}\right)^2} = 0,968$$

(9)

suite de l'exercice 7:

$$\cos(2\omega t + \frac{\pi}{2}) = 0,968$$

$$V = 40 \cdot 10^{-2} \cos(2\omega t + \frac{\pi}{2}) = 40 \cdot 10^{-2} \times 0,968$$

$$V = 38,72 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$4/ \quad t = \frac{0,314}{8} = \frac{T}{8}$$

$$V = 40 \cdot 10^{-2} \cos\left(\frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{8} + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$= 40 \cdot 10^{-2} \cos\left(\frac{2\pi}{8} + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$= 40 \cdot 10^{-2} \cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) = -40 \cdot 10^{-2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$V = -28,28 \cdot 10^{-2} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$5) \quad a(t) = \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{dv}{dt} = -\omega^2 x_m \sin(\omega t + \varphi_m)$$

$$= -800 \cdot 10^{-2} \sin(2\omega t + \frac{\pi}{2})$$

$$= -8 \sin(2\omega t + \frac{\pi}{2})$$

$$\text{à } t = \frac{0,314}{4} = \frac{T}{4} :$$

$$a(t) = -8 \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{4} + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$= -8 \sin\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$= -8 \sin(\pi) = -8 \times 0$$

$$= 0$$

à l'instant $t = \frac{0,314}{4}$ l'accélération est nulle.