

Chapitre V

Exemples d'étude de fonctions

■ Symétrie de la courbe :

	Domaine d'étude
Si f est paire alors la droite d'équation $x = 0$ dans $(O, \vec{i}, \vec{j})$ est une axe de symétrie pour ξ_f .	$\mathbb{R}_+ \cap D$ ou $\mathbb{R}_- \cap D$
Si f est impaire alors le point O est un centre de Symétrie de ξ_f dans $(O, \vec{i}, \vec{j})$.	$\mathbb{R}_+ \cap D$ ou $\mathbb{R}_- \cap D$
$\Delta: x = a$ est un axe de symétrie pour ξ_f $\Leftrightarrow \forall x \in D; \text{ on a : } \begin{cases} 2a - x \in D \\ f(2a - x) = f(x) \end{cases}$	$\mathbb{R}_+ \cap [a, +\infty[$ ou $\mathbb{R}_- \cap]-\infty, a]$
Le point $I(a, b)$ est un centre de symétrie ξ_f $\Leftrightarrow \forall x \in D; \text{ on a : } \begin{cases} 2a - x \in D \\ f(2a - x) = 2b - f(x) \end{cases}$	$\mathbb{R}_+ \cap [a, +\infty[$ ou $\mathbb{R}_- \cap]-\infty, a]$

■ Point d'inflexion :

➤ Si la courbe traverse la tangente en A , alors on dit que A est un point d'inflexion.

➤ f est dérivable deux fois sur $]x_0 - h, x_0 + h[\subset D$.

Si f'' s'annule en x_0 , en changeant de signe, alors le point $M_0(x_0, f(x_0))$ est un point d'inflexion pour ξ .

■ Position ξ et T la tangente à ξ en $A(a, f(a))$:

f deux fois dérivable sur un intervalle ouvert I contenant a .

x	a
$f''(x)$	+
Position ξ et T	ξ est au dessus de T

x	a
$f''(x)$	-
Position ξ et T	ξ est au dessous de T

	x	a
$f''(x)$	+	-
Position	ξ est au	ξ est au
ξ et T	dessus de T	dessous de T

	x	a
$f''(x)$	-	+
Position	ξ est au	ξ est au
ξ et T	dessous de T	dessus de T

Branches paraboliques :

Pour tracer ζ il faut voir le comportement de la courbe au voisinage de l'infini, si f est définie sur $\mathbb{R}$ ou $] -\infty, a]$ ou $[a, +\infty [$.

➤ Si $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$ et de plus $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \infty$. Alors on dit que ζ admet

une branche parabolique de direction $(O, \vec{j})$

au voisinage de ∞ . (notation : ∞ remplace $+\infty$ ou $-\infty$).

➤ Si $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$ et de plus $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = 0$ alors on dit que ζ admet une branche parabolique de direction $(O, \vec{i})$

■ **Changement de repère :**

Dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$, soit $M(x, y)$ et $\Omega(a, b)$.

Dans le repère $(\Omega, \vec{i}, \vec{j})$, soit $M(X, Y)$ et $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{O\Omega} + \overrightarrow{\Omega M}$

D'où $\begin{cases} x = a + X \\ y = b + Y \end{cases}$ est le système donnant les relations de changement de repère.

Dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$, ξ a pour équation : $y = f(x)$.

Dans le repère $(\Omega, \vec{i}, \vec{j})$, ξ a pour équation : $Y = g(X)$.

■ **Position ζ et Δ :**

➤ Δ une droite, $\Delta : y = ax + b$:

* Si $f(x) - (ax + b) \geq 0$; alors ζ_f est au dessus de Δ .

* Si $f(x) - (ax + b) \leq 0$; alors ζ_f est au dessous de Δ .

➤ Montrer que deux courbes ζ et ζ' sont tangentes au point d'abscisse x_0 :

➤ On détermine les équations des tangentes aux deux courbes au point commun d'abscisse x_0 et on constate qu'il s'agit de la même droite.