

Chapitre VIII

Fonctions trigonométriques

• **Fonctions :**

Fonctions	Ensembles de définition continuité et dérivabilité	Fonctions dérivées
$x \mapsto \sin x$	$\mathbb{R}$	$x \mapsto \cos x$
$x \mapsto \cos x$	$\mathbb{R}$	$x \mapsto -\sin x$
$x \mapsto \sin(ax+b)$	$\mathbb{R}$	$x \mapsto a \cos(ax+b)$
$x \mapsto \cos(ax+b)$	$\mathbb{R}$	$x \mapsto -a \sin(ax+b)$
$x \mapsto \operatorname{tg}(ax+b)$	$ax+b \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$	$x \mapsto a(1 + \operatorname{tg}^2(ax+b))$ ou $x \mapsto \frac{a}{\cos^2(ax+b)}$
$x \mapsto \operatorname{cotg}(ax+b)$	$k \in \mathbb{Z}$ $ax+b \neq k\pi$	$x \mapsto -a(1 + \operatorname{cotg}^2 x)$ ou $x \mapsto \frac{-a}{\sin^2(ax+b)}$

• **Limites :**

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{x} = a \quad (a \in \mathbb{R})$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} ax}{x} = a \quad (a \in \mathbb{R})$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} = \frac{1}{2}$$

■ **Périodicité d'une fonction :**

• Définition :

f est définie sur D juste il existe un réel T , strictement positif et le

plus petit possible tel que : $\forall x \in D; x+T \in D$ et $f(x+T)=f(x)$.

T est appelée période de f :

Fonctions	période T
Cos x	2π
Sin x	2π
tg x	π

Fonctions	période T
Cos (ax+b)	$\frac{2\pi}{ a }$
Sin(ax+b)	$\frac{2\pi}{ a }$
tg(ax+b)	$\frac{\pi}{ a }$

■ Domaine de d'étude :

* Si f est de période T alors D_E le domaine d'étude est

$$D_E = [a, a+T] \cap D_f$$

Si f est paire alors la droite d'équation $x=0$ est l'axe de symétrie pour ζ_f

Si f est impaire, alors l'origine du repère est un centre de symétrie pour ζ_f et $D_E = \mathbb{R}_+$

Comment représenter :

$$g: x \rightarrow f(x)+b$$

$$M(x, f(x)) \in \zeta_f; M'(x, f(x)+b) \in \zeta_g$$

$$\overline{MM'} = b\vec{j} \text{ donc } \zeta_g = t_{b\vec{j}}(\zeta_f)$$

Comment représenter :

$$g: x \rightarrow f(x-a);$$

$$M'(x, g(x)) \in \zeta_g; M(x-a, f(x-a)) \in \zeta_f$$

$$\overline{MM'} = a\vec{i} \text{ alors } \zeta_g = t_{a\vec{i}}(\zeta_f)$$

Réflexes :

Situations	Réflexes
$\lim_{x \rightarrow a} f = \frac{0}{0}$	1) simplification 2) se ramener au théorème sur les limites. 3) utiliser le nombre dérivé 4) changement de variable en posant $h = x-a$.
Signe d'une somme de termes hybrides (exemples $x + \sin x$, $-x + \sin x$).	Dresser le tableau de variation de f Tel que $f(x) =$ expression dont on veut déterminer le signe
Déterminer un minimum ou un maximum de f.	Etudier le signe de $f'(x)$.