

Ministère de l'éducation	Devoir de contrôle n°3	Mr.FATNASSI BECHIR
Lycée secondaire de Korba	Durée : 1 heure et demi	4. Eco . 2019.2020

Exercice 1 : (7 points)

Soit U la suite réelle définie sur $\mathbb{N}$ par :
$$\begin{cases} U_0 = \frac{1}{2} \\ U_{n+1} = \frac{3U_n}{1+2U_n} \end{cases} ; \text{ pour tout } n \geq 0$$

1°/ Calculer U_1 , U_2 et en déduire que la suite U est ni arithmétique ni géométrique.

2°/ a / Montrer que la fonction f définie sur $[0, +\infty[$ par : $f(x) = \frac{3x}{1+2x}$ est strictement croissante.

b / Montrer, par récurrence que, pour tout $n \geq 0$: $0 \leq U_n \leq 1$

3°/ a / Montrer que U est une suite croissante.

b / Déduire que U est convergente et calculer sa limite

4°/ On considère la suite V définie sur $\mathbb{N}$ par $V_n = \frac{U_n}{1-U_n}$

a / Montrer que V est une suite géométrique dont on déterminera la raison q et le premier terme.

b / Ecrire V_n en fonction de n puis en déduire que pour tout $n \geq 0$: $U_n = \frac{3^n}{3^n + 1}$

d / Calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$.

Exercice 2 : (7 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = 2xe^x - 1$.

On désigne par (C_f) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1°/ a / Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et interpréter graphiquement le résultat obtenu.

b / Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ et interpréter graphiquement le résultat obtenu.

2°/ a / Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = 2(x+1)e^x$

b / Dresser le tableau de variation de f

3°/ a / Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet, dans $\mathbb{R}$, une seule solution α

b / Vérifier que $0,3 \leq \alpha \leq 0,4$

4°/ a / Ecrire une équation de la tangente (T) à (C_f) au point d'abscisse 0

b / Etudier la position de (C_f) et (T) .

c / Tracer (T) et (C_f)

5°/ a / A l'aide d'une intégration par parties calculer l'intégrale $I = \int_0^\alpha xe^x dx$.

b / En déduire l'aire A du domaine plan limité par (C_f) l'axe des abscisses et les droites

d'équations : $x = 0$ et $x = \alpha$

Exercice 3 : (6 points)

Une petite entreprise de textile commercialise des pantalons et des chemises.

La probabilité qu'un client achète un pantalon est égale à 0,2.

La probabilité qu'il achète la chemise quand il a acheté le pantalon est 0,7.

La probabilité qu'il achète la chemise quand il n'a pas acheté le pantalon est 0,1.

On note les évènements : * A << Le client achète un pantalon >>

* B << Le client achète une chemise >>

1°/ Construire l'arbre de probabilité modulant cette situation.

2°/ Calculer la probabilité des évènements suivants :

a / Le client achète un pantalon et une chemise.

b / Le client n'a pas acheté un pantalon et achète une chemise

c / Déduire la probabilité que le client achète une chemise est égale à 0,22

3°/ Le client n'a pas acheté une chemise, quelle est la probabilité qu'il achète un pantalon.

4°/ quand un client se présente il achète au plus un pantalon et une chemise.

Un pantalon est vendu 75 DT (dinars tunisiens) et une chemise 45 DT

On note X la variable aléatoire égale au montant, en dinars tunisiens, de la dépense éventuelle d'un client .

Compléter par vrai ou faux

a / Les valeurs prises par X. est $X(E) = \{ 45 , 75 , 120 \}$

b / $p(X = 75) = 0,2$

FATNASSI BECHIR