

RESUME DU COURS

Définition : Soit A, B et C des points de l'espace. Le produit vectoriel de $\overrightarrow{AB}$ par $\overrightarrow{AC}$ est le vecteur noté $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$ et défini comme suit : * Si $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ colinéaires, alors $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = \vec{0}$

* Si $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ ne sont pas colinéaires, alors : * $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$ est orthogonal à $\overrightarrow{AB}$ et à $\overrightarrow{AC}$;

* $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC})$ est une base directe , * $\|\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}\| = AB \cdot AC \cdot \sin \widehat{BAC}$

Propriétés : Soit $\vec{u}, \vec{v}$ deux vecteurs de l'espace et α, β deux réels : * $\vec{u} \wedge \vec{v} = \vec{0}$; * $\vec{u} \wedge \vec{v} = \vec{0}$, si et seulement si, $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires. * $\vec{u} \wedge \vec{v} = -(\vec{v} \wedge \vec{u})$; * $\vec{u} \wedge (\vec{v} + \vec{w}) = \vec{u} \wedge \vec{v} + \vec{u} \wedge \vec{w}$; * $(\alpha \vec{u}) \wedge (\beta \vec{v}) = \alpha \beta (\vec{u} \wedge \vec{v})$

Définition : L'espace est muni d'une base orthonormée directe $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. Pour tous vecteurs

$$\vec{u} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} \text{ et } \vec{v} \begin{pmatrix} a' \\ b' \\ c' \end{pmatrix} ; \vec{u} \wedge \vec{v} = (bc' - cb')\vec{i} + (ca' - ac')\vec{j} + (ab' - ba')\vec{k}$$

Propriété : L'espace est muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. Pour tous vecteurs $\vec{u} ; \vec{v}$ et $\vec{w}$ $(\vec{u} \wedge \vec{v}) + \vec{w} = (\vec{v} \wedge \vec{w}) + \vec{u} = (\vec{u} \wedge \vec{w}) + \vec{v} = \det(\vec{u} ; \vec{v} \text{ et } \vec{w})$

Définition : L'aire du parallélogramme ABCD est égale à $\|\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AD}\|$.

L'aire du triangle ABD est égale à $\frac{1}{2} \|\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AD}\|$