

Oscillations électriques forcées

• Lorsque nous appliquons aux bornes d'un dipôle RLC une tension sinusoïdale, il est le siège d'oscillations électriques de fréquence imposée par le GBF. Cette fréquence n'est pas nécessairement la même que la fréquence propre du dipôle RLC : de telles oscillations sont dites forcées.

• Le GBF est appelé excitateur, le dipôle RLC est appelé résonateur.

• L'équation différentielle qui régit l'intensité du courant dans le circuit est :

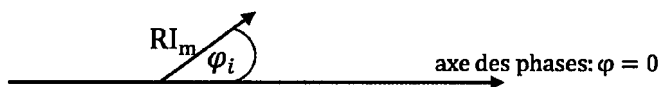
$$Ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i dt = U_m \sin(\omega t + \varphi_u); \text{ souvent on prendra } \varphi_u = 0$$

• Cette équation différentielle admet une solution de la forme $i(t) = I_m \sin(\omega t + \varphi_e)$

• Pour déterminer les expressions de I_m et $\varphi = \varphi_C - \varphi_L$ on utilise la construction de Fresnel

➤ A toute fonction sinusoïdale $y = a \sin(\omega t + \varphi)$ on associe un vecteur tournant caractérisé par son module $\|\vec{V}\| = a$ et son angle polaire φ ; $\vec{V} \begin{cases} R I_m \\ \varphi \end{cases}$

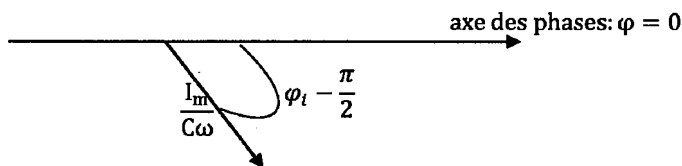
➤ A la fonction $Ri = R I_m \sin(\omega t + \varphi_i)$ on associe $\vec{V}_1 \begin{cases} R I_m \\ \varphi_i \end{cases}$



➤ A la fonction $L \frac{di}{dt} = L \omega I_m \sin\left(\omega t + \varphi_i + \frac{\pi}{2}\right)$ on associe $\vec{V}_2 \begin{cases} L \omega I_m \\ \varphi_i + \frac{\pi}{2} \end{cases}$



➤ A la fonction $\frac{1}{C} \int i dt = \frac{I_m}{C \omega} \sin\left(\omega t + \varphi_i - \frac{\pi}{2}\right)$ on associe $\vec{V}_3 \begin{cases} \frac{I_m}{C \omega} \\ \varphi_i - \frac{\pi}{2} \end{cases}$



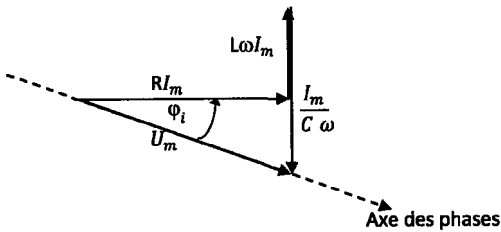
- A la fonction $U_m \sin(\omega t + \varphi - \frac{\pi}{2})$ on associe $\vec{V} \begin{cases} U_m \\ \varphi_u = 0 \end{cases}$



➤ $\vec{V} = \vec{V}_1 + \vec{V}_2 + \vec{V}_3$

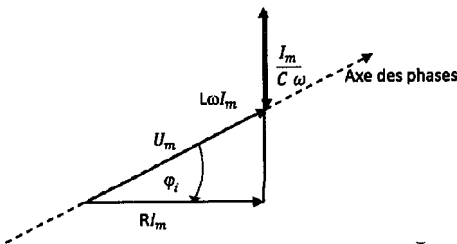
- En comparant $L\omega I_m$ et $\frac{I_m}{C\omega}$ on obtient les trois constructions de Fresnel

✓ $L\omega I_m < \frac{I_m}{C\omega} \Leftrightarrow \omega < \omega_0$



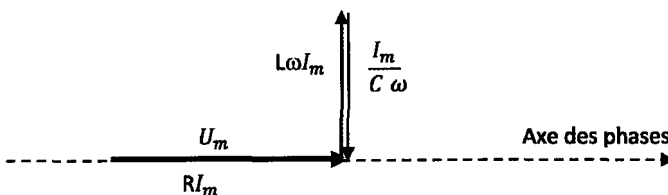
- $\varphi_i - \varphi_u < \frac{\pi}{2}$
- $i(t)$ est en avance de phase par rapport à $u(t)$
- le circuit est capacitif

✓ $L\omega I_m > \frac{I_m}{C\omega} \Leftrightarrow \omega > \omega_0$



- $\varphi_i - \varphi_u < 0$
- $i(t)$ est en retard de phase par rapport à $u(t)$
- le circuit est inductif

✓ $L\omega I_m = \frac{I_m}{C\omega} \Leftrightarrow \omega = \omega_0$



- $\varphi_i - \varphi_u = 0$
- $i(t)$ et $u(t)$ sont en phase
- le circuit est résistif

- ❖ L'amplitude I_m de l'intensité du courant et sa phase initiale dépendent de la fréquence de l'excitateur et des grandeurs électriques R , L et C du résonateur.

$$\text{➤ } I_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}}$$

- $\text{tg} \varphi = \frac{\frac{1}{C\omega} - L\omega}{R}$, ou $\varphi = \varphi_i - \varphi_u$ est le déphasage entre l'intensité du courant et la tension excitatrice.

➤ Selon le signe de $(L\omega - \frac{1}{C\omega})$ ou du déphasage φ l'oscillateur électrique peut être inductif, capacitif ou résistif :

✓ Si $(L\omega - \frac{1}{C\omega}) > 0 \Rightarrow \varphi = \varphi_i - \varphi_u < 0$ le circuit est inductif : l'intensité du courant est en retard de phase par rapport à la tension excitatrice.

✓ Si $(L\omega - \frac{1}{C\omega}) < 0 \Rightarrow \varphi = \varphi_i - \varphi_u > 0$ le circuit est capacitif : l'intensité du courant est en avance de phase par rapport à la tension excitatrice.

✓ Si $(L\omega - \frac{1}{C\omega}) = 0 \Rightarrow \varphi_i - \varphi_u = 0$ le circuit est résistif : l'intensité du courant est en phase avec à la tension excitatrice.

$$\text{➤ } Z = \frac{U}{I} \text{ est appelée impédance du circuit RLC ; } \sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2} = Z$$

➤ Pour chaque dipôle on peut définir une impédance :

$$\text{✓ Cas du condensateur : } Z_C = \frac{1}{C\omega} \text{ d'où } U_C = Z_C I = \frac{I}{C\omega}$$

$$\text{✓ Cas de la bobine } Z_B = \sqrt{r^2 + (L\omega)^2} \text{ d'où}$$

$$U_B = Z_B \cdot I = \sqrt{r^2 + (L\omega)^2} \cdot I$$

✓ Si la résistance interne de la bobine est nulle alors

$$Z_B = Z_L = L\omega$$

- ❖ L'amplitude I_m de l'intensité du courant passe par une valeur maximale I_{m0} lorsque la fréquence N imposée est égale à la fréquence propre N_0 du résonateur : ce phénomène est appelé résonance d'intensité.

➤ A la résonance d'intensité :

$$\text{✓ } N = N_0 \Rightarrow \omega = \omega_0 \Rightarrow L\omega = \frac{1}{C\omega}$$

$$✓ Z = R$$

$$✓ I_{m0} = \frac{U_m}{R}$$

$$✓ \varphi = \varphi_i - \varphi_u = 0$$

- ❖ La fréquence de résonance est indépendante de la résistance du dipôle RLC.
- ❖ I_{m0} diminue lorsque la résistance du dipôle RLC augmente.
- ❖ Au voisinage de la résonance, la tension efficace aux bornes du condensateur ou de la bobine peut être beaucoup plus grande que celle délivrée par le GBF. C'est le phénomène de surtension.
- ❖ A la résonance d'intensité le coefficient de surtension $Q = \frac{U_c}{U}$
- $Q = \frac{1}{C\omega_0 R} = \frac{L\omega_0}{R}$
- ❖ La puissance moyenne P d'un circuit RLC série est la valeur moyenne prise par sa puissance instantanée $p(t)$ durant une période : $P = UI \cos \varphi = RI^2$.
 - A la résonance d'intensité correspond une résonance de puissance
 - $\cos \varphi$ est appelé facteur de puissance