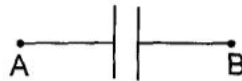


L'ESSENTIEL DU COURS

A/ Le condensateur :

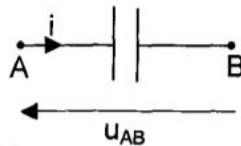
- * Un condensateur est un dipôle électrique constitué par deux plaques conductrices (dites armatures) séparées par un isolant appelé diélectrique.

Symbole du condensateur :



- * Le condensateur est un composant électrique capable de stocker des charges électriques.

- * La charge électrique, q , d'un condensateur est la charge de l'une de ses armatures choisie conventionnellement, celle vers laquelle est orienté le sens positif du courant



A chaque instant on a :

- $q = q_A = -q_B$.

Dans le système international d'unité la charge électrique q est exprimée en coulomb (C).

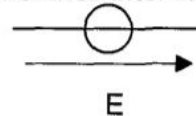
- i : Représente le sens arbitraire choisi du courant électrique.
- u_C : Tension aux bornes du condensateur.

- * Le courant électrique qui circule dans le même sens que le sens positif du courant choisi est d'intensité positive ($i > 0$).

Le courant électrique qui circule dans le sens contraire du sens positif du courant choisi est d'intensité négative ($i < 0$).

- * Un condensateur peut être chargé soit :

- Par un générateur de tension idéal de force électromotrice E et de résistance interne $r=0$ qui délivre au cours du temps une tension constante égale E et symbolisé par :



A la fin de la charge du condensateur $u_C=E$, $i=0$ et $q=Q_m$.

A la fin de la décharge du condensateur $u_C=0$, $i=0$ et $q=0$.

- Par un générateur de courant délivrant un courant électrique d'intensité, I , constante au cours du temps symbolisé par :



- * Relation entre la charge du condensateur q et l'intensité du courant électrique :

- La charge du condensateur s'effectue à courant électrique d'intensité, I , constante au cours du temps

alors $I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{q(t) - q(t_0)}{t - t_0}$ si à $t_0 = 0$; $q(t_0 = 0) = 0$ alors :

$$A \rightarrow I = \frac{q}{t} \leftarrow C$$

- Si la charge du condensateur s'effectue à courant électrique d'intensité i variable au cours du temps

$$i = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{dq}{dt}$$

* Relation entre la charge électrique, q , du condensateur et la tension, u_C , à ses bornes :
 q et u_C sont proportionnelles de constante de proportionnalité C tel que :

$$q = C \cdot u_C$$

Avec C : Capacité du condensateur exprimée dans le système international d'unité en Farad.

* La capacité C d'un condensateur est une grandeur physique positive qui caractérise l'aptitude d'un condensateur à emmagasiner une charge électrique lorsqu'il est soumis à une tension électrique u_C .

Remarque :

La capacité, C , d'un condensateur plan (les armatures planes et parallèles) est exprimée par la

relation $C = \frac{\epsilon \cdot S}{e}$ tel que :

S : Surface en regard des deux armatures (m^2).

e : Epaisseur du diélectrique (m).

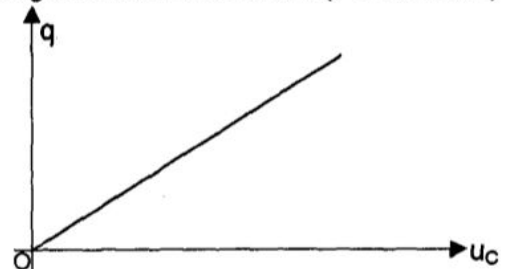
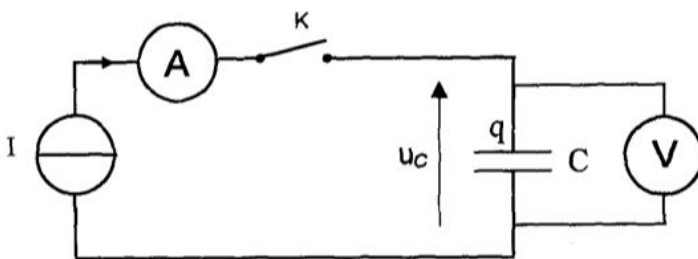
ϵ : Permittivité absolue du condensateur qui ne dépend que de la nature du diélectrique ($F \cdot m^{-1}$).

$\epsilon = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r$ tel que :

- ϵ_r : Permittivité relative du diélectrique (sans unité).

- ϵ_0 : Permittivité du vide = $8,85 \cdot 10^{-12}$ ($F \cdot m^{-1}$).

* Représentation graphique de la courbe d'évolution de la charge q du condensateur en fonction de la tension électrique u_C entre ses bornes lorsqu'il est chargé par un générateur de courant ($I = \text{Constante}$)



Sachant que : $q = C u_C$ alors C est le coefficient de la droite qui représente $q = f(u_C)$.

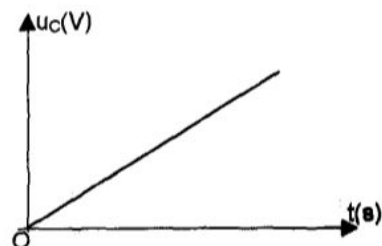
* La tension de claquage d'un condensateur est la plus petite tension (en valeur absolue) faisant jaillir une étincelle entre les armatures du condensateur.

* La tension de service d'un condensateur (tension nominale) c'est la tension indiquée par le constructeur qui est inférieure à la tension de claquage.

* En utilisant le circuit précédent on peut tracer la courbe $u_C = f(t)$.

Théoriquement : $u_C(t) = \frac{q}{C} = \frac{I}{C} \cdot t$ puisque $q = I \cdot t$

alors $u_C(t)$ est une fonction linéaire de coefficient égal $\frac{I}{C}$.



* L'énergie électrostatique, ξ_C , emmagasinée par un condensateur est exprimée par :

$$\xi_C = \frac{q^2}{2C} = \frac{C u_C^2}{2} = \frac{q u_C}{2} (J)$$

B/ Le dipôle RC :

I/ Au cours de la charge du condensateur :

* La réponse d'un dipôle RC à un échelon de tension est la charge du condensateur qui se fait en deux régimes :

- Régime transitoire au cours duquel la charge, q , du condensateur augmente progressivement au cours du temps.
- Régime permanent : au cours duquel la charge du condensateur reste constante au cours du temps.

* Equation différentielle en fonction de u_C :

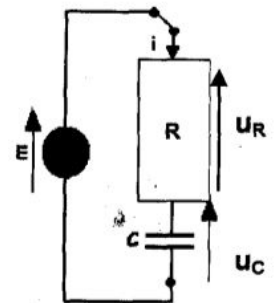
D'après la loi de maille: $u_R + u_C - E = 0$ d'où $u_R + u_C = E$

D'après la loi d'ohm : $u_R = R.i = R. \frac{dq}{dt}$ et comme $q = u_C.C$ alors $u_R = R.C \frac{du_C}{dt}$

L'équation différentielle s'écrit alors sous la forme de : $R.C \frac{du_C}{dt} + u_C = E$

On pose $\tau = R.C$: C'est la constante de temps du dipôle RC (s) alors

$$\frac{du_C}{dt} + \frac{u_C}{\tau} = \frac{E}{\tau}$$



* Equation différentielle en fonction de q :

$u_R + u_C = E$ avec $u_R = R.i = R. \frac{dq}{dt}$ et $u_C = \frac{q}{C}$ d'où $R. \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = E$ alors $\frac{dq}{dt} + \frac{q}{\tau} = \frac{E}{R}$.

* Equation différentielle en fonction de i :

$u_R + u_C = E$ avec $u_R = R.i$ alors $R.i + \frac{q}{C} = E$, si on dérive par rapport au temps : $R \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \frac{dq}{dt} = 0$

d'où $\frac{di}{dt} + \frac{1}{\tau} i = 0$ puisque $i = \frac{dq}{dt}$.

* Equation différentielle en fonction de u_R :

$R \times (\frac{di}{dt} + \frac{1}{\tau} i) = 0$ alors $\frac{d(Ri)}{dt} + \frac{1}{\tau} (Ri) = 0$ alors $\frac{du_R}{dt} + \frac{1}{\tau} u_R = 0$

* L'équation différentielle $\frac{du_C}{dt} + \frac{u_C}{\tau} = \frac{E}{\tau}$ admet comme solution $u_C = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ pour un condensateur initialement déchargé.

* Etude dimensionnellement de τ :

-1^{ère} méthode :

$$\tau \frac{du_C}{dt} + u_C = E \Rightarrow \tau = \frac{E - u_C}{\frac{du_C}{dt}} \text{ en dimension } [\tau] = \frac{[E - u_C] \rightarrow (V)}{\left[\frac{du_C}{dt}\right] \rightarrow (V.s^{-1})} = (s)$$

-2^{ème} méthode :

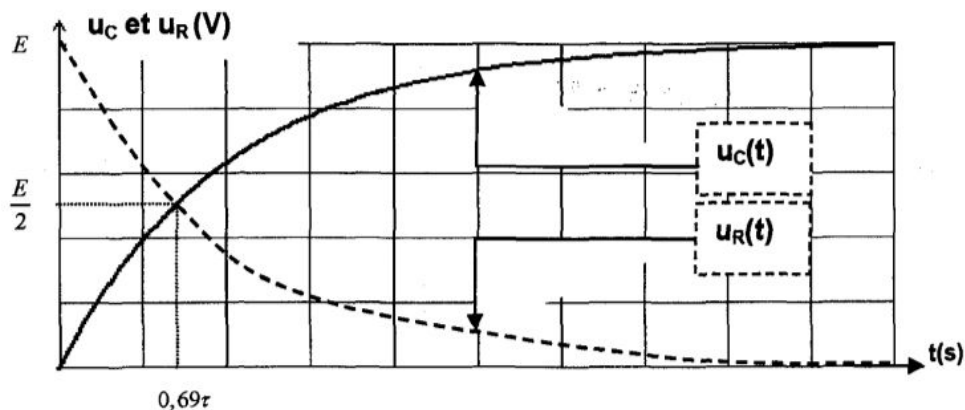
$$[\tau] = [R][C] \text{ avec } [R] = \frac{[u]}{[i]} = \frac{[u]}{[q]}[t] \text{ et } [C] = \frac{[q]}{[u]} \text{ d'où } [\tau] = \frac{[u][t][q]}{[u][q]} = [t] \text{ alors } [\tau] = s.$$

	$u_c(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$	$q(t) = E.C(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$	$i(t) = \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$	$u_R(t) = E e^{-\frac{t}{\tau}}$
A $t=0$	0	0	$I_{\max} = \frac{E}{R}$	E
A $t=\tau$	0,63.E	0,63.Q _{max} =0,63.EC	0,37. $I_{\max} = 0,37. \frac{E}{R}$	0,37.U _{Rmax} =0,37.E
A $t=5\tau$	E	Q _{max}	0	0
Représentation Graphique.				

*Remarque :

Soit t_1 , date à laquelle $u_c = u_R = \frac{E}{2}$ (le condensateur est chargé à 50 % de sa charge maximale) alors

$$E.(1 - e^{-\frac{t_1}{\tau}}) = \frac{E}{2} \text{ donc } e^{-\frac{t_1}{\tau}} = \frac{1}{2} \text{ d'où } t_1 = \tau \cdot \ln 2 = 0,69 \tau.$$



- * La constante de temps τ est une grandeur caractéristique du dipôle RC qui nous renseigne sur la rapidité avec laquelle s'établit le régime permanent. (Au cours de la charge ou de la décharge).
- * Détermination de la constante de temps τ du dipôle RC par la méthode de la tangente :

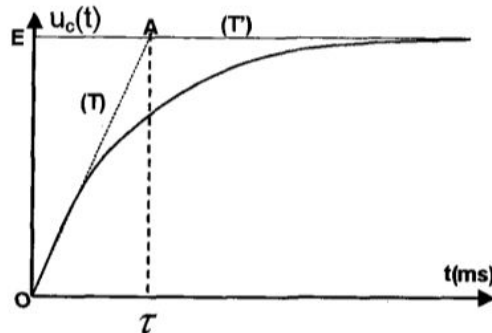
. Soit T : tangente à la courbe $u_c=f(t)$ à $t=0$ d'équation $u_c=a.t$ avec $a=\frac{du_c}{dt}(t=0)$.

$$\frac{du_c}{dt} = \frac{E}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} \text{ à } t=0 \quad \frac{du_c}{dt}(t=0) = \frac{E}{\tau} \text{ donc } u_c(t) = \frac{E}{\tau} . t$$

Soit T' : Asymptote à la courbe $u_c=f(t)$ d'équation $u_c=E$.

Au point d'intersection de T et T' on a $\frac{E}{\tau} t = E$ donc $t = \tau$.

D'où τ est l'abscisse du point d'intersection de la tangente à la courbe $u_c = f(t)$ à $t=0$ et son asymptote horizontale $u_c=E$.



Avec $u_c(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

* Remarques :

- Détermination graphique de l'intensité du courant électrique à un instant de date t_1 à partir de la courbe $u_c=f(t)$.

1^{ère} méthode :

D'après la loi de maille et à la date t_1 :

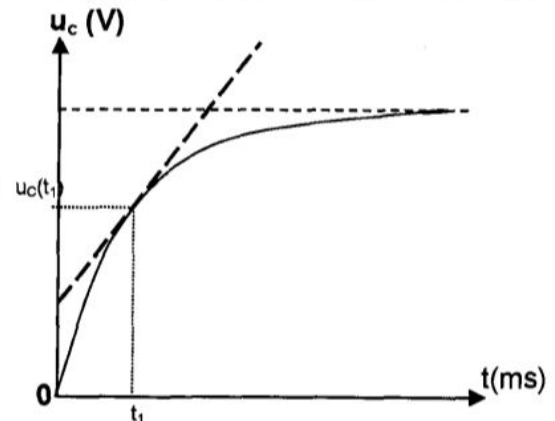
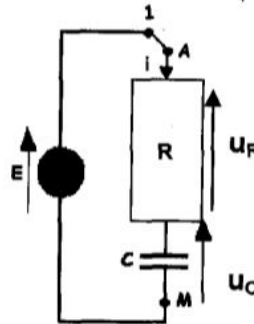
$$u_R(t_1) + u_C(t_1) - E = 0 \text{ d'où}$$

$$u_R(t_1) + u_C(t_1) = E$$

D'après la loi d'ohm : $u_R(t_1) = R \cdot i(t_1)$

$$\text{alors } i(t_1) = \frac{E - u_C(t_1)}{R}$$

Avec $u_C(t_1)$ est déterminée graphiquement.



$i(t_1) = \frac{dq}{dt}(t_1)$ et comme $q = u_C \cdot C$ alors $i(t_1) = C \frac{du_C}{dt}(t_1) = C \cdot a$ (a étant le coefficient directeur de la tangente à la courbe $u_c=f(t)$ à la date t_1).

- Détermination du signe et du sens de la variation de l'intensité du courant électrique graphiquement à partir de la courbe $u_c=f(t)$ au cours de la charge du condensateur :

$$i(t) = C \cdot \frac{du_C(t)}{dt} = C \cdot a$$

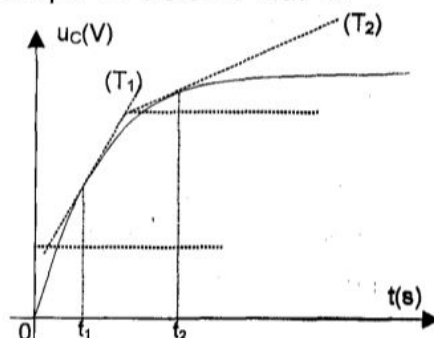
T_1 et T_2 sont deux tangentes à la courbe $u_c = f(t)$ aux instants de dates t_1 et t_2 .

T_1 et T_2 sont deux droites croissantes donc $\frac{du_C(t)}{dt} = a > 0$ et puisque $C > 0$ alors $i = C \cdot a > 0$.

L'angle d'inclinaison de la tangente à la courbe $u_c=f(t)$ par rapport à l'horizontal diminue au cours du temps.

$$i(t_1) = C \cdot \frac{du_C}{dt}(t_1) = C \cdot a_1 \text{ et } i(t_2) = C \cdot \frac{du_C}{dt}(t_2) = C \cdot a_2$$

or $a_1 > a_2$ donc $i(t_1) > i(t_2)$ alors au cours de la charge du condensateur, l'intensité du courant électrique i est positive et diminue progressivement au cours du temps.



II/ Au cours de la décharge du condensateur :

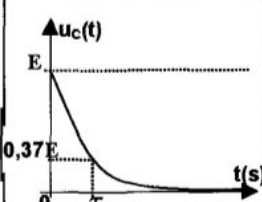
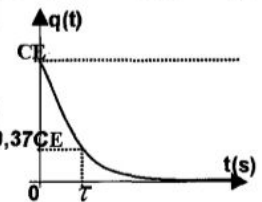
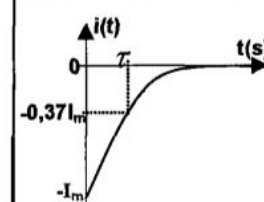
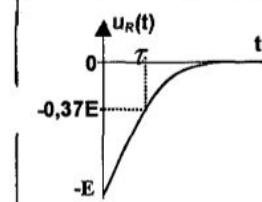
La décharge du condensateur à travers un résistor est progressive au cours du temps qui se fait aussi en deux régime transitoire (u_c diminue jusqu'à la valeur nulle)et permanent (à laquelle $u_c=0$).

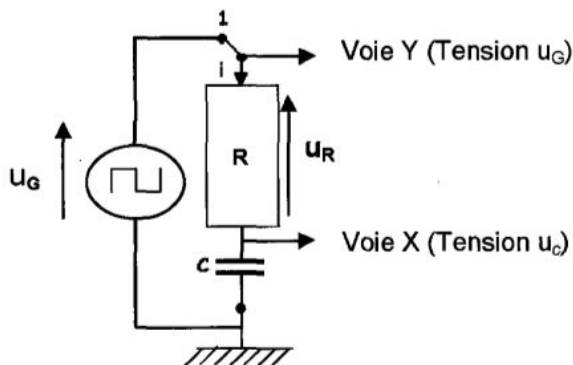
* Equation différentielle :

En fonction de	u_c	q	i	u_R
Equation différentielle	$\frac{du_c}{dt} + \frac{u_c}{\tau} = 0$	$\frac{dq}{dt} + \frac{q}{\tau} = 0$	$\frac{di}{dt} + \frac{1}{\tau} i = 0$	$\frac{du_R}{dt} + \frac{1}{\tau} u_R = 0$

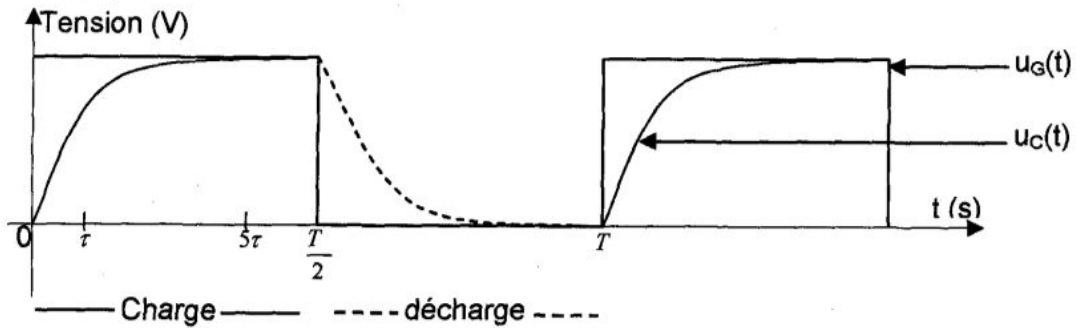
Résolution de l'équation différentielle vérifiée par u_c : ($\frac{du_c}{dt} + \frac{u_c}{\tau} = 0$).

Cette équation différentielle admet comme solution $u_c(t) = E \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$ par un condensateur initialement ($t=0$) chargé.

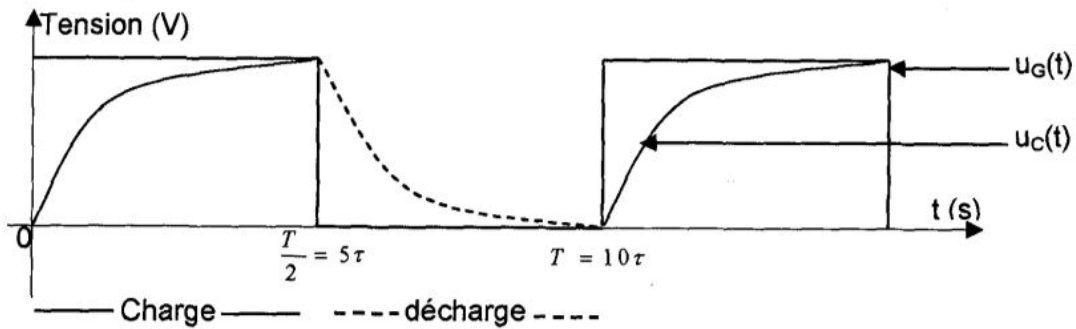
	$u_c(t) = E e^{-\frac{t}{\tau}}$	$q(t) = E C e^{-\frac{t}{\tau}}$	$i(t) = -\frac{E}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$	$u_R(t) = -E e^{-\frac{t}{\tau}}$
A $t=0$	E	$Q_{\max} = EC$	$-I_{\max} = -\frac{E}{R}$	$-E$
A $t=\tau$ A $t=5\tau$	$u_c(\tau) = 0,37 \cdot E$ 0	$0,37 \cdot Q_{\max} = 0,37 \cdot EC$ 0	$-0,37 \cdot I_{\max} = -0,37 \cdot \frac{E}{R}$ 0	$-0,37 U_{R\max} = -0,37 \cdot E$ 0
Représentation Graphique.				

III/ Réponse d'un dipôle RC à une tension créneau :

1^{er} Cas : $5\tau < \frac{T}{2}$, avec T est la période de la tension fournie par le GBF.



2^{ème} Cas : $5\tau = \frac{T}{2}$, avec T est la période de la tension fournie par le GBF.



3^{ème} Cas : $5\tau > \frac{T}{2}$, avec T est la période de la tension fournie par le GBF.

