

## L'ESSENTIEL DU COURS

## A/ La Bobine :

## I / Phénomène d'induction électromagnétique :

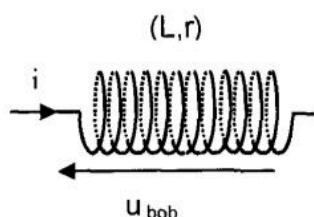
- \* L'apparition d'un courant induit dans une bobine dans un circuit fermé est due à la variation d'un champ magnétique à son intérieur, c'est le phénomène d'induction électromagnétique.
  - L'inducteur est le créateur du champ magnétique.
  - L'induit est la bobine (dans le quel circule le courant induit).
- \* Loi de Lenz : Le courant induit a un sens tel qu'il s'oppose par ses effets à la cause qui lui a donné naissance.

## \* Remarque :

- Le sens du courant induit dépend de la variation du champ magnétique à l'intérieur de la bobine.
- L'intensité du courant induit dépend de la durée de la variation du champ magnétique.

## II/ Phénomène d'auto induction électromagnétique :

- \* Traversée par un courant électrique d'intensité variable, la bobine jouant le rôle de l'induit et de l'inducteur crée à son intérieur un champ magnétique variable faisant apparaître un courant électrique induit, on dit que la bobine est le siège d'un phénomène d'auto induction électromagnétique.
- \* La bobine ne se comporte pas comme un conducteur ohmique car elle s'oppose, par la création d'un courant d'auto-induction, à toute variation de l'intensité du courant électrique inducteur qui y circule.
- \* Toute bobine se caractérise par une résistance interne,  $r$ , et une inductance,  $L$ , exprimées dans le système international respectivement en  $(\Omega)$  et en Henry (H).



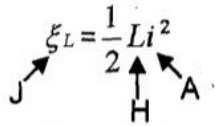
$$U_{bob} = -e + r.i$$

Avec  $e$  : fem d'auto induction de la bobine exprimée par :  $e = -L \cdot \frac{di}{dt}$ .

$i$  : Intensité du courant inducteur qui traverse la bobine.

d'où  $U_{bob} = L \cdot \frac{d}{dt} i + r.i$ .

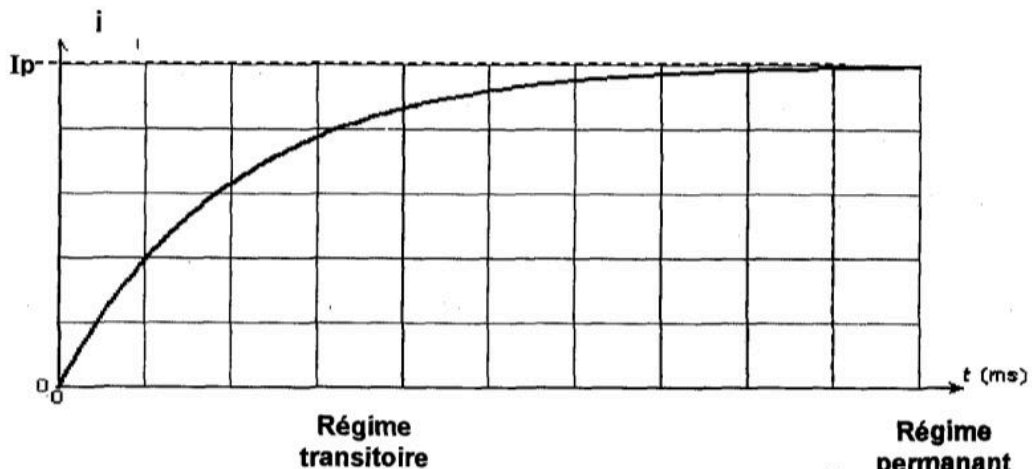
- \* Si la bobine est traversée par un courant d'intensité constante  $I$  alors  $\frac{di}{dt} = 0$  d'où  $u_{\text{bob}} = r.I$  d'où la bobine se comporte comme un conducteur ohmique de résistance  $r$ .
- \* Si la bobine est purement inductive ( $r=0$ ) donc  $u_{\text{bob}} = L \cdot \frac{di}{dt}$ .
- \* L'énergie emmagasinée dans la bobine est appelée énergie magnétique notée  $\xi_L$  et exprimée par

$$\xi_L = \frac{1}{2} Li^2$$


### B/ Dipole RL :

#### I/ Etablissement du courant électrique dans le dipôle RL :

- \* La réponse d'un dipôle RL à un échelon de tension est l'établissement d'un courant électrique qui se fait en deux régimes :
  - régime transitoire : Au cours duquel l'intensité,  $i$ , du courant électrique augmente progressivement au cours du temps; ce retard (ce retard) est dû au phénomène d'auto induction produit par la bobine en créant un courant d'auto-induction qui s'oppose à cette augmentation.
  - régime permanent : Au cours duquel l'intensité,  $i$ , du courant électrique reste constant et égale à  $I_p$  (intensité du courant électrique en régime permanent).



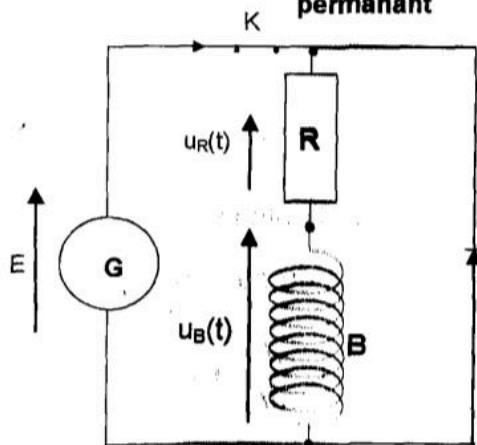
- \* Equation différentielle en fonction de  $i$  :

Loi des mailles :  $u_B + u_R - E = 0$

$$L \frac{di}{dt} + (R+r)i = E \text{ alors } \frac{L}{(R+r)} \frac{di}{dt} + i = \frac{E}{(R+r)}$$

On pose :  $\tau = \frac{L}{(R+r)}$  : Constante de temps du dipôle RL(s).

$$\text{D'où } \tau \frac{di}{dt} + i = \frac{E}{(R+r)}$$



\* Equation différentielle en fonction de  $u_R$  :

$$\left( L \frac{d}{dt} i + (R+r)i = E \right) \times R$$

$$LR \frac{d}{dt} i + (R+r)i.R = E.R \text{ d'autre part } u_R = R.i \text{ d'où } L \frac{du_R}{dt} + (R+r)u_R = E.R$$

\* Equation différentielle en fonction de  $u_b$  :

$$u_b + u_R = E \text{ par suite } u_b + Ri = E \text{ d'où } i = \frac{E - u_b}{R} \text{ et puisque } L \frac{di}{dt} + (R+r)i = E \text{ donc}$$

$$L \frac{d\left(\frac{E - u_b}{R}\right)}{dt} + (R+r)\left(\frac{E - u_b}{R}\right) = E \text{ par suite } -\frac{L}{R} \frac{du_b}{dt} + \frac{(R+r)}{R} E - \frac{(R+r)}{R} u_b = E$$

$$\text{ce qui donne l'expression } \frac{L}{R} \frac{du_b}{dt} + \frac{(R+r)}{R} u_b = \left( \frac{(R+r)}{R} - 1 \right) E \text{ ou } \frac{L}{R} \frac{du_b}{dt} + \frac{(R+r)}{R} u_b = \left( \frac{r}{R} \right) E$$

$$* \text{ L'équation différentielle } \tau \frac{di}{dt} + i = \frac{E}{(r+R)} \text{ admet comme solution : } i(t) = \frac{E}{R+r} \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) = I_p \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$$

$$\text{avec } I_p = \frac{E}{R+r}.$$

\* Etude dimensionnelle de  $\tau$  :

$$[\tau] = \frac{[L]}{[R]} \text{ et puisque } [L] = \frac{[-e]}{\left[ \frac{di}{dt} \right]} = VA^{-1}s \text{ et } [R] = \frac{[u_R]}{[i]} = VA^{-1}.$$

$$\text{D'où } [\tau] = \frac{VA^{-1}s}{VA^{-1}} = s \text{ donc } \tau \text{ est bien homogène à une durée.}$$

\*

|             | $i(t) = \frac{E}{R+r} (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ | $u_R(t) = Ri = \frac{RE}{R+r} (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ | $u_b = E - u_R$               |
|-------------|--------------------------------------------------|----------------------------------------------------------|-------------------------------|
| A $t=0$     | 0                                                | 0                                                        | E                             |
| A $t=\tau$  | $0,63 I_p$                                       | $0,63 U_{RP}$                                            | $E - 0,63 U_{RP}$             |
| A $t=5\tau$ | $I_p$                                            | $U_{RP} = R I_p$                                         | $U_{bp} = E - U_{RP} = r I_p$ |

$$\text{Avec : } I_p = \frac{E}{R+r} \text{ et } u_b = L \frac{di}{dt} + ri \text{ en régime permanent } i = \text{Cte} = I_p \text{ alors } \frac{di}{dt} = 0$$

$$\text{D'où } U_{bp} = r I_p.$$

\* A la date  $t_1$ :

$$\frac{RE}{R+r} \left( 1 - e^{-\frac{t_1}{\tau}} \right) = \frac{E}{2}$$

$$\text{alors } \left( 1 - e^{-\frac{t_1}{\tau}} \right) = \frac{R+r}{2R}$$

$$\text{d'où } e^{-\frac{t_1}{\tau}} = 1 - \frac{R+r}{2R} = \frac{R-r}{2R}$$

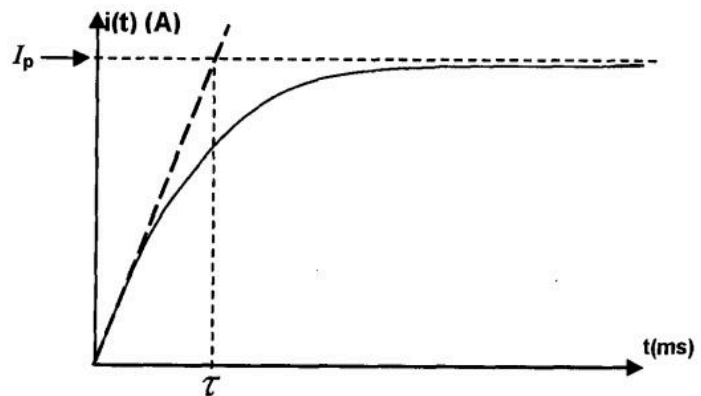
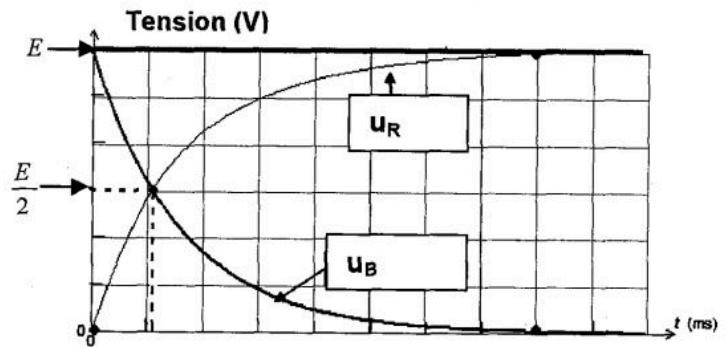
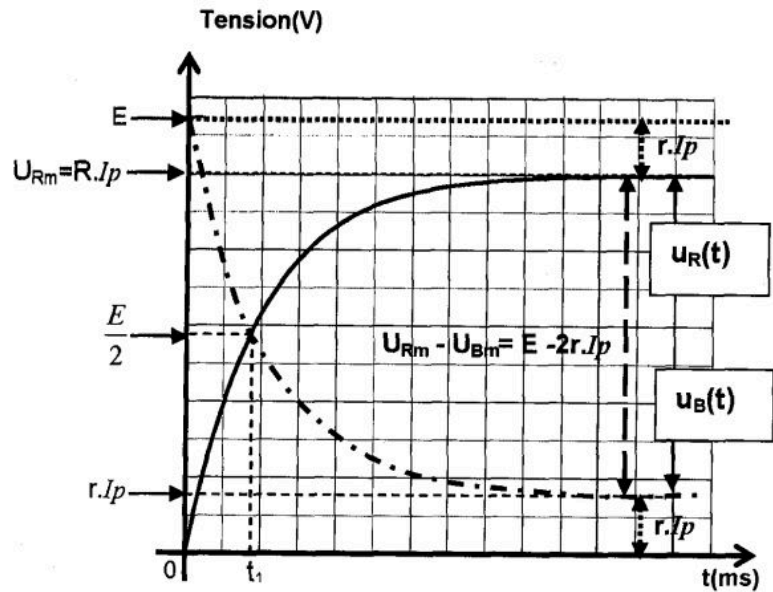
$$\text{par suite } t_1 = \tau \ln \left( \frac{2R}{R-r} \right)$$

\* Remarques :

- Si la bobine est purement inductive ( $r=0$ ) alors  $u_{Rp}=E$  et  $u_{Bp}=0$ . Avec

$$\tau = \frac{L}{R} \text{ et } I_p = \frac{E}{R}.$$

- La constante de temps  $\tau$  du dipôle RL est une grandeur physique temporelle qui renseigne sur le retard avec lequel s'établit le régime permanent.



\* Détermination de la constante de temps  $\tau$  du dipôle RL par la méthode de la tangente :

$\tau$  est l'abscisse du point d'intersection de la tangente à la courbe  $i=f(t)$  à  $t=0$  et l'asymptote  $i=I_p$ .

\* Remarques :

- La constante de temps  $\tau$  du dipôle RL est l'abscisse du point d'intersection A de la tangente à la courbe  $u_B=g(t)$  à  $t=0$  et son asymptote  $u_B = u_{Bp} = rI_p$ .

$$\text{En effet : } u_B = E - u_R(t) = E - \frac{RE}{R+r} \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right).$$

\* Equation de la tangente (T) :

$$u = at + b = at + E$$

Avec a : coefficient de la tangente (T) à la

$$\text{courbe } u_b = f(t) \text{ (à } t=0) = \frac{du_B}{dt} \text{ (à } t=0)$$

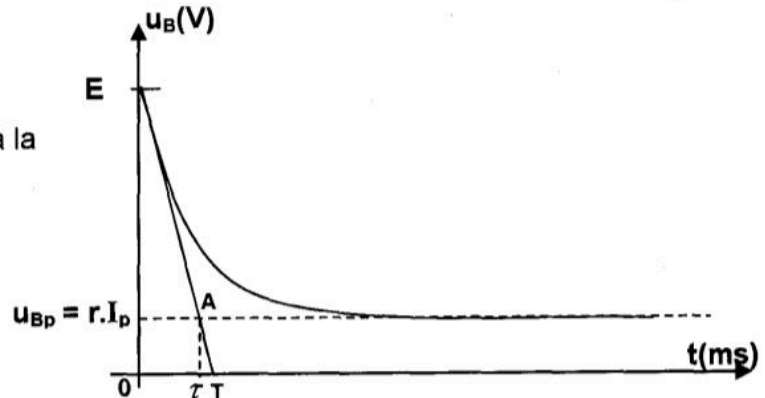
$$\frac{du_B}{dt} \text{ (à } t=0) = \frac{ER}{R+r} \left(-\frac{1}{\tau}\right) e^{-\frac{t}{\tau}} \text{ (à } t=0)$$

$$\frac{du_B}{dt} \text{ (à } t=0) = -\frac{ER}{R+r} \cdot \frac{R+r}{L} = -\frac{ER}{L}$$

$$u = -\frac{ER}{L} t + E.$$

$$\text{Au point d'intersection } u_A = -\frac{ER}{L} t_A + E = rI_p.$$

$$t_A = \left(-\frac{rE}{R+r} + E\right) \cdot \frac{L}{ER} = \frac{R}{(R+r)} \cdot \frac{L}{R} = \frac{L}{R+r} = \tau$$

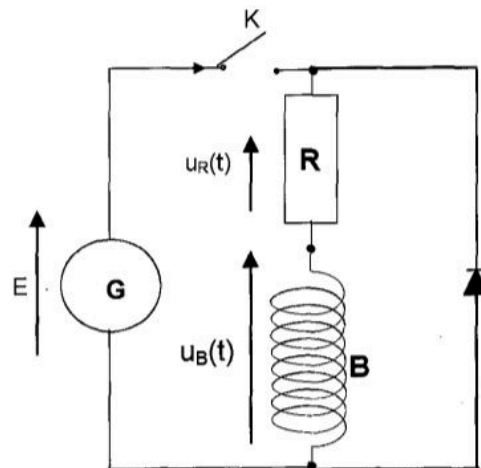


## II/ Rupture du courant électrique dans le dipôle RL :

A l'ouverture de l'interrupteur k, la bobine traversée par un courant d'intensité décroissante, crée un champ magnétique de valeur décroissante et produit un courant électrique d'auto-induction de même sens que le courant provenant du générateur d'où le retard de la diminution de l'intensité du courant électrique dans le dipôle RL.

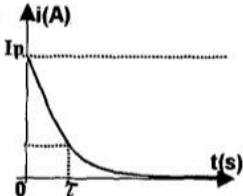
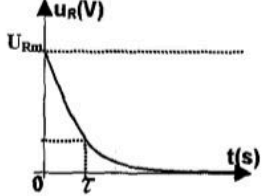
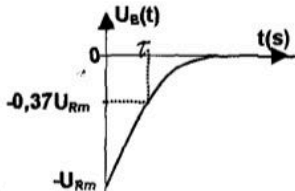
\* Equation différentielle associée à la rupture du courant électrique dans le dipôle RL :

|                         | En fonction de $i(t)$          | En fonction de $u_R(t)$            | En fonction de $u_B(t)$            |
|-------------------------|--------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|
| Equation différentielle | $L \frac{di}{dt} + (R+r)i = 0$ | $L \frac{du_R}{dt} + (R+r)u_R = 0$ | $L \frac{du_B}{dt} + (R+r)u_B = 0$ |



\* Résolution de l'équation différentielle vérifiée par  $i(t)$  :  $L \frac{d}{dt} i + (R + r)i = 0$

Cette équation différentielle admet comme solution  $i(t) = \frac{E}{(R + r)} e^{-\frac{t}{\tau}}$

|                |                                                                                     |                                                                                     |                                                                                       |
|----------------|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|
|                | $i(t) = \frac{E}{(R + r)} e^{-\frac{t}{\tau}}$                                      | $U_{R(t)} = \frac{RE}{(R + r)} e^{-\frac{t}{\tau}}$                                 | $u_B = -u_R = -R \frac{E}{(R + r)} e^{-\frac{t}{\tau}}$                               |
| A $t=0$        | $I_p = \frac{E}{R + r}$                                                             | $\frac{ER}{R + r}$                                                                  | $-\frac{ER}{R + r}$                                                                   |
| A $t=\tau$     | $0,37 I_p$                                                                          | $0,37 U_{RM}$                                                                       | $-0,37 u_{RM}$                                                                        |
| A $t=5\tau$    | 0                                                                                   | 0                                                                                   | 0                                                                                     |
| Représentation |  |  |  |