



RESUME DU COURS

Définition : Soit f une fonction définie sur un intervalle ouvert I et a un réel de I .

On dit que la fonction f est continue en a si et seulement si f admet une limite en a égale à $f(a)$.

Conséquence :- Lorsque la représentation graphique de f sur un intervalle ouvert I , met en évidence un tracé continu de la courbe la fonction f est continue en tout réel a de I .

- Lorsque la représentation graphique de f sur un intervalle ouvert I met en évidence un saut du tracé de part et d'autre du point $A(a, f(a))$, la fonction f est discontinue en a ...

Théorème (admis) : Toute fonction constante est continue en tout réel a .

La fonction $x \mapsto x$ est continue en tout réel a .

Toute fonction linéaire est continue en tout réel a .

Toute fonction affine est continue en tout réel a .

La fonction $x \mapsto x^2$ est continue en tout réel a .

La fonction $x \mapsto \frac{1}{x}$ est continue en tout réel non nul a .

La fonction $x \mapsto \sqrt{x}$ est continue en tout réel strictement positif a .

Toute fonction polynôme est continue en tout réel.

Toute fonction rationnelle est continue en tout réel où elle est définie.

Théorème : Soit f une fonction définie sur un intervalle ouvert I et a un réel de I .

Si f est continue en a , alors $|f|$ est continue en a .

4- Opérations algébriques sur les fonctions continues

Théorème : Soit f et g deux fonctions définies sur un intervalle ouvert I . Soit a un réel de I et k un réel.

Si f et g sont continues en a alors les fonctions $f + g$, fg et kf sont continues en a .

Si f est continue en a et si $f(a) \neq 0$ alors la fonction $\frac{1}{f}$ est continue en a .

Si f et g sont continues en a et si $g(a) \neq 0$ alors la fonction $\frac{f}{g}$ est continue en a .

Théorème : Soit f une fonction définie et positive sur un intervalle ouvert I et a un réel de I .

Si f est continue en a , alors la fonction $\sqrt{f}$ est continue en a .

Théorème : Soit f une fonction définie sur un intervalle ouvert contenant a .

f est continue en a , si et seulement si, f est continue à droite et à gauche en a .

Théorème : Soit f une fonction définie et positive sur un intervalle I et a un réel de I .

* Si f est continue à droite en a , alors la fonction $\sqrt{f}$ est continue à droite en a .

* Si f est continue à gauche en a , alors la fonction $\sqrt{f}$ est continue à gauche en a .

Définition :- Soit a et b finis ou infinis. Une fonction définie sur un intervalle $]a, b[$ est dite continue sur $]a, b[$ si elle est continue en tout réel de $]a, b[$.

- Soit a fini ou infini et b un réel.

Une fonction définie sur un intervalle $]a, b[$ est dite continue sur $]a, b[$ si elle est continue sur $]a, b[$ et continue à gauche en b .

- Soit a un réel et b fini ou infini.

Une fonction définie sur un intervalle $]a, b[$ est dite continue sur $]a, b[$ si elle est continue sur $]a, b[$ et continue à droite en a .

- Soit a et b deux réels. Une fonction définie sur un intervalle $[a, b]$ est dite continue sur $[a, b]$ si elle est continue sur $]a, b[$, continue à droite en a et continue à gauche en b .

Conséquence : Si une fonction est continue sur un intervalle I , alors elle est continue sur tout intervalle inclus dans I .

Conséquence : Toute fonction polynôme est continue sur tout intervalle contenu dans $\mathbb{R}$.
Toute fonction rationnelle est continue sur tout intervalle contenu dans son ensemble de définition.