

I. Système de deux équations linéaires du premier degré à deux inconnues :

▪ *Activité 1 page 117 :*

Définition :

- Un système de deux équations linéaires du premier degré à deux inconnues est un système qui peut se mettre sous la forme $(S): \begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$

Où a, b, c, a', b' et c' sont des réels donnés tels que $(a, b) \neq (0, 0)$ et $(a', b') \neq (0, 0)$ et x et y sont les inconnues.

a, b, a' et b' sont appelés **coefficients des inconnues**

c et c' sont appelés **coefficients du second membre**

- Un couple de réels (x_0, y_0) est une solution du système (S) si $ax_0 + by_0 = c$ **et** $a'x_0 + b'y_0 = c'$.
- Résoudre dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ le système (S) , c'est trouver tous les couples de réels (x, y) solutions de (S) .

Résolution par la méthode de substitution :

▪ *Activité 2 page 117 :*

Méthode :

- On utilise l'une des deux équations pour exprimer l'une des inconnues en fonction de l'autre.
- Ensuite, dans l'autre équation on remplace cette inconnue par l'expression trouvée.
- On obtient une équation à une inconnue que l'on sait résoudre.
- On en déduit ensuite la valeur de la deuxième inconnue.

Application : Act 3 p 117

Définition :

Soit $(S): \begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$

Le réel $ab' - a'b$ est appelé **le déterminant** du système (S) . On le note : $\begin{vmatrix} a & b \\ a' & b' \end{vmatrix}$.

Théorème :

Soit $(S): \begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$

- Si $ab' - a'b \neq 0$ alors (S) admet une seule solution.
- Si $ab' - a'b = 0$ et Si $ac' - a'c = 0$ alors (S) admet une infinité de solutions.
- Si $ab' - a'b = 0$ et Si $ac' - a'c \neq 0$ alors (S) n'admet pas de solution.

Application : Act 5 p 118

II. Système de trois équations linéaires du premier degré à trois inconnues :

▪ *Activité 1 page 119 :*

Définition :

- Un système de trois équations linéaires du premier degré à trois inconnues est un système

qui peut se mettre sous la forme $(S): \begin{cases} ax + by + cz = d \\ a'x + b'y + c'z = d' \\ a''x + b''y + c''z = d'' \end{cases}$

Où $a, b, c, d, a', b', c', d', a'', b'', c''$ et d'' sont des réels donnés tels que $(a, b, c) \neq (0, 0, 0)$; $(a', b', c') \neq (0, 0, 0)$ et $(a'', b'', c'') \neq (0, 0, 0)$ et x, y et z sont les inconnues.

$a, b, c, a', b', c', a'', b''$ et c'' sont appelés **coefficients des inconnues**

d, d' et d'' sont appelés **coefficients du second membre**

- Un triplet de réels (x_0, y_0, z_0) est une solution du système (S) si $ax_0 + by_0 + cz_0 = d$; $a'x_0 + b'y_0 + c'z_0 = d'$ **et** $a''x_0 + b''y_0 + c''z_0 = d''$.
- Résoudre dans $\mathbb{R}^3$ le système (S) , c'est trouver tous les triplets de réels (x, y, z) solutions de (S) .

1. Résolution par la méthode substitution :

La substitution consiste à :

- Choisir une équation et exprimer une des trois inconnues en fonction des deux autres.
- Remplacer cette inconnue par son expression ainsi obtenue dans les deux autres équations qui formeront un système de deux équations à deux inconnues.
- Résoudre le système de deux équations à deux inconnues obtenues.
- Retrouver éventuellement la troisième inconnue.

Application : Act 3 p 120

2. Résolution par la méthode du pivot de Gauss :**Opérations élémentaires :**

On admet qu'on obtient un système équivalent lorsque :

- On échange l'ordre de deux équations ($L \leftrightarrow L'$)
- On échange l'ordre des inconnues en conservant leurs coefficients respectifs
- On multiplie les deux membres d'une équation L par un réel non nul α ($L \leftarrow \alpha L$)
- On remplace une équation L par une équation obtenue en additionnant membre à membre l'équation L et une autre L' multipliée par un réel non nul α ($L \leftarrow L + \alpha L'$)
- On supprime une équation lorsqu'elle est le produit d'une autre par un réel non nul.

Méthode du pivot de Gauss :

	Etapes	Exemple
Etape 0	(S) est un système à 3 lignes	$(S): \begin{cases} 2x - y + z = 5 & L_1 \\ x + 2y + 3z = 2 & L_2 \\ 3x + 7y - 2z = 3 & L_3 \end{cases}$
Etape 1	On place en L_1 une ligne dont le coefficient de la première inconnue est non nul. Choisir, si possible, un coefficient égal à ± 1 .	$L_1 \leftrightarrow L_2$ $(S): \begin{cases} x + 2y + 3z = 2 & L_1 \\ 2x - y + z = 5 & L_2 \\ 3x + 7y - 2z = 3 & L_3 \end{cases}$
Etape 2	On élimine la première inconnue dans L_2 et L_3 par les opérations élémentaires $L_2 \leftarrow L_2 + \alpha L_1$ et $L_3 \leftarrow L_3 + \beta L_1$	$L_2 \leftarrow L_2 - 2L_1$ $L_3 \leftarrow L_3 - 3L_1$ $(S): \begin{cases} x + 2y + 3z = 2 & L_1 \\ -5y - 5z = 1 & L_2 \\ y - 11z = -3 & L_3 \end{cases}$
Etape 3	On choisit parmi L_2 et L_3 celle où le coefficient de la deuxième inconnue est non nul (choisir, si possible, un coefficient égal à ± 1) et on la place en L_2	$L_2 \leftrightarrow L_3$ $(S): \begin{cases} x + 2y + 3z = 2 & L_1 \\ y - 11z = -3 & L_2 \\ -5y - 5z = 1 & L_3 \end{cases}$
Etape 4	On élimine la deuxième inconnue dans L_3 par l'opération élémentaire $L_3 \leftarrow L_3 + \gamma L_2$	$L_3 \leftarrow L_3 + 5L_2$ $(S): \begin{cases} x + 2y + 3z = 2 & L_1 \\ y - 11z = -3 & L_2 \\ -60z = -14 & L_3 \end{cases}$
Etape 5	Déterminer à partir de L_3 , éventuellement la troisième inconnue puis remonter pour déterminer la deuxième puis la première inconnue	$z = \frac{-14}{-60} = \frac{7}{30}$ $y = -3 + 11 \times \frac{7}{30} = -\frac{13}{30}$ $x = 2 - 2 \times \left(-\frac{13}{30}\right) - 3 \times \frac{7}{30} = \frac{13}{6}$

$$S_{\mathbb{R}^3} = \left\{ \left(\frac{13}{6}, -\frac{13}{30}, \frac{7}{30} \right) \right\}$$

Application : Act 6 p 122

A faire : Ex 18 p 128 + Ex 23 p 129