

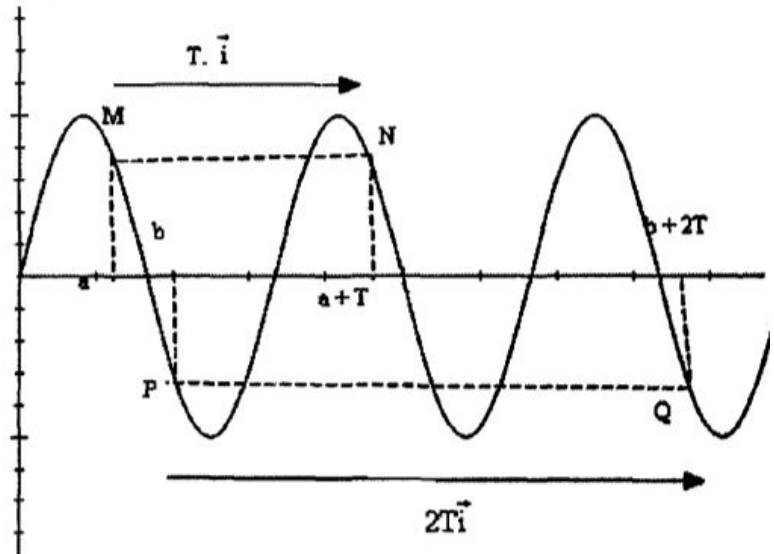
Résumé du cours :

Fonction périodique

Définition : Soit f une fonction définie sur une partie D de $\mathbb{R}$ et T un réel non nul. On dit que f est périodique de période T , si pour tout $x \in D$; $(x + T)$ appartient à D et

$$f(x + T) = f(x)$$

Construction Soit f une fonction définie sur D , périodique, de période T et g la restriction de f à un intervalle $[a; a + T]$. La courbe représentative de f se déduit à partir de celle de g par translation de vecteur $kT\vec{i}$, où k appartient à $\mathbb{Z}$.



Définition : Le plan est muni d'un repère orthonormé direct. Soit x un réel et M le point du cercle trigonométrique de coordonnées $(\cos x; \sin x)$. La fonction sinus est la fonction périodique, de période 2π , qui au réel x associe le réel $\sin x$. On la note $\sin : x \mapsto \sin x$. La fonction cosinus est la fonction périodique, de période 2π , qui au réel x associe le réel $\cos x$. On la note $\cos : x \mapsto \cos x$.

Soit a un réel. Les fonctions, $x \mapsto \sin(x + a)$ et $x \mapsto \cos(x + a)$ sont périodiques, de période 2π

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1 \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x} = 0 \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} = \frac{1}{2}$$

Les fonctions sinus et cosinus sont dérivables sur $\mathbb{R}$. De plus, pour tout $x \in \mathbb{R}$; On a : $(\sin)'(x) = \cos x$ et $(\cos)'(x) = -\sin x$

Fonction tangente

Définition : On appelle fonction tangente et on note $\tan$ la fonction : $x \mapsto \frac{\sin x}{\cos x}$. La fonction tangente est impaire et périodique, de période π .

La fonction tangente est dérivable pour tout réel x , différent de $\frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z}$ et On a : $(\tan)'(x) = 1 + \tan^2 x$,

pour tout x différent de $\frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z}$

Fonctions $f : x \mapsto \sin(\omega x + \varphi)$, $f : x \mapsto \sin(\omega x + \varphi)$

Soit ω et φ deux réels tels que : $\omega \neq 0$. Les fonctions $f : x \mapsto \sin(\omega x + \varphi)$ et $g : x \mapsto \cos(\omega x + \varphi)$ sont périodiques, de période $\frac{2\pi}{\omega}$. De plus, f et g sont dérivables sur $\mathbb{R}$ et on a pour tout réel x ,

$$f'(x) = \omega \cos(\omega x + \varphi) \text{ et } g'(x) = -\omega \sin(\omega x + \varphi)$$