

Résumé du cours :

Définition : $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite arithmétique signifie qu'il existe un réel r tel que : pour tout $n \in \mathbb{N}$: $u_{n+1} - u_n = r$ et r est la raison de la suite u

Terme Général : Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite arithmétique de premier terme u_0 et de raison r :

On a : $u_n = u_0 + nr$; pour tout $n \in \mathbb{N}$

Relation entre deux termes quelconques : $u_n = u_p + (n - p)r$; pour tous entiers naturels n et p

Somme de n termes consécutifs d'une suite arithmétique :

Soit $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{n-1}$ alors on a : $S_n = \frac{n(u_0 + u_{n-1})}{2}$

Somme des termes consécutifs d'une suite arithmétique :

Soit $S = u_p + u_{p+1} + \dots + u_n$ ($p \leq n$) alors on a : $S = \frac{(n - p + 1)(u_p + u_n)}{2}$

Conséquence : Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$ on a : $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$

Définition : $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite géométrique signifie qu'il existe un réel q tel que pour tout $n \in \mathbb{N}$: $u_{n+1} = qu_n$, q est la raison de la suite u

Terme Général : Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite géométrique de premier terme u_0 et de raison q

On a : $u_n = u_0 \cdot q^n$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

Relation entre deux termes quelconques : $u_n = u_m \cdot q^{n-m}$; pour tous entiers naturels n et m

Relation entre trois termes consécutifs d'une suite géométrique :

a , b et c sont trois termes consécutifs d'une suite géométrique sig $a \cdot c = b^2$

Somme de n termes consécutifs d'une suite géométrique : Soit $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{n-1}$ On a

$$S_n = \begin{cases} n \cdot u_0 & \text{si } q = 1 \\ u_0 \frac{1 - q^n}{1 - q} & \text{si } q \neq 1 \end{cases}$$

Somme des termes consécutifs d'une suite géométrique : Soit $S = u_p + u_{p+1} + \dots + u_n$

$$(p \leq n), \text{ On a : } S = \begin{cases} (n - p + 1)u_p & \text{si } q = 1 \\ u_p \frac{1 - q^{n-p+1}}{1 - q} & \text{si } q \neq 1 \end{cases}$$

$$\text{Conséquence : Pour tout réel } q \text{ on a : } 1 + q + q^2 + q^3 + \dots + q^{n-1} = \begin{cases} n & \text{si } q = 1 \\ \frac{1 - q^n}{1 - q} & \text{si } q \neq 1 \end{cases}$$

Définition : Une suite numérique u est une fonction de $\mathbb{N}$ dans $\mathbb{R}$, définie à partir d'un certain rang n , L'image $u(n)$ de l'entier n est noté u_n . Le terme u_{n_0} est le premier terme de la suite. Le terme u_n est le terme d'indice n de la suite.

Variation d'une suite Définition : Soit u une suite numérique définie pour tout entier $n \geq n_0 \geq 0$.

La suite (u_n) est dite croissante si $u_{n+1} \geq u_n$ pour tout $n \geq n_0$. Dans ce cas les termes de la suite sont rangés dans l'ordre croissant : $u_{n_0} \leq u_{n_0+1} \leq \dots \leq u_n \leq u_{n+1} \leq \dots$

La suite (u_n) est dite décroissante si $u_{n+1} \leq u_n$ pour tout $n \geq n_0$. Dans ce cas les termes de la suite sont rangés dans l'ordre croissant : $u_{n_0} \geq u_{n_0+1} \geq \dots \geq u_n \geq u_{n+1} \geq \dots$

Théorème : Soit (u_n) une suite géométrique définie par : $u_n = q^n$; $n \geq 0$; où q est un réel non nul.

- Si $q > 1$; alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$
- Si $|q| < 1$; alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$
- Si $q \leq -1$; alors la suite (u_n) n'a pas de limite.
- Si $q = 1$; alors la suite (u_n) est constante.