

**Résumé du cours :**

**Définition :** Lorsqu'on tire au sort un nombre, ou qu'on lance une pièce de monnaie ou un dé, il est impossible de prévoir le résultat, car ce résultat est soumis au hasard. On dit alors que le résultat est aléatoire. Les expériences telles que tirer au sort une question dans un examen, tirer au sort un nombre, lancer un dé non truqué ou une pièce de monnaie sont appelées expériences aléatoires ou épreuves.

**Définition :** Soit  $E$  l'ensemble des issues d'une expérience aléatoire et  $p(E)$  l'ensemble des événements de  $E$  on appelle probabilité sur  $E$ , toute application  $p$ , de  $p(E)$  dans  $[0;1]$  telle que :

- $p(E) = 1$
- L'image  $p(A)$  d'un événement  $A$ , est la somme des images des événements élémentaires de  $A$
- L'image  $p(\emptyset)$  de l'ensemble vide est égal à 0.

**Définition :** Soit  $E = (a_1; a_2; \dots; a_n)$  l'ensemble des issues et  $p$  une probabilité sur  $E$ . la probabilité d'un événement élémentaire  $\{a_i\}$  est notée  $p(a_i)$  et on a :  $\sum_{i=1}^n p(a_i) = 1$ .

**Définition :** L'événement complémentaire d'un événement  $A$  est dit l'événement contraire de  $A$

Soit  $E$  un ensemble fini et  $p$  une probabilité sur  $E$ .

- Pour tout événement  $A$ ,  $p(\overline{A}) = 1 - p(A)$
- Pour tous événements  $A$  et  $B$ ,  $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$
- Pour tous événements incompatibles  $A$  et  $B$ ,  $p(A \cup B) = p(A) + p(B)$

**Définition :** Soit  $E$  un ensemble fini des issues dans une situation d'équiprobabilité. Si la cardinal de  $E$  est égal à  $N$  et si  $p$  est la probabilité sur  $E$ , on a :

- Pour tout événement élémentaire  $a_i$  ;  $p(a_i) = \frac{1}{N}$
- Pour tout événement  $A$ ,  $p(A) = \frac{\text{card } A}{N}$

**Définition :** On considère une expérience, constituée de  $n$  épreuves successives. Soit  $A_1$  un événement réalisé avec la probabilité  $p_1$  lors de la première épreuve,  $A_2$  un événement réalisé avec la probabilité  $p_2$  lors de la deuxième épreuve, et  $A_n$  un événement réalisé avec la probabilité  $p_n$  lors de la  $n^{\text{ème}}$  épreuve. On dit que les événements sont indépendants si la réalisation de l'un n'influe pas sur la réalisation du suivant. Dans ce cas la probabilité pour que les événements  $A_1; A_2; \dots; A_n$  soient successivement réalisés est égale à  $p_1 \times p_2 \times \dots \times p_n$

On considère une expérience, constituée de  $n$  épreuves successives.  $A_1$  un événement réalisé lors de la première épreuve,  $A_2$  un événement réalisé lors de la deuxième épreuve, et  $A_n$  un événement réalisé lors de la  $n^{\text{ème}}$  épreuve. On dit que les événements sont dépendants si la réalisation de l'un influe sur la réalisation du suivant. Soit  $p_1$  la probabilité de  $A_1$  ;  $p_2$  la probabilité de  $A_2$  et  $p_n$  la probabilité de  $A_n$  . Si  $A_{n-1}$  se réalise. Alors la probabilité pour que les événements  $A_1; A_2; \dots; A_n$  se réalisent successivement est égale