

Résumé du cours

A retenir : Soit $B = (\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ une base de W . On considère les vecteurs $\vec{u} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} a' \\ b' \\ c' \end{pmatrix}$ deux vecteurs de W .

($\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires) si et seulement si $\begin{vmatrix} a & a' \\ b & b' \end{vmatrix} = 0 ; \begin{vmatrix} a & a' \\ c & c' \end{vmatrix} = 0$ et $\begin{vmatrix} b & b' \\ c & c' \end{vmatrix} = 0$

Conséquence : Si $a, b, c \neq 0$. Alors : ($\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires) si et seulement si $\left(\frac{a'}{a} = \frac{b'}{b} = \frac{c'}{c}\right)$

Théorème : L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. Soit $A(x_0, y_0, z_0)$ et le vecteur $\vec{u} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ tel

que $(a, b, c) \neq (0, 0, 0)$. L'ensemble des points $M(x, y, z)$ vérifiant $\begin{cases} x = x_0 + \alpha a \\ y = y_0 + \alpha b \\ z = z_0 + \alpha c \end{cases} ; \alpha \in \mathbb{R}$ est la droite $\mathcal{D}(A, \vec{u})$.

Le système précédent s'appelle représentation paramétrique de la droite $\mathcal{D}(A, \vec{u})$.

Théorème : L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. Soit $A(x_0, y_0, z_0)$ et $\vec{u} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}, \vec{v} \begin{pmatrix} a' \\ b' \\ c' \end{pmatrix}$ deux

vecteurs non colinéaires. L'ensemble des points $M(x, y, z)$ vérifiant le

système $\begin{cases} x = x_0 + \alpha a + \beta a' \\ y = y_0 + \alpha b + \beta b' \\ z = z_0 + \alpha c + \beta c' \end{cases}$ et $\beta \in \mathbb{R}$ est le système précédent s'appelle représentation paramétrique du

plan $\mathcal{P}(O, \vec{u}, \vec{v})$.

Théorème : L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. Pour tout plan P , il existe quatre réels a, b, c et d vérifiant $(a, b, c) \neq (0, 0, 0)$ tels que : $M(x, y, z)$ appartient à P si et seulement si $ax + by + cz + d = 0$.

L'équation $ax + by + cz + d = 0$ est appelée équation cartésienne de P .

Théorème : L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ et a, b, c et d quatre réels tels que : $(a, b, c) \neq (0, 0, 0)$.

L'ensemble des points $M(x, y, z)$ vérifiant l'équation $ax + by + cz + d = 0$ est un plan.

Théorème : L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

L'ensemble des points $M(x, y, z)$ tels que $\begin{cases} ax + by + cz + d = 0 \\ a'x + b'y + c'z + d' = 0 \end{cases}$ est une droite, si et seulement si, les triplets (a, b, c) et (a', b', c') ne sont pas proportionnels.

Théorème: Soit A un point de l'espace et $\vec{n}$ un vecteur non nul.

L'ensemble des points M de l'espace tel que $\overrightarrow{AM} \cdot \vec{n} = 0$ est le plan passant par A et de vecteur normal à $\vec{n}$

Propriété: L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. Si $\mathcal{P}$ est un plan a pour équation $ax + by +$

$cz + d = 0$, alors le vecteur $\vec{n} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ est normal à $\mathcal{P}$.