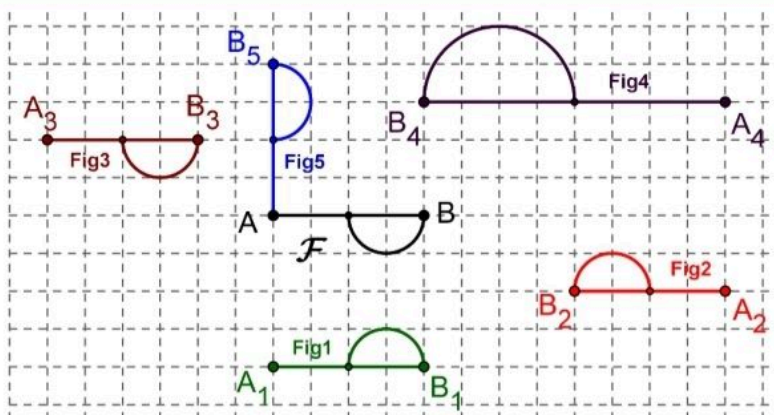


1) Applications du plan dans le plan.

➔ Activité 1

◆ Quelle application du plan envoie :

- 1) La figure F sur Fig1.
- 2) La figure F sur Fig2.
- 3) La figure F sur Fig3.
- 4) La figure F sur Fig4.
- 5) La figure F sur Fig5.



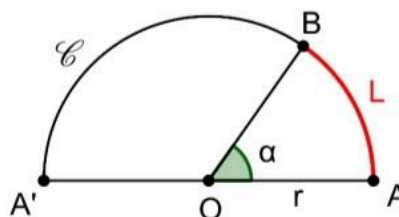
2) Mesure d'un angle en radian.

➔ Activité 2

◆ Dans la figure ci-contre $\mathcal{C}$ est un demi-cercle de centre O et de rayon r .

◆ B un point de $\mathcal{C}$ et on note $\alpha = \widehat{AOB}$.

◆ Soit L la longueur de l'arc $[AB]$.



► Compléter le tableau suivant :

α	180°	90°	60°	45°	30°	0°
L						
$\frac{L}{r}$						

❖ Vocabulaire

◆ Le rapport $\frac{L}{r}$ est une mesure en radians de l'angle $\widehat{AOB}$

► π radians (π rad) est la mesure en radians de l'angle plat.

► $\frac{\pi}{2}$ radians ($\frac{\pi}{2}$ rad) est la mesure en radians de l'angle droit.

✓ On écrit souvent π , $\frac{\pi}{2}$ au lieu de π rad, $\frac{\pi}{2}$ rad

➔ Activité 3

► Compléter :

mesure en degré	120		20		18		150		72	
mesure en radian		$\frac{3\pi}{4}$		$\frac{\pi}{5}$		$\frac{\pi}{8}$		$\frac{3\pi}{10}$		0

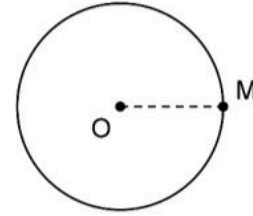


3) Rotation

➔ Activité 4

- ♦ Soit O et M deux points distincts.
- ♦ Soit $\mathcal{C}$ le cercle de centre O et de rayon OM .

- 1) Combien y a-t-il de points M' sur le cercle $\mathcal{C}$ tel que $\widehat{MOM'} = \frac{\pi}{4}$
- 2) a) Reprendre la question 1) en remplaçant $\frac{\pi}{4}$ par α ,
où α est un réel appartenant à $]0, \pi[$.
- b) Reprendre la question 1) en remplaçant $\frac{\pi}{4}$ par 0 puis par π .

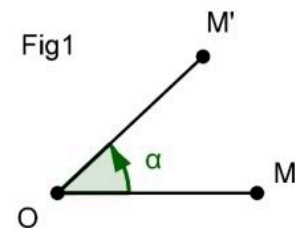


❖ Vocabulaire

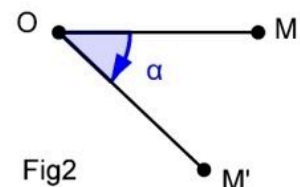
- ♦ Par convention, le sens contraire du mouvement des aiguilles d'une montre est appelé **sens direct** ou sens trigonométrique ou sens positif.
- ♦ L'autre sens est appelé **sens indirect** ou sens rétrograde ou sens négatif.

❖ Définition d'une rotation

- ♦ Soit O un point du plan et α un réel appartenant à $]0, \pi[$.
L'application du plan dans le plan, qui laisse invariant le point O et qui à tout point M distinct de O , associe le point M' tel que $\begin{cases} OM' = OM \\ \widehat{MOM'} = \alpha \end{cases}$ (Voir figure 1);
est appelée **la rotation directe** de centre O et d'angle α .



- ♦ Soit O un point du plan et α un réel appartenant à $]0, \pi[$.
L'application du plan dans le plan, qui laisse invariant le point O et qui à tout point M distinct de O , associe le point M' tel que $\begin{cases} OM' = OM \\ \widehat{MOM'} = \alpha \end{cases}$ (Voir figure 2);
est appelée **la rotation indirecte** de centre O et d'angle α .



❖ Remarques

- ♦ La rotation directe ou indirecte de centre O et d'angle π est la symétrie centrale de centre O .
- ♦ La rotation directe ou indirecte d'angle nul est l'identité du plan.
- ♦ Soit r une rotation directe ou indirecte.
 - ▶ Etant donné un point M' du plan, il existe un seul point M tel que $r(M) = M'$.
 M est l'antécédent de M' par r .
 - ▶ La rotation de centre O et d'angle α est notée $r_{(O, \alpha)}$.

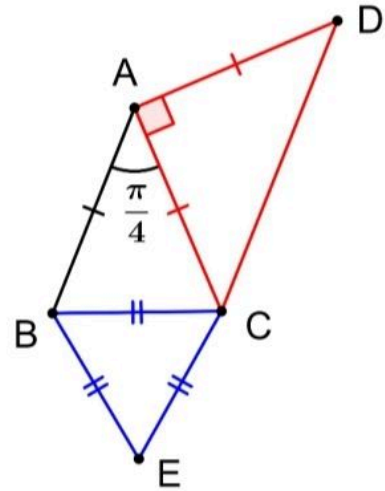
$$\checkmark r_{(O, \alpha)}(M) = M' \Leftrightarrow \begin{cases} OM' = OM \\ \widehat{MOM'} = \alpha \end{cases}$$



➔ Activité 5

♦ Observer la figure et compléter le tableau :

L'image du point	Par la rotation	de centre	d'angle	est le point
B	directe	A	$\frac{\pi}{4}$	C
C	indirecte	B	$\frac{\pi}{3}$	
	indirecte	C	$\frac{\pi}{3}$	B
D	indirecte	A		B
C	directe		$\frac{\pi}{2}$	D



➔ Activité 6

Soit A et B deux points distincts du plan.

- 1) a) Construire le point E , image du point B par la rotation directe de centre A et d'angle $\frac{\pi}{6}$.
 b) Construire le point F , image du point A par la rotation directe de centre B et d'angle $\frac{\pi}{6}$.
- 2) a) Quelle est la position relative des droites (AE) et (BF) ?
 b) Quelle est la nature du quadrilatère $AEBF$?



➔ Activité 7

- ♦ Soit r une rotation de centre O et d'angle α appartenant à $]0, \pi[$.
 ♦ Soit M et N deux points distincts et non alignés avec O et soit M' et N' leurs images respectives par r .

- 1) Comparer $\widehat{MON}$ et $\widehat{M'ON'}$ dans ces deux cas ci-contre
- 2) Montrer que $MN = M'N'$.
- 3) Soit A, B et C trois points non alignés.

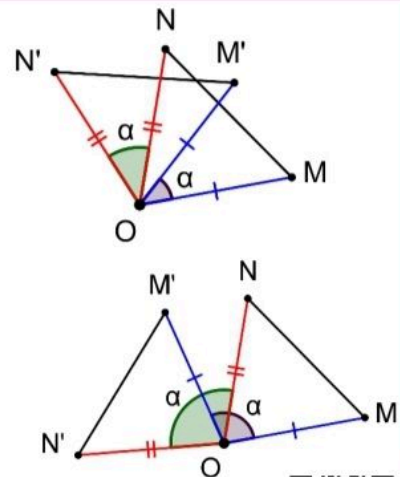
On désigne par A', B' et C' leurs images respectives par r .

► Montrer que $\widehat{ABC} = \widehat{A'B'C'}$

- 4) Soit I un point du segment $[MN]$ et I' l'image de I par r .

► Montrer que $I' \in [M'N']$

► Montrer que l'image de la droite (MN) par la rotation r est la droite $(M'N')$

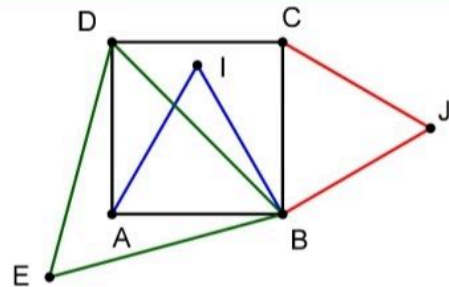


❖ Conséquences

- ♦ L'image d'un segment par une rotation est un segment qui lui est isométrique.
- ♦ L'image d'une droite par une rotation est une droite.
- ♦ L'image d'une droite par un quart de tour est une droite qui lui est perpendiculaire.
 - ▶ La rotation conserve les angles.
 - ▶ La rotation conserve les distances.
 - ▶ La rotation conserve l'alignement
 - ▶ La rotation conserve l'orthogonalité.
 - ▶ La rotation conserve le parallélisme.
 - ▶ La rotation conserve le barycentre.
 - ▶ La rotation conserve le milieu.

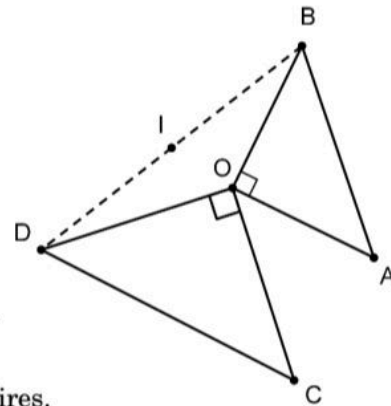
⇒ Activité 8

- ♦ Dans la figure ci-contre :
 - $ABCD$ est un carré.
 - ABI , BCJ et DBE sont trois triangles équilatéraux.
- 1) Montrer que les points E, A et C sont alignés.
 - 2) Soit r la rotation indirecte de centre B et d'angle $\frac{\pi}{3}$.
 - a) Déterminer $r(E)$.
 - b) Montrer que les points D, I et J sont alignés.



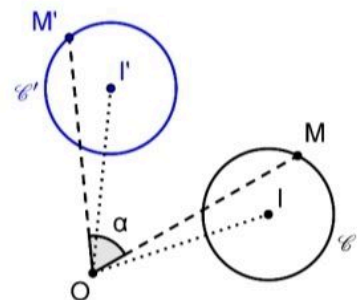
⇒ Activité 9

- ♦ Dans la figure ci-contre :
 - OAB et OCD sont deux triangles rectangles isocèles en O .
 - I est le milieu de $[BD]$.
- ♦ Soit r la rotation directe de centre O et d'angle $\frac{\pi}{2}$.
- 1) Déterminer les images par r des points A et D .
 - 2) On pose $r(C) = C'$.
Montrer que les droites (AC) et (BC') sont perpendiculaires.
 - 3) a) Montrer que O est le milieu de $[DC']$.
b) En déduire que les droites (OI) et (AC) sont perpendiculaires.



⇒ Activité 10

- ♦ Soit r la rotation directe de centre O et d'angle α .
 - ♦ Soit $\mathcal{C}$ le cercle de centre I et de rayon R .
- 1) Soit $M \in \mathcal{C}$ et $M' = r(M)$.
Montrer que M' appartient au cercle $\mathcal{C}'$ de centre $I' = r(I)$ et de rayon R .
 - 2) Soit $N' \in \mathcal{C}'$ et soit N son antécédent par r .
Montrer que $N \in \mathcal{C}$.
 - 3) Conclure. Ce résultat reste-t-il valable si r est une rotation indirecte ?
 - 4) Soit T la tangente à $\mathcal{C}$ au point M et soit $T' = r(T)$.
Déterminer la position de T' et $\mathcal{C}'$.



❖ Conséquences

- ♦ L'image d'un cercle de centre I par une rotation r est un cercle de même rayon et de centre $I' = r(I)$.
 - La rotation conserve le contact.

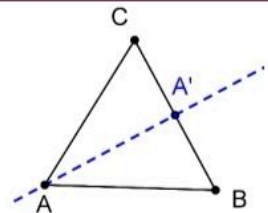
3) Figures globalement invariantes – Éléments de symétrie d'une figure

❖ Définition

- ♦ On dit qu'une figure est globalement invariante par une application du plan si son image par cette application est elle même.
- ♦ On dit qu'un point I est un centre de symétrie d'une figure si cette figure est globalement invariante par la symétrie centrale de centre I .
- ♦ On dit qu'une droite Δ est un axe de symétrie d'une figure si cette figure est globalement invariante par la symétrie axiale d'axe Δ .

➡ Activité 11

- ♦ Soit ABC un triangle équilatéral et soit A' le milieu de $[BC]$.
- 1) Montrer que le triangle ABC est globalement invariant par la symétrie axiale d'axe (AA') .
 - 2) Déterminer les axes de symétrie de ce triangle.

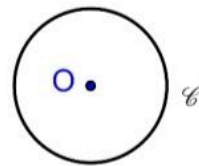


➡ Activité 12

- 1) Déterminer les éléments de symétrie d'une droite.



- 2) Déterminer les éléments de symétrie d'un cercle.



- 3) Déterminer les éléments de symétrie d'un carré.

