

SYSTÈME DE DEUX EQUATIONS À DEUX INCONNUES

I. Equation à deux inconnues du premier degré :



Définition:

Soient a , b et c trois nombres réels données. Une équation du type $ax+by=c$ est une équation à deux inconnues du premier degré.

Exemple: $2x+3y=9$ est une équation à deux inconnues du premier degré



Définition:

Résoudre une équation à deux inconnues du premier degré, c'est rechercher tous les couples de solutions $(x ; y)$ qui vérifient $ax+by=c$

Exemple: $2x+3y=9$

- $(3 ; 1)$ est un couple solution de $2x+3y=9$ car $2 \times 3 + 3 \times 1 = 9$
- $(2 ; 1)$ n'est pas un couple solution de $2x+3y=9$ car $2 \times 2 + 3 \times 1 = 7 \neq 9$

II. Système de deux équations à deux inconnues :



Définition:

Un système de deux équations à deux inconnues est de la forme :

$$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$$

où a , b , c , a' , b' et c' sont des nombres réels

Exemple: $\begin{cases} 2x + 3y = 8 \\ 4x + y = 6 \end{cases}$ est un système de deux équations à deux inconnues



Définition:

Résoudre un système de deux équations à deux inconnues, c'est rechercher tous les couples de solutions $(x ; y)$ qui vérifient simultanément les deux équations

Exemple:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 8 \\ 4x + y = 6 \end{cases}$$

- $(4 ; 0)$ est un couple solution de $2x + 3y = 8$ ($2 \times 4 + 3 \times 0 = 8$) mais il n'est pas un couple solution de ce système car $(4 ; 0)$ ne vérifie pas $4x + y = 6$ ($4 \times 4 + 0 = 16 \neq 6$).
- $(1 ; 2)$ est un couple solution de ce système ($2 \times 1 + 3 \times 2 = 8$) et ($4 \times 1 + 2 = 6$)

I. Résolution algébrique :

1. Méthode combinaison linéaire :

Règle : Pour résoudre un système par la méthode d'addition, on multiplie l'une ou les deux équations par des nombres choisis de façon que les coefficients d'une inconnue deviennent opposés et s'éliminent ainsi par addition.

Exemple: $\begin{cases} 3x + 4y = 10 \\ 5x - 3y = 7 \end{cases}$ équivaut à $\begin{cases} 3x + 4y = 10 & \times 3 \\ 5x - 3y = 7 & \times 4 \end{cases}$

équivaut à $\begin{cases} 9x + 12y = 30 \\ 20x - 12y = 28 \end{cases}$ équivaut à $\begin{cases} 9x + 12y = 30 \\ 9x + 12y + 20x - 12y = 30 + 28 \end{cases}$

équivaut à $\begin{cases} 9x + 12y = 30 \\ 29x = 58 \end{cases}$ équivaut à $\begin{cases} 9x + 12y = 30 \\ x = 2 \end{cases}$

équivaut à $\begin{cases} 9 \times 2 + 12y = 30 \\ x = 2 \end{cases}$ équivaut à $\begin{cases} y = 1 \\ x = 2 \end{cases}$

Le système a pour solution le couple $(x ; y) = (2 ; 1)$

2. Méthode de substitution :

Règle: Pour résoudre un système par la méthode de substitution, on écrit, dans l'une des deux équations, une inconnue en fonction de l'autre, et on remplace l'expression obtenue dans l'autre équation. On obtient une équation à une seule inconnue

Exemple: Reprenons le système : $\begin{cases} 3x + 4y = 10 \\ 5x - 3y = 7 \end{cases}$

Exprimons y en fonction de x dans la première équation. On obtient $y = \frac{10}{4} - \frac{3}{4}x$.

Remplaçons donc y par $\frac{10}{4} - \frac{3}{4}x$ dans la deuxième équation. On obtient :

- $5x - 3\left(\frac{10}{4} - \frac{3}{4}x\right) = 7$
- $5x - \frac{30}{4} + \frac{9}{4}x = 7$
- $\frac{29}{4}x - \frac{30}{4} = 7$
- $x = 2$

Or $y = \frac{10}{4} - \frac{3}{4}x$, donc on obtient $y = \frac{10}{4} - \frac{3}{4} \times 2 = 1$

Et par suite la solution du système est le couple $(x ; y) = (2 ; 1)$.

IV. Résolution graphique :

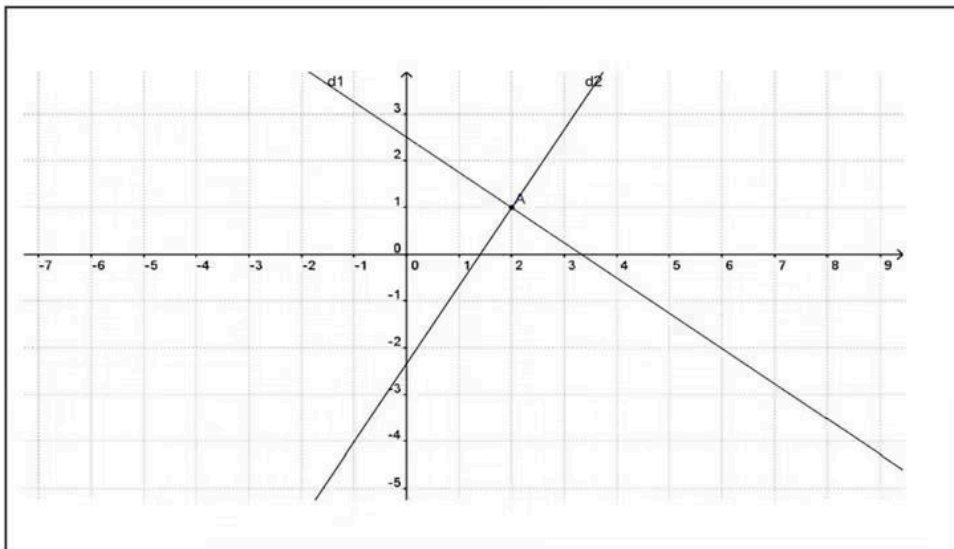
Reprenons le système $\begin{cases} 3x + 4y = 10 \\ 5x - 3y = 7 \end{cases}$

On peut écrire ce système sous la forme $\begin{cases} y = -\frac{3}{4}x + \frac{10}{4} \\ y = \frac{5}{3}x - \frac{7}{3} \end{cases}$

On remarque deux équations de deux droites :

- $d_1 : y = -\frac{3}{4}x + \frac{10}{4}$
- $d_2 : y = \frac{5}{3}x - \frac{7}{3}$

Traçons ces deux droites dans un même repère



Les deux droites se coupent en A (2 ; 1), les coordonnées de ce point est le couple solution du système : $(x ; y) = (2 ; 1)$ est le couple solution du système



55 618 413