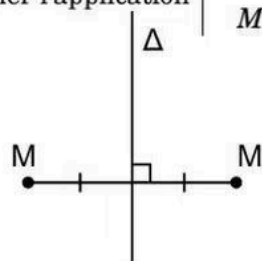


1) Application du plan dans le plan :

❖ Définition

- ◆ Lorsqu'on associe à tout point M du plan un seul point M' , on définit une application du plan dans lui-même.
- ◆ Si on désigne par f cette application, alors on écrit :
$$\left| \begin{array}{l} f : P \rightarrow P \\ M \mapsto M' \end{array} \right.$$
 - ▶ M' s'appelle l'image du point M par l'application f .
 - ▶ M s'appelle antécédent du point M' par l'application f .

➔ Activité 1

1) Identifier l'application $\left| \begin{array}{l} f : P \rightarrow P \\ M \mapsto M' \end{array} \right.$:▶ f :2) Identifier l'application $\left| \begin{array}{l} g : P \rightarrow P \\ M \mapsto M' \end{array} \right.$:▶ g :

2) Translation :

@Fous des Maths

❖ Définition

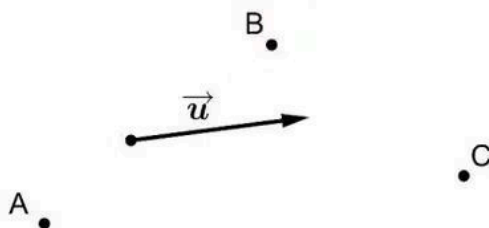
- ◆ Soit $\vec{u}$ un vecteur. L'application du plan dans lui-même qui à tout point M du plan associe l'unique point M' tel que $\overrightarrow{MM'} = \vec{u}$ est appelée **translation** de vecteur $\vec{u}$, notée $t_{\vec{u}}$.
- ◆ On écrit :
$$\left| \begin{array}{l} t_{\vec{u}} : P \rightarrow P \\ M \mapsto t_{\vec{u}}(M) = M' \end{array} \right.$$

❖ Conséquences :

- ▶ $t_{\vec{u}}(M) = M'$ équivaut à $\overrightarrow{MM'} = \vec{u}$
- ▶ Si $\vec{u} = \vec{0}$ alors $t_{\vec{u}}$ est l'application

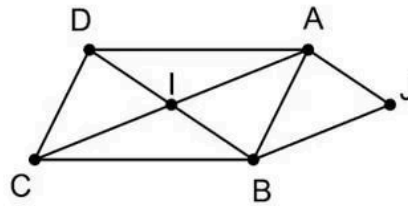
➔ Activité 2

- ◆ Construire les points A' , B' et C' les images respectives de A , B et C par la translation de vecteur $\vec{u}$.



➔ Activité 3

Dans la figure ci-dessous, $ABCD$ et $AIBJ$ sont deux parallélogrammes.



1) Déterminer l'image par $t_{\overline{AI}}$ de chacun des points A, I et J :

$$\triangleright t_{\overline{AI}}(A) = \dots\dots\dots$$

$$\triangleright t_{\overline{AI}}(I) = \dots\dots\dots$$

$$\triangleright t_{\overline{AI}}(J) = \dots\dots\dots$$

2) Déterminer l'image par $t_{\overline{JI}}$ de chacun des points A, B et J :

$$\triangleright t_{\overline{JI}}(A) = \dots\dots\dots$$

$$\triangleright t_{\overline{JI}}(B) = \dots\dots\dots$$

$$\triangleright t_{\overline{JI}}(J) = \dots\dots\dots$$

3) Déterminer l'antécédent par $t_{\overline{AJ}}$ de chacun des points B, I et J :

$$\triangleright t_{\overline{AJ}}(\dots\dots\dots) = B$$

$$\triangleright t_{\overline{AJ}}(\dots\dots\dots) = I$$

$$\triangleright t_{\overline{AJ}}(\dots\dots\dots) = J$$

❖ Propriété caractéristique d'une translation

♦ Soit t une application de plan dans lui-même et M, N deux points quelconques du plan d'images respectives M' et N' par t .

$$\triangleright (t \text{ est une translation}) \Leftrightarrow (\overline{M'N'} = \overline{MN})$$

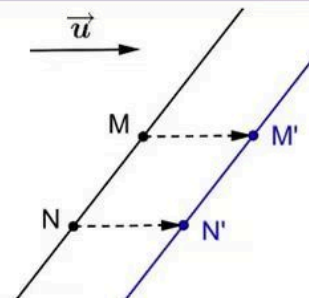
❖ Conséquences

$$\triangleright \begin{cases} t_u(M) = M' \\ t_u(N) = N' \end{cases} \Leftrightarrow \overline{M'N'} = \overline{MN}$$

$$\triangleright MN \dots\dots M'N'$$

► La translation conserve

$$\triangleright (MN) \dots\dots (M'N')$$



➔ Activité 4

♦ Soit A et B deux points du plan.

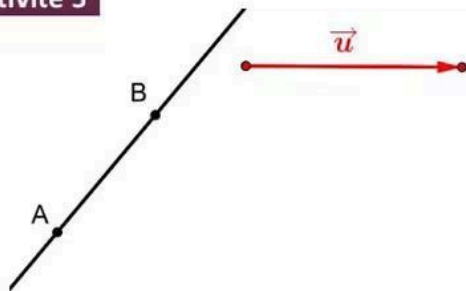
♦ On considère l'application f du plan dans lui-même, qui à tout point M associe le point M' tel que $\overline{AM'} = 3\overline{AM} - 2\overline{BM}$

1) Exprimer $\overline{MM'}$ en fonction de $\overline{AB}$.

2) En déduire que f est une translation dont on précisera le vecteur.

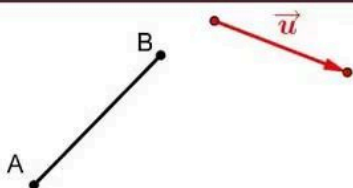


➔ Activité 5



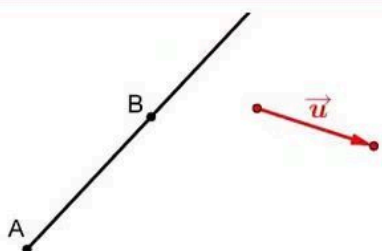
❖ L'image d'une droite

- ♦ L'image d'une droite par une translation est : ...



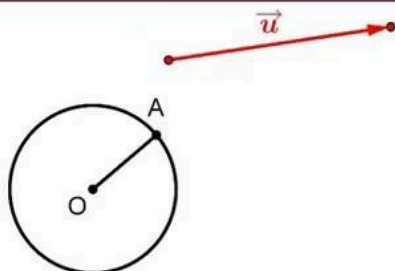
❖ L'image d'un segment

- ♦ L'image d'un segment par une translation est : ...



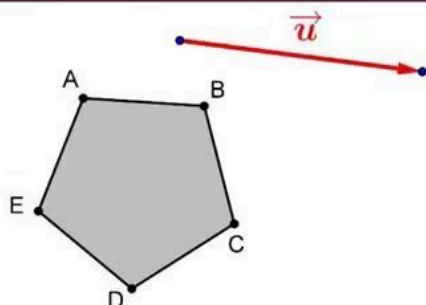
❖ L'image d'une demi-droite

- ♦ L'image d'une demi-droite par une translation est : ...



❖ L'image d'un cercle

- ♦ L'image d'un cercle de centre O et de rayon R par une translation est : ...



❖ L'image d'un polygone

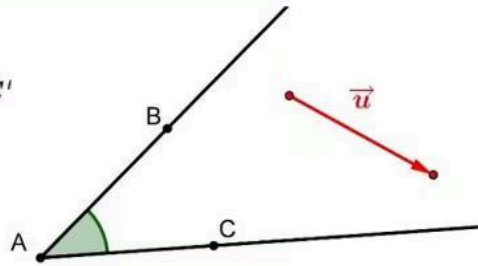
- ♦ L'image d'un polygone par une translation est : ...



➔ Activité 6

1) Construire les points A' , B' et C' les images respectives de A , B et C par la translation de vecteur $\vec{u}$.

2) Comparer $\widehat{BAC}$ et $\widehat{B'A'C'}$

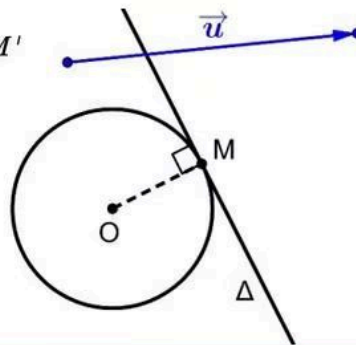


➔ Activité 7

♦ Soit $(\mathcal{C})$ un cercle et Δ une droite tangente à $(\mathcal{C})$ en un point M .

1) Construire $(\mathcal{C}')$, Δ' et M' les images respectives de $(\mathcal{C})$, Δ et M par la translation de vecteur $\vec{u}$.

2) Montrer que Δ' est tangente à $(\mathcal{C}')$ en M'



➔ Activité 8

♦ Soit G le barycentre des points pondérés (A, α) et (B, β) ; $(\alpha + \beta \neq 0)$.

♦ Soit A' , B' et G' les images respectives de A , B et G par la translation de vecteur $\vec{u}$.

► Montrer que G' est le barycentre des points pondérés (A', α) et (B', β) .

❖ Conséquences

♦ La translation conserve :

-
-
-
-
-
-
-
-



→ Activité 9

Soient A et B deux points donnés et Δ une droite passant par A et ne passant pas par B .

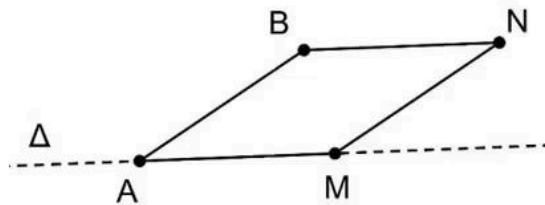
Soit M un point variable sur la droite Δ et distinct de A .

On désigne par N le point tel que $ABNM$ soit un parallélogramme.

1) Prouver que le point N est l'image du point M par une application qu'on précisera.

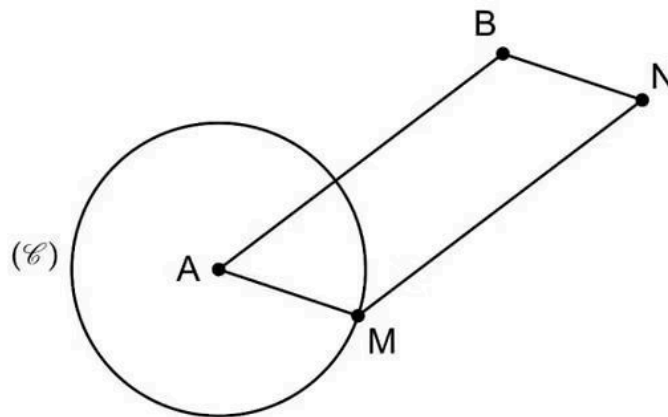
2) a) Quel est le lieu géométrique des points N lorsque le point M varie sur Δ ?

b) Construire ce lieu.



3) a) Quel est le lieu géométrique des points N lorsque le point M varie sur un cercle fixe $(\mathcal{C})$ de centre A et de rayon 3 ?

b) Construire ce lieu.



◆ Notion d'application du plan dans le plan

❖ Définition

◆ Lorsqu'on associe à tout point M du plan un seul point M' , on définit une application du plan dans lui-même.

- Si on désigne par f cette application, on écrit $f : P \rightarrow P$

$$M \mapsto M'$$

- ▶ M' est l'image du point M par l'application f .
- ▶ M est l'antécédent du point M' par l'application f .

◆ Translations

@Fous des Maths

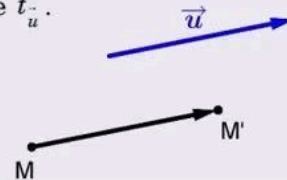
❖ Définition

◆ Soit $\vec{u}$ un vecteur. L'application du plan dans lui-même qui à tout point M associe l'unique point M' tel que $\overrightarrow{MM'} = \vec{u}$ est appelée translation de vecteur $\vec{u}$, notée $t_{\vec{u}}$.

- On écrit $t_{\vec{u}} : P \rightarrow P$

$$M \mapsto t_{\vec{u}}(M) = M'$$

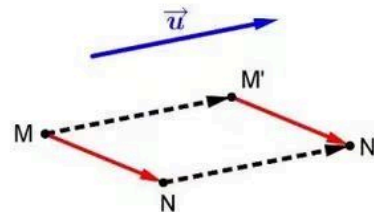
- ▶ $t_{\vec{u}}(M) = M' \Leftrightarrow \overrightarrow{MM'} = \vec{u}$



❖ Propriété caractéristique

◆ Soit t l'application du plan dans lui-même, M et N deux points quelconques du plan d'images respectives M' et N' par t .

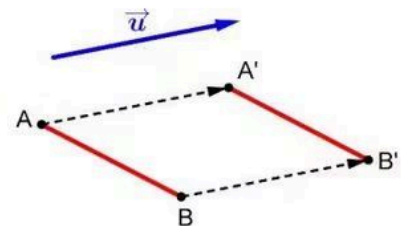
$$(t \text{ est une translation}) \Leftrightarrow \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{M'N'}$$



❖ L'image d'un segment par une translation

◆ L'image d'un segment par une translation de vecteur $\vec{u}$ est un segment qui lui est isométrique.

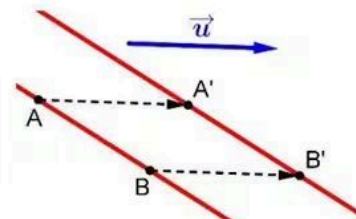
- ▶ $t_{\vec{u}}([AB]) = [A'B']$



❖ L'image d'une droite par une translation

◆ L'image d'une droite par une translation de vecteur $\vec{u}$ est une droite qui lui est parallèle.

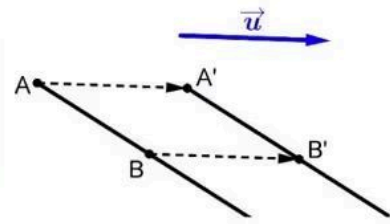
- ▶ $t_{\vec{u}}((AB)) = (A'B')$



❖ L'image d'une demi-droite par une translation

- ♦ L'image d'une demi-droite par une translation de vecteur $\vec{u}$ est une demi-droite.

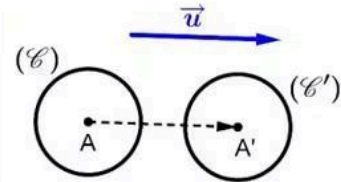
► $t_{\vec{u}}([AB)) = [A'B')$



❖ L'image d'un cercle par une translation

- ♦ L'image d'un cercle par une translation de vecteur $\vec{u}$ est un cercle de même rayon.

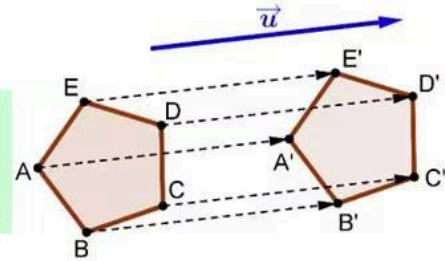
► $t_{\vec{u}}((\mathcal{C})) = (\mathcal{C}')$



❖ L'image d'un polygone par une translation

- ♦ L'image d'un polygone par une translation de vecteur $\vec{u}$ est un polygone qui lui est superposable.

► $t_{\vec{u}}(ABCDE) = A'B'C'D'E'$



❖ Propriétés

- ♦ Soient $t_{\vec{u}}(A) = A'$; $t_{\vec{u}}(B) = B'$; $t_{\vec{u}}(C) = C'$; $t_{\vec{u}}(D) = D'$ et $t_{\vec{u}}(G) = G'$
- La translation conserve :
 - L'alignement : Si A, B et C sont alignés alors A', B' et C' sont alignés.
 - Le parallélisme : Si $(AB) \parallel (CD)$ alors $(A'B') \parallel (C'D')$.
 - L'orthogonalité : Si $(AB) \perp (CD)$ alors $(A'B') \perp (C'D')$.
 - Le milieu : Si $A = B * C$ alors $A' = B' * C'$.
 - Le barycentre : Si G barycentre de (A, α) et (B, β) alors G' barycentre de (A', α) et (B', β)
 - Les angles : $\widehat{ABC} = \widehat{A'B'C'}$.
 - La distance : $AB = A'B'$.
 - Le contact : Si une droite et un cercle sont tangents alors leurs images par une translation sont tangents.



Lycée Rue Ahmed Amara Le Kef ♦ ♦ ♦ Habib Gammar	EXERCICES Translations	2 ^e Sc
---	----------------------------------	-------------------

Exercice 1

Soit ABC un triangle et $E = S_B(A)$.

- 1) Construire les points D et F tels que $t_{\overline{AB}}(C) = D$ et $t_{\overline{AB}}(D) = F$.
- 2) Montrer que $AEFC$ est un parallélogramme.
- 3) a) Déterminer $t_{\overline{AD}}(B)$.
b) Construire $G = t_{\overline{AD}}(E)$.
c) Montrer que $F = D * G$.

Exercice 2

Soient $(\mathcal{C})$ et $(\mathcal{C}')$ deux cercles de même rayon, de centres respectifs O et O' et sécants en A et B .

- 1) a) Construire le point A' tel que $A' = t_{\overline{OO'}}(A)$
b) Montrer que $A' \in (\mathcal{C}')$.
- 2) a) Montrer que $(AB) \perp (OO')$.
b) Montrer que $(AB) \perp (AA')$.
- 3) En déduire que les points A', O' et B sont alignés.

Exercice 3

Soient A, B et C trois points du plan tel que $AB = 2$ et $\overline{BC} = 2\overline{AB}$.

- 1) a) Montrer que $\overline{AC} = 3\overline{AB}$.
b) En déduire l'image du point A par la translation de vecteur $3\overline{AB}$.
- 2) Quelle est l'image de la droite (BC) par $t_{3\overline{AB}}$.
- 3) Soit $(\mathcal{C})$ le cercle de centre A et de rayon $R = 3$.
a) Construire le cercle $(\mathcal{C}')$ l'image de $(\mathcal{C})$ par $t_{3\overline{AB}}$.
b) Soit M un point variable de $(\mathcal{C})$ et N le point tel que $ACNM$ est un parallélogramme.
Quel est l'ensemble décrit par le point N .

Exercice 4

Soit $ABCD$ un trapèze de bases $[AB]$ et $[DC]$, E est le point d'intersection de ses diagonales.

- 1) Construire B', C' et D' les images respectives de B, C et D par la translation de vecteur $\overline{AD}$.
- 2) Soit $\{F\} = (DC') \cap (B'D')$. Montrer que $t_{\overline{AD}}(E) = F$.

