

Lycée Rue Ahmed Amara Le Kef ♦ ♦ ♦ Habib Gammar	DEVOIR DE CONTRÔLE N°2			
	Mathématiques	2° Sc	2020-2021	1 Heure

Exercice 1 (8 points)

Soit $ABCD$ un parallélogramme de centre I .

- 1) a) Construire les points E et F tels que $t_{\overline{AB}}(C) = E$ et $\overline{BC} = \overline{CF}$.
b) Montrer que C est le milieu du segment $[DE]$.
c) Montrer que $DBEF$ est un parallélogramme.
- 2) a) Construire le point G tel que $t_{\overline{AB}}(B) = G$.
b) Montrer que $\overline{GC} = \overline{EF}$.
- 3) a) Déterminer $t_{\overline{AB}}((BD))$ et $t_{\overline{AB}}((AC))$.
b) La droite (BE) coupe la droite (CG) en un point J .
Montrer que $t_{\overline{AB}}(I) = J$.

Exercice 2 (7 points)

Soit (U_n) une suite arithmétique de premier terme U_0 et de raison r telle que :
$$\begin{cases} U_0 = -5 \\ U_3 + U_6 = 26 \end{cases}$$

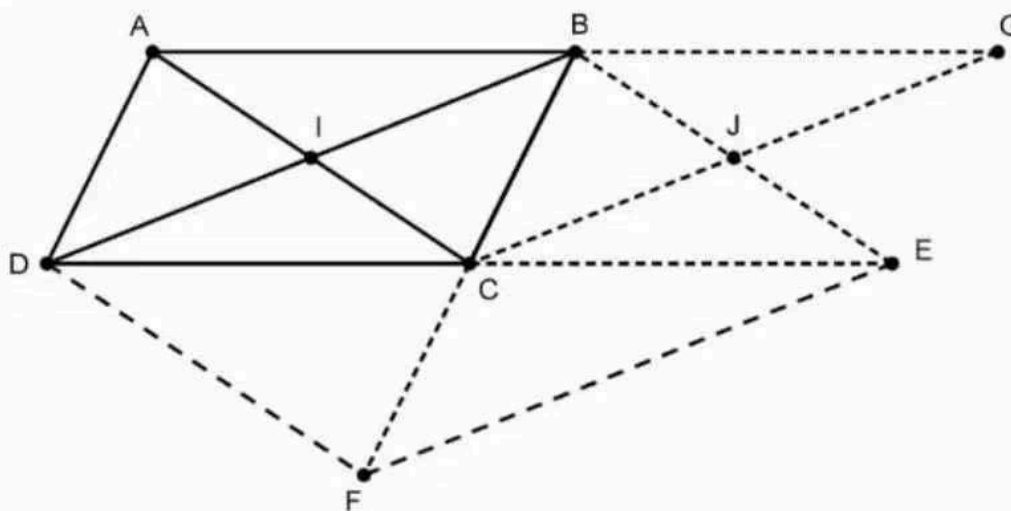
- 1) a) Exprimer U_3 et U_6 en fonction de U_0 et r .
b) Déterminer alors r .
c) Dédire que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $U_n = -5 + 4n$.
d) Calculer $S = \sum_{k=2}^{11} U_k = U_2 + U_3 + \dots + U_{11}$.
- 2) Soit la somme $S_n = \sum_{k=0}^n U_k = U_0 + U_1 + \dots + U_n$ avec $n \in \mathbb{N}$.
a) Exprimer S_n en fonction de n .
b) Déterminer l'entier n pour lequel $S_n = 165$.

Exercice 3 (5 points)

- 1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $3x^2 - 4x + 1 = 0$.
- 2) Soit le polynôme $P(x) = -3x^3 + 10x^2 - 9x + 2$.
a) Vérifier que 2 est une racine du polynôme P .
b) Factoriser alors $P(x)$.
c) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $P(x) = 0$.
- 3) Dédire les solutions dans $\mathbb{R}$ de l'équation $10x^2 + 2 = 3|x|(x^2 + 3)$.



Exercice 1



1) a) ♦ $t_{\overline{AB}}(C) = E \Leftrightarrow \overline{AB} = \overline{CE}$

♦ $\overline{BC} = \overline{CF} \Leftrightarrow C = B * F$

1) b) On a : ♦ $ABCD$ un parallélogramme $\Leftrightarrow \overline{AB} = \overline{DC}$

♦ $\overline{AB} = \overline{CE}$

alors $\overline{DC} = \overline{CE}$ d'où C est le milieu du segment $[DE]$.

1) c) On a $C = B * F$ et $C = D * E$ alors $DBEF$ est un parallélogramme.

2) a) $t_{\overline{AB}}(B) = G \Leftrightarrow \overline{AB} = \overline{BG} \Leftrightarrow B = A * G$

2) b) On a $\begin{cases} \overline{AB} = \overline{BG} \\ \overline{AB} = \overline{DC} \end{cases}$ alors $\overline{BG} = \overline{DC}$ d'où $\overline{BD} = \overline{GC}$ et comme $\overline{BD} = \overline{EF}$ alors $\overline{GC} = \overline{EF}$

3) a) ♦ On a $\begin{cases} t_{\overline{AB}}(B) = G \\ t_{\overline{AB}}(D) = C \end{cases}$ alors $t_{\overline{AB}}((BD)) = (CG)$

♦ On a $\begin{cases} t_{\overline{AB}}(A) = B \\ t_{\overline{AB}}(C) = E \end{cases}$ alors $t_{\overline{AB}}((AC)) = (BE)$

3) b) On a $\{I\} = (AC) \cap (BD)$ alors $\{t_{\overline{AB}}(I)\} = t_{\overline{AB}}((AC)) \cap t_{\overline{AB}}((BD))$

d'où $\{t_{\overline{AB}}(I)\} = (BE) \cap (CG) = \{J\}$ donc $t_{\overline{AB}}(I) = J$



Exercice 2

Soit (U_n) une suite arithmétique de premier terme U_0 et de raison r telle que : $\begin{cases} U_0 = -5 \\ U_3 + U_6 = 26 \end{cases}$

1) a) $U_3 = U_0 + 3r$ et $U_6 = U_0 + 6r$

1) b) On a $U_3 + U_6 = 26 \Leftrightarrow 2U_0 + 9r = 26 \Leftrightarrow -10 + 9r = 26 \Leftrightarrow 9r = 36 \Leftrightarrow r = \frac{36}{9} = 4$

1) c) Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $U_n = U_0 + nr = -5 + 4n$.

1) d) $S = \sum_{k=2}^{11} U_k = U_2 + U_1 + \dots + U_{11} = \frac{10}{2}(U_2 + U_{11}) = 5(3 + 39) = 210$.

2) Soit la somme $S_n = \sum_{k=0}^n U_k = U_0 + U_1 + \dots + U_n$ avec $n \in \mathbb{N}$.

2) a) $S_n = \sum_{k=0}^n U_k = \frac{n+1}{2}(U_0 + U_n) = \frac{n+1}{2}(-5 - 5 + 4n) = \frac{n+1}{2}(-10 + 4n) = (n+1)(-5 + 2n)$

2) b) $S_n = 165 \Leftrightarrow (n+1)(-5 + 2n) = 165 \Leftrightarrow -5n + 2n^2 - 5 + 2n = 165 \Leftrightarrow 2n^2 - 3n - 170 = 0$

Soit l'équation $2x^2 - 3x - 170 = 0$; $\Delta = (-3)^2 - 4 \times 2 \times (-170) = 9 + 1360 = 1369 > 0$

alors $x = \frac{3 - \sqrt{1369}}{4} = \frac{3 - 37}{4} = -\frac{34}{4} = -\frac{17}{2} \notin \mathbb{N}$ ou $x = \frac{3 + \sqrt{1369}}{4} = \frac{3 + 37}{4} = \frac{40}{4} = 10 \in \mathbb{N}$

d'où $n = 10$.

Exercice 3

1) $-3x^2 + 4x - 1 = 0$

On a $a + b + c = -3 + 4 - 1 = 0$ alors $x_1 = 1$ et $x_2 = \frac{-1}{-3} = \frac{1}{3}$. $S_{\mathbb{R}} = \left\{1; \frac{1}{3}\right\}$

2) $P(x) = -3x^3 + 10x^2 - 9x + 2$

2) a) $P(2) = -3 \times 2^3 + 10 \times 2^2 - 9 \times 2 + 2 = -24 + 40 - 18 + 2 = 0$ alors 2 est une racine de P .

2) b) $P(x) = (x-2)(ax^2 + bx + c) = ax^3 + bx^2 + cx - 2ax^2 - 2bx - 2c = ax^3 + (b-2a)x^2 + (c-2b)x - 2c$

par identification $\begin{cases} a = -3 \\ b - 2a = 10 \\ c - 2b = -9 \\ -2c = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = 4 \\ c = -1 \end{cases}$ alors $P(x) = (x-2)(-3x^2 + 4x - 1)$

2) c) $\bullet P(x) = 0 \Leftrightarrow (x-2)(-3x^2 + 4x - 1) \Leftrightarrow (x-2=0 \text{ ou } -3x^2 + 4x - 1 = 0)$

$\Leftrightarrow \left(x=2 \text{ ou } x=1 \text{ ou } x=\frac{1}{3}\right)$; $S_{\mathbb{R}} = \left\{1; \frac{1}{3}; 2\right\}$

3) $10x^2 + 2 = 3|x|(x^2 + 3)$

• Si $x \geq 0$ alors $|x| = x$ d'où pour $x \geq 0$: $10x^2 + 2 = 3|x|(x^2 + 3) \Leftrightarrow 10x^2 + 2 = 3x(x^2 + 3)$

$\Leftrightarrow 10x^2 + 2 = 3x^3 + 9x \Leftrightarrow -3x^3 + 10x^2 - 9x + 2 = 0 \Leftrightarrow P(x) = 0$ d'où $x=1$ ou $x=\frac{1}{3}$ ou $x=2$

• Si $x \leq 0$ alors $|x| = -x$ d'où pour $x \leq 0$: $10x^2 + 2 = 3|x|(x^2 + 3) \Leftrightarrow 10x^2 + 2 = -3x(x^2 + 3)$

$\Leftrightarrow 10x^2 + 2 = -3x^3 - 9x \Leftrightarrow 3x^3 + 10x^2 + 9x + 2 = 0 \Leftrightarrow -3(-x)^3 + 10(-x)^2 - 9(-x) + 2 = 0$

$\Leftrightarrow P(-x) = 0$ d'où $-x=1$ ou $-x=\frac{1}{3}$ ou $-x=2$ alors $x=-1$ ou $x=-\frac{1}{3}$ ou $x=-2$

$S_{\mathbb{R}} = \left\{-1; -\frac{1}{3}; -2; 1; \frac{1}{3}; 2\right\}$

