

Lycée Rue Ahmed Amara Le Kef ♦ ♦ ♦ Habib Gammar	DEVOIR DE CONTRÔLE N°5			
	Mathématiques	2 ^e Sc	2022-2023	1 Heure

Exercice 1

12 points

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

On considère les points $A(-1, -5)$, $B(-3, -8)$, $C(-9, -4)$ et la droite $\Delta : 3x - 2y + 6 = 0$

- 1) a) Placer les points A, B et C et tracer la droite Δ dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.
b) Déterminer une équation cartésienne de la droite (AB) .
c) Prouver que (AB) et Δ sont parallèles.
- 2) a) Déterminer une équation de la droite Δ_1 parallèle à (AB) passant par le point C .
b) Déterminer une équation de la droite Δ_2 perpendiculaire à (AB) en B .
c) Vérifier que le point C appartient à Δ_2 .
d) Montrer que la droite Δ est la médiatrice du segment $[BC]$.
- 3) Soit le point $H(-4, -3)$.
a) Vérifier que le quadrilatère $ABCH$ est un trapèze.
b) Calculer l'aire du trapèze $ABCH$.

Exercice 2

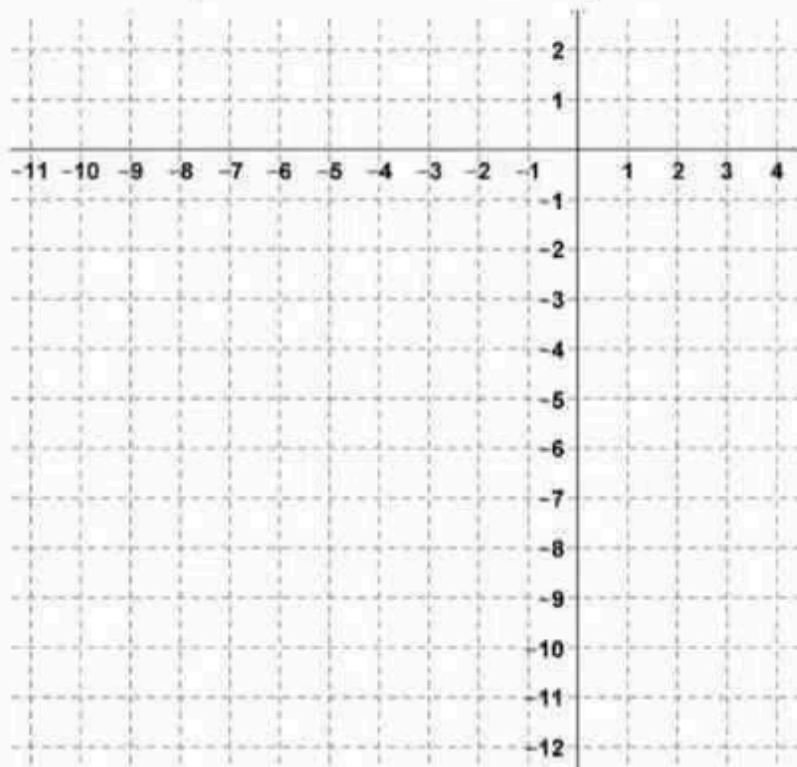
8 points

- Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{1}{2}x^2$.
 - On désigne par $(\mathcal{C}_f)$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.
 - Dans l'annexe jointe, on a tracé dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ la courbe $(\mathcal{C}_f)$ ainsi que la droite Δ dont une équation cartésienne est $\Delta : 2x - 2y - 1 = 0$.
- 1) a) Dresser le tableau de variation de f .
b) Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 2$.
c) Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) > 2$.
 - 2) a) Montrer, par le calcul, que la droite Δ et la courbe $(\mathcal{C}_f)$ sont sécantes en un seul point A dont on déterminera les coordonnées.
b) Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) - x > -\frac{1}{2}$.
 - 3) Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = \frac{1}{2}x|x|$.
a) Vérifier que la fonction g est impaire.
b) Tracer alors la courbe $(\mathcal{C}_g)$ de la fonction g dans le même repère.

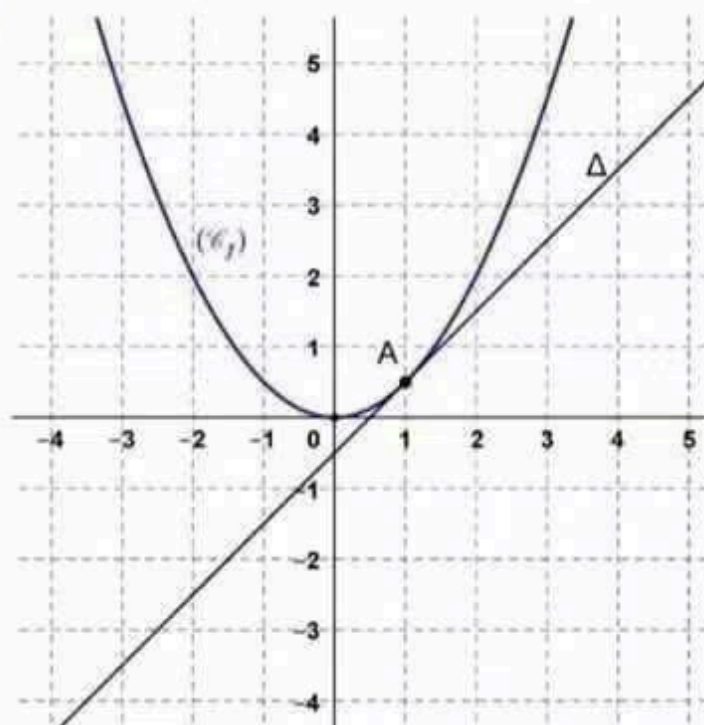


Annexe à rendre avec la copie

Exercice 1



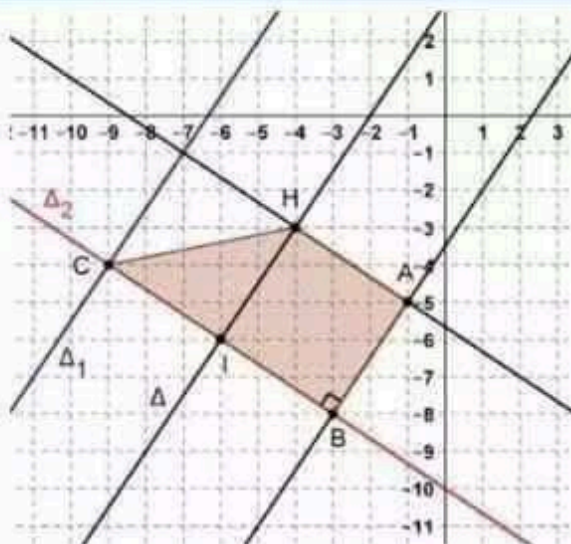
Exercice 2



Exercice 1

12 pts

- 1) a) ♦ $A(-1, -5)$
 ♦ $B(-3, -8)$
 ♦ $C(-9, -4)$
 ♦ $\Delta: 3x - 2y + 6 = 0$.



- 1) b) $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de la droite (AB) donc $(AB): -3x + 2y + c = 0$
 Comme $A(-1, -5) \in (AB)$ alors $3 - 10 + c = 0$ d'où $c = 7$ ainsi $(AB): -3x + 2y + 7 = 0$

- 1) c) $\Delta: 3x - 2y + 6 = 0$ alors $\vec{u} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de Δ .

Comme $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \end{pmatrix} = -\vec{u}$ alors $\overrightarrow{AB}$ et $\vec{u}$ sont colinéaires d'où (AB) et Δ sont parallèles.

- 2) a) Δ_1 est parallèle à (AB) passant par le point C alors $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de Δ_1 .
 donc $\Delta_1: -3x + 2y + c = 0$ et comme $C(-9, -4) \in \Delta_1$ alors $27 - 8 + c = 0$ d'où $c = -19$
 ainsi $\Delta_1: -3x + 2y - 19 = 0$.

- 2) b) Δ_2 est perpendiculaire à (AB) en B alors $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \end{pmatrix}$ est un vecteur normal à Δ_2 .
 donc $\Delta_2: -2x - 3y + c = 0$ et comme $B(-3, -8) \in \Delta_2$ alors $6 + 24 + c = 0$ d'où $c = -30$
 ainsi $\Delta_2: -2x - 3y - 30 = 0$ ou encore $\Delta_2: 2x + 3y + 30 = 0$

- 2) c) $C(-9, -4): 2(-9) + 3(-4) + 30 = -18 - 12 + 30 = 0$ alors $C \in \Delta_2$.

- 2) d) ♦ On a $\left\{ \begin{array}{l} \Delta // (AB) \\ \Delta_2 \perp (AB) \end{array} \right\}$ alors $\Delta \perp \Delta_2$ et comme $B, C \in \Delta_2$ alors $\Delta \perp (BC)$.

♦ Soit $I = B \cap C \rightarrow I \left(\frac{-3-9}{2}, \frac{-8-4}{2} \right)$ donc $I(-6, -6)$

$\rightarrow I(-6, -6): \Delta: 3(-6) - 2(-6) + 6 = -18 + 12 + 6 = 0$ donc $I \in \Delta$

d'où Δ est la médiatrice du segment $[BC]$.



3) a) $A(-1, -5)$, $H(-4, -3)$ $B(-3, -8)$ et $C(-9, -4)$ alors $\overrightarrow{AH} \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\overrightarrow{BC} \begin{pmatrix} -6 \\ 4 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \end{pmatrix}$.

Comme $\overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{AH}$ alors $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{AH}$ sont colinéaires d'où (BC) et (AH) sont parallèles.
donc le quadrilatère $ABCH$ est un trapèze.

3) b) On a $AH = \sqrt{9+4} = \sqrt{13}$, $BC = \sqrt{36+16} = \sqrt{52}$ et $AB = \sqrt{4+9} = \sqrt{13}$.

l'aire du trapèze $ABCH$ est : $\mathcal{A} = \frac{1}{2}(BC + AH) \times AB = \frac{1}{2}(\sqrt{52} + \sqrt{13})\sqrt{13} = \frac{1}{2}(26 + 13) = \frac{39}{2}$

Exercice 2

8 pts

1) a)

1) b) $f(x) = 2 : S_g = \{-2, 2\}$.

1) c) $f(x) > 2 : S_g =]-\infty, -2[\cup]2, +\infty[$.

x	$-\infty$	0	$+\infty$
f	$+\infty$	0	$+\infty$

2) a) Soit $M(x, y) \in (\mathcal{C}_f) \cap \Delta \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{1}{2}x^2 \\ 2x - 2y - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{1}{2}x^2 \\ -x^2 + 2x - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{1}{2}x^2 \\ x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{1}{2} \\ x = 1 \end{cases}$

ainsi $(\mathcal{C}_f) \cap \Delta = \left\{ A\left(1, \frac{1}{2}\right) \right\}$.

2) b) $\Delta : 2x - 2y - 1 = 0 \Leftrightarrow \Delta : y = x - \frac{1}{2}$

• $f(x) - x > -\frac{1}{2} \Leftrightarrow f(x) > x - \frac{1}{2} \Leftrightarrow (\mathcal{C}_f)$ est strictement au-dessus de Δ alors $S_g = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

3) a) $g(x) = \frac{1}{2}x|x|$.

• Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $-x \in \mathbb{R}$, $g(-x) = \frac{1}{2}(-x)|-x| = -\frac{1}{2}x|x| = -g(x)$ alors g est impaire.

3) b) • Pour tout $x \geq 0 : |x| = x$ alors $g(x) = \frac{1}{2}x|x| = \frac{1}{2}x^2 = f(x)$ d'où sur $[0, +\infty[$, $(\mathcal{C}_g) = (\mathcal{C}_f)$.

• Comme g est impaire alors $(\mathcal{C}_g)$
est symétrique par rapport à O .
d'où la construction de $(\mathcal{C}_g)$
à partir de $(\mathcal{C}_f)$

