

Exercices Activités Numériques 1

• Exercice 1 •

1. Trouver les entiers naturels x et y , vérifiant $(x+1)(y-2) = 9$.
2. Soit $a = 6 \times 9^{14} + 20$; Déterminer le reste de la division euclidienne de a par 9
3. Soit n un entier naturel et $x = 10n + 19$; Déterminer le quotient et le reste de la division euclidienne de a par 5.

• Exercice 2 •

Soit n un entier naturel.

1. Vérifier que $\frac{12+n}{2+n} = 1 + \frac{10}{2+n}$.
2. Déterminer les entiers naturels n pour que $\frac{12+n}{2+n}$ soit un entier naturel.

• Exercice 3 •

1. Montrer que $5^{19} + 125^6$ est divisible par 15.
2. Montrer que $4^{15} + 2^{33}$ est divisible par 12.
3. Montrer que $3^{15} - 3^{14}$ est divisible par 6.
4. Montrer que $8^{13} - 5 \times 4^{18}$ est divisible par 12.

• Exercice 4 •

soit $X = 3a7b$ où a et b deux chiffres .

1. Déterminer les entiers X pour que $X - 1$ soit divisible par 15 et 6.
2. Déterminer X si le reste de sa division euclidienne par 15 et 6 et 9 égale 1.

• Exercice 5 •

1. Vérifier que 111 est un multiple de 37 puis, déduire que 555444 est divisible par 37.
2. Soit a et b deux chiffres tels que $a \neq 0$ et $b \neq 0$.
Montrer que le nombre $bbbaaa$ est divisible par 37.

• Exercice 6 •

On donne $X = 2^4 \times 3^2 \times 5^2$ et $Y = 2^3 \times 5^3 \times 7$.

1. Déterminer le $PGCD(X, Y)$.
2. Rendre la fraction $\frac{X}{Y}$ irréductible et donner son arrondi au dixième et au centième.

Exercices Activités Numériques 1

• Exercice 7 •

soit $n = a6a$ où a est un chiffre et $x = \frac{27+n}{15}$, $a \neq 0$

1. Montrer que $x = 2 + \frac{n-3}{15}$.
2. Deduire n pour que x soit un entier naturel.

• Exercice 8 •

1. Déterminer le DGGD (360, 63).
 - (a) Par la méthode de décomposition en facteur premier.
 - (b) par l'algorithme d'Euclide.
2. Déterminer le PPCM (360, 63).
3. Rendre la fraction $\frac{360}{63}$ est irréductible.

• Exercice 9 •

Soit n un entier naturel tel que $n \geq 2$.

1. Vérifier que $n^2 + n - 1 = (n-1)(n+2) + 1$.
2. Déterminer PGCD ($n^2 + n - 2$, $n - 1$).

• Exercice 10 •

Soit n un entier naturel où

1. Soit $A = \frac{8}{n+2}$. Déterminer les valeurs de n pour que A soit un entier naturel.
2. (a) On donne $B = n^2 + 3n + 10$. Montrer que $B = (n+1)(n+2) + 8$.
(b) Déterminer les valeurs de n pour lesquelles A soit divisible par $n+2$.

• Exercice 11 •

Soit n un entier naturel

1. Vérifier que $n^2 + 7n + 11 = (n+2)(n+5) + 1$.
2. Montrer que $n^2 + 7n + 11$ et $n+2$ sont premiers entre eux.

Solutions Activités Numériques 1

Exercice 1

1. $(x+1) \times (y-2) = 9$

signifie $\begin{cases} x+1=1 \\ \text{et} \\ y-2=9 \end{cases}$ ou $\begin{cases} x+1=3 \\ \text{et} \\ y-2=3 \end{cases}$ ou $\begin{cases} x+1=9 \\ \text{et} \\ y-2=1 \end{cases}$

signifie $\begin{cases} x=0 \\ \text{et} \\ y=11 \end{cases}$ ou $\begin{cases} x=2 \\ \text{et} \\ y=5 \end{cases}$ ou $\begin{cases} x=8 \\ \text{et} \\ y=3 \end{cases}$

2. $a = 6 \times 9^{14} + 9 \times 2 + 2 = 9(6 \times 9^{13} + 2) + 2$ et $2 < 9$ donc le reste de la division euclidienne de a par 9 égale 2

3. $x = 10n + 19 = 5(2n + 3) + 4$ et $4 < 5$ donc le reste de la division Euclidienne de x par 5 égale 4 et le quotient égale $2n + 3$

Exercice 4

1. $X-1$ est divisible par 15 et 6 signifie $X-1$ est divisible par 3, 5 et 2

$X-1$ est paire et divisible par 5 donc son chiffre d'unité égale zero donc $b = 1$

$X-1$ est divisible par 3 donc $3 + a + 7 + (b - 1)$ est divisible par 3
donc 3 divise $10 + a$

donc $a = 2$ ou $a = 5$ ou $a = 8 \Rightarrow X = 3271$ ou $X = 3571$ ou $X = 3871$

2. le reste de la division euclidienne de X par 15, 6 et 9 égale 1 donc $X-1$ est divisible par 15, 6 et 9

$X-1$ est divisible par 6 et 9 $\Rightarrow X = 3271$ ou $X = 3571$ ou $X = 3871$

et puisque $X-1$ est divisible par 9 donc $X = 3871$

Exercice 5

1. $111 = 3 \times 37$ donc 111 un multiple par 37

$555444 = 4 \times 111 + 5000 \times 111 = 4 \times 3 \times 37 + 5000 \times 3 \times 37 = 37 \times 1512$
donc 555444 est divisible par 37.

2. $bbbaaa = 1000 \times bbb + aaa = 1000 \times b \times 111 + a \times 111$

$= 1000 \times b \times 3 \times 37 + a \times 3 \times 37$

$= 37(3000b + 3a)$ d'où $bbbaaa$ est divisible par 37

Solutions Activités Numériques 1

• Exercice 7 •

1. $x = \frac{30 + n - 3}{15} = 2 + \frac{n - 3}{15}$

2. x est un entier naturel $\Leftrightarrow n - 3$ est divisible par 15 $\Rightarrow n - 3$ est divisible par 5 donc $a = 3$ ou $a = 8$ donc $n = 363$ ou $n = 868$ et puisque $n - 3$ est divisible par 3 donc $n = 363$

• Exercice 10 •

1. $\frac{8}{n+2} \in \mathbb{N} \Rightarrow n+2 \in D_8 = \{1, 2, 4, 8\}$ signifie $n \in \{-1, 0, 3, 7\}$ or $n \in \mathbb{N}$

d'où $n = 2$ ou $n = 4$ ou $n = 6$

2. (a) $(n+1)(n+2) + 8 = n^2 + 2n + n + 2 + 8 = n^2 + 3n + 10 = A$

(b) A est divisible par $n+2$ signifie $\frac{A}{n+2} \in \mathbb{N}$ signifie

$$\frac{(n+1)(n+2) + 8}{n+2} \in \mathbb{N} \text{ signifie } n+1 + \frac{8}{n+2} \in \mathbb{N} \Leftrightarrow \frac{8}{n+2} \in \mathbb{N}$$

d'où $n=2$ ou $n=4$ ou $n=6$

• Exercice 11 •

1. $(n+2)(n+5) + 1 = n^2 + 5n + 2n + 1 = n^2 + 7n + 11$

2. Soit $d = \text{PGCD}(n^2 + 7n + 11, n+2)$, on a d divise $(n+2)(n+5) + 1$ et d divise $n+2$ donc d divise $(n+2)(n+5)$ et d divise $(n+2)(n+5) + 1$ donc d divise $[(n+2)(n+5) + 1] - ((n+2)(n+5))$ et par suite d divise 1 alors $d=1$ donc $n^2 + 7n + 11$ et $n+2$ sont premiers entre eux.