

Exercice 1

On considère l'expression $A(x) = (x^2 - 1)(x^2 + x + 3) + (x^2 + 1)^2$

1°) Calculer A pour $x = 1$ et pour $x = 0$

2°) Développer puis réduire A(x)

3°) Factoriser A(x) $\rightarrow \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Q}$

Exercice 2

Soit $x \in \mathbb{R}$ et soient : $A = x^2 - 2x - 8$; $B = x^3 + 8$; $C = x^2 - x$

1 / a/ Montrer que $A = (x - 1)^2 - 9$

b/ Factoriser alors A

2/ Factoriser B et C

3/ Montrer que $A+B = x(x+2)(x-1)$

4/ Calculer A+B pour $x = \sqrt{2} - 1$

Exercice 3

1°) Factoriser puis réduire l'expression $A(x) = (2x-1)(x+3) - (2x-1)(4-5x)$

2°) Soit l'expression $C(x) = x^4 + 4x^2 - 5$

a/ Montrer que pour tout réel x, on a $C(x) = (x^2 + 2)^2 - 9$

b/ Factoriser alors l'expression C(x)

c/ En déduire que $2020^4 + 4 \times 2020^2 - 5$ est divisible par 2021 .

3°) Soit l'expression $B(x) = (x+2)^3 - 6x^2 - 12x$

a/ Montrer que pour tout réel x, on a $B(x) = x^3 + 8$

b/ Factoriser alors B(x)

Exercice 4

1) a- Développer puis réduire les réels suivants : $a = (\sqrt{2} + 1)^3$ et $b = (\sqrt{2} - 1)^3$

b- En déduire que $(a+b)^3 = 2000\sqrt{2}$

2) On considère l'expression A suivante $A = x^3 - 1$; $x \in \mathbb{R}$

a- Calculer la valeur de A pour $x=0$ et $x = \frac{1}{2}$

b- Factoriser l'expression A

c- On considère l'expression B suivante $B = x^3 - 1 - (x-1)(x+5)$; $x \in \mathbb{R}$

montrer que $B = (x-1)(x+2)(x-2)$

d- Trouver les réels x tel que $B=0$

Exercice 1

$$A(n) = (n^2 - 1)(n^2 + n + 3) + (n^2 + 1)^2$$

1) * pour $n = 1$

$$A(1) = (1^2 - 1)(1^2 + 1 + 3) + (1^2 + 1)^2$$

$$A(1) = 2^2 = 4$$

* pour $n = 0$

$$A(0) = (0^2 - 1)(0^2 + 0 + 3) + (0^2 + 1)^2$$

$$A(0) = -2$$

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$2) A(n) = (n^2 - 1)(n^2 + n + 3) + (n^2 + 1)^2$$

$$= n^4 + n^3 + 3n^2 - n^2 - n - 3 + n^4 + 2n^2 + 1$$

$$A(n) = 2n^4 + n^3 + 4n^2 - n - 2$$

$$3) A(n) + n + 2 = 2n^4 + n^3 + 4n^2 - n - 2 + n + 2$$

$$A(n) + n + 2 = 2n^2(2n^2 + n + 4)$$

Exercice 2

$$1) a) (n-1)^2 - 9 = n^2 - 2n + 1 - 9$$

$$= n^2 - 2n - 8$$

$$(n-1)^2 - 9 = A$$

$$\text{donc } A = (n-1)^2 - 9$$

$$b) a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$$

$$A = (n-1)^2 - 9$$

$$= (n-1)^2 - 3^2$$

$$= (n-1-3)(n-1+3)$$

$$A = (n-4)(n+2)$$

$$2) a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$B = n^3 + 8$$

$$= n^3 + 2^3 = (n+2)(n^2 - 2n + 4)$$

$$B = (n+2)(n^2 - 2n + 4)$$

$$a \times b + a \times c = a(b+c)$$

$$a \times b + a \times 1 = a(b+1)$$

$$C = n^2 - n = n \times n - n \times 1$$

$$C = n(n-1)$$

$$3) A+B = (n-4)(n+2) + (n+2)(n^2 - 2n + 4)$$

$$= (n+2)(n-4 + n^2 - 2n + 4)$$

$$A+B = (n+2)(n^2 - n)$$

$$\text{et on a : } n^2 - n = n(n-1)$$

$$\Rightarrow A+B = n(n+2)(n-1)$$

$$4) \text{ pour } n = \sqrt{2} - 1$$

$$A+B = (\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}-1+2)(\sqrt{2}-1-1)$$

$$= (\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-2)$$

$$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$$

$$\sqrt{a^2} = a$$

$$= (\sqrt{2}^2 - 1^2)(\sqrt{2} - 2)$$

$$= (2 - 1)(\sqrt{2} - 2)$$

$$= 1(\sqrt{2} - 2)$$

$$\Rightarrow A+B = \sqrt{2} - 2$$

Exercice 3 $(a^m)^n = a^{m \times n}$

$$1) A(n) = (2n-1)(n+3) - (2n-1)(4-5n) \\ = (2n-1)[(n+3) - (4-5n)] \\ = (2n-1)(n+3-4+5n)$$

$$A(n) = (2n-1)(6n-1)$$

$$2) a) (n^2+2)^2 - 9 \quad (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \\ = (n^2)^2 + 2 \times n^2 \times 2 + 2^2 - 9 \\ = n^4 + 4n^2 + 4 - 9$$

$$= n^4 + 4n^2 - 5 = C(n)$$

$$\text{alors } C(n) = (n^2+2)^2 - 9$$

$$b) a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$$

$$C(n) = (n^2+2)^2 - 3^2 \\ = (n^2+2)^2 - 3^2 \\ = (n^2+2-3)(n^2+2+3)$$

$$C(n) = (n^2-1)(n^2+5)$$

$$c) 2020^4 + 4 \times 2020^2 - 5 \\ = C(2020) \\ = (2020^2-1)(2020^2+5) \\ = (2020-1)(2020+1)(2020^2+5) \\ = 2019 \times [2019 \times (2020^2+5)]$$

donc $2020^4 + 4 \times 2020^2 - 5$
est divisible par 2019

$$3) B(n) = (n+2)^3 - 6n^2 - 12n$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \\ = n^3 + 3n^2 \times 2 + 3n \times 2^2 + 2^3 - 6n^2 - 12n \\ = n^3 + 6n^2 + 12n + 8 - 6n^2 - 12n$$

$$\Rightarrow B(n) = n^3 + 8$$

$$b) B(n) = n^3 + 2^3 = (n+2)(n^2-2n+4)$$

$$(a^3+b^3) = (a+b)(a^2-ab+b^2)$$

Exercice 4 $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

$$1) a) a = (\sqrt{2}+1)^3 = \sqrt{2}^3 + 3\sqrt{2}^2 \cdot 1 + 3\sqrt{2} \cdot 1^2 + 1^3 \\ = 2\sqrt{2} + 6 + 3\sqrt{2} + 1$$

$$a = 5\sqrt{2} + 7$$

$$b = (\sqrt{2}-1)^3 \quad (a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 \\ = \sqrt{2}^3 - 3\sqrt{2}^2 \cdot 1 + 3\sqrt{2} \cdot 1^2 - 1^3 \\ = 2\sqrt{2} - 6 + 3\sqrt{2} - 1$$

$$b = 5\sqrt{2} - 7$$

$$b) (a+b)^3 = (5\sqrt{2}+7+5\sqrt{2}-7)^3 \\ = (10\sqrt{2})^3 = 10^3 \times \sqrt{2}^3 \\ = 1000 \times 2\sqrt{2}$$

$$(a+b)^3 = 2000\sqrt{2}$$

$$2) \text{ si } n=0 \Rightarrow A=0^3-1=-1 \\ \text{ si } n=\frac{1}{2} \Rightarrow A=\left(\frac{1}{2}\right)^3-1=\frac{1}{8}-1=-\frac{7}{8}$$

$$b) A = n^3 - 1^3 = (n-1)(n^2+n+1)$$

$$c) B = (n^3-1) - (n-1)(n+5) \\ = (n-1)(n^2+n+1) - (n-1)(n+5) \\ = (n-1)(n^2+n+1-n-5)$$

$$B = (n-1)(n^2-4) = (n-1)(n+2)(n-2)$$

$$d) B=0 \text{ si } (n-1)(n+2)(n-2)=0 \\ \begin{matrix} n-1=0 & n+2=0 & n-2=0 \\ n=1 & n=-2 & n=2 \end{matrix}$$

$$n=1 \text{ ou } n=-2 \text{ ou } n=2$$

EXERCICE 1 :

Soit $A = (x - 1 + \sqrt{2})^3 - (1 + \sqrt{2} - x)^3 - 2x^3 + 2$, où x est un réel.

1. Calculer A pour $x = \sqrt{2}$.
2. (a) Montrer que $(a + b)^3 + (a - b)^3 = 2a(a^2 + 3b^2)$ pour tous réels a et b .
(b) Montrer que $A = (2x - 2)(6 - 3x)$.
(c) Encadrer A pour $x \in [3, 4]$.

EXERCICE 2 :

On pose $a = \sqrt{8 - 3\sqrt{7}}$ et $b = \sqrt{8 + 3\sqrt{7}}$.

1. Montrer que a et b sont inverses.
2. (a) Calculer : $(a - b)^2$.
(b) En déduire la valeur de $a - b$.
3. Calculer $a^3 - b^3$.
4. Montrer que

$$\frac{a^{-2}b^{-2} + 2a^{-1}b}{a^{-3}b^{-1} + 2a^{-5}b^{-1}} = 8 - 3\sqrt{7}.$$

EXERCICE 3 :

Soit $A = (x + 2)^3 - 1$ et $B = (x + 1)^3 + 6(x + 1)^2 + 12(x + 1) + 7$.

1. (a) Développer A .
(b) Factoriser alors B .
2. Sachant que $x \in [-1, 0]$,
(a) Montrer que $0 \leq A \leq 7$.
(b) Montrer que $2|A - 7| - |15 - 2A| = -1$.

EXERCICE 4 :

On considère l'ensemble

$$I = \{x \in \mathbb{R} \mid x - x^2 > 0\}.$$

1. (a) Montrer que $I =]0, 1[$.
(b) Soit $x \in I$. Montrer que

$$x + \frac{1}{\sqrt{x}} < \frac{1}{x} + \sqrt{x}.$$

2. Soit

$$J = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid 0 < \frac{2x+8}{x+3} < 1 \right\}.$$

Montrer que $J =]-5, -4[$.

3. On désigne par a et b deux réels tels que $a < 1$, $b > -5$ et $a - b = 5$.
(a) Montrer que $a \in I$ et $b \in J$.
(b) Déterminer la valeur numérique de

$$|a^2 - a - 1| - |b + 5| \cdot |b + 3|.$$

EXERCICE 5 :

On considère $ABCD$ un carré de côté $AB = 6$ cm.

M un point de $[AB]$ et N un point de $[BC]$.

On pose $AM = BN = x$.

1. Déterminer, en fonction de x , l'aire de chacun des triangles AMD et BNM .
2. Soit $S(x)$ l'aire du triangle MND . Vérifier que

$$S(x) = \frac{(x-3)^2 + 27}{4}.$$

3. Sachant que $0 \leq x \leq 2$, donner un encadrement de S .

EXERCICE 6 :

1. (a) Calculer $(2\sqrt{3} - 5)^2$.
(b) Montrer que $\sqrt{37 - 20\sqrt{3}} + \sqrt{13 + 4\sqrt{3}}$ est un entier naturel.
2. On considère les ensembles suivants : $I =]-\infty; 0] \cup]1; +\infty[$ et $J = \{x \in \mathbb{R} \mid |2x - 1| \leq \frac{3}{2}\}$.
(a) Montrer que J est un intervalle que l'on précisera.
(b) Déterminer : $I \cap J$ et $I \cup J$.

(c) Montrer que si $x \in J$ alors $\sqrt{\frac{9}{4} - x} \leq \frac{9}{4} - x \leq (\frac{9}{4} - x)^2$.

3. Soit $A = 1 + \sqrt{3}$ et $B = \frac{1 + 3\sqrt{3}}{10 + 4\sqrt{3}}$.

(a) Montrer que A et B sont inverses.

(b) En déduire que $B = \frac{\sqrt{3} - 1}{2}$.

EXERCICE 1

Développer et réduire les expressions suivantes :

1 $A = 6x - 3(x+1)^2$

$$\begin{aligned} A &= 6x - 3(x+1)^2 = 6x - 3(x^2 + 2x + 1) \\ &= 6x - 3x^2 - 6x - 3 \\ &= -3x^2 - 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (a+b)^2 &= a^2 + 2ab + b^2 \\ (a-b)^2 &= a^2 - 2ab + b^2 \end{aligned}$$

2 $B = -3x(x-4)^2$

$$\begin{aligned} B &= -3x(x-4)^2 = -3x(x^2 - 8x + 16) \\ &= -3x^3 + 24x^2 - 48x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (a-b)(d+c) &= a \times d + a \times c - b \times d - b \times c \end{aligned}$$

3 $C = (-x-7)(3-5x)$

$$\begin{aligned} C &= (-x-7)(3-5x) = -3x + 5x^2 - 21 + 35x \\ &= 5x^2 + 32x - 21 \end{aligned}$$

4 $D = (-8x-1)^2 - (4x+3)^2$

$$\begin{aligned} D &= (-8x-1)^2 - (4x+3)^2 = (-8x)^2 - 2(-8x) + 1 - (16x^2 + 2 \times 3 \times 4x + 9) \\ &= 64x^2 + 16x + 1 - 16x^2 - 24x - 9 \\ &= 48x^2 - 8x - 8 \end{aligned}$$

5 $E = \left(x - \frac{1}{5}\right) \left(3x + \frac{1}{3}\right) + \frac{1}{15}$

$$\begin{aligned} E &= \left(x - \frac{1}{5}\right) \left(3x + \frac{1}{3}\right) + \frac{1}{15} = 3x^2 + \frac{1}{3}x - \frac{3}{5}x - \frac{1}{15} + \frac{1}{15} \\ &= 3x^2 + x \left(\frac{1}{3} - \frac{3}{5}\right) \\ &= 3x^2 + x \left(\frac{5-9}{15}\right) = 3x^2 - \frac{4}{15}x \end{aligned}$$

Prof : E.Amir

6 $F = \left(3 - \frac{x}{6}\right)^2$

$$\begin{aligned} F &= \left(3 - \frac{x}{6}\right)^2 = 9 - 2 \times 3 \times \frac{x}{6} + \left(\frac{x}{6}\right)^2 \\ &= 9 - \frac{6x}{6} + \frac{x^2}{36} \\ &= 9 - x + \frac{x^2}{36} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (a+b)^2 &= a^2 + 2ab + b^2 \\ (a-b)^2 &= a^2 - 2ab + b^2 \\ a^2 - b^2 &= (a+b)(a-b) \end{aligned}$$

7 $G = (x\sqrt{3}-1)^2 - 3x\sqrt{3} + (\sqrt{3}-x)(x\sqrt{3}-1)$

$$G = (x\sqrt{3}-1)^2 - 3x\sqrt{3} + (\sqrt{3}-x)(x\sqrt{3}-1)$$

1

Niveau : 1ère année

$$\begin{aligned}
 &= 3x^2 - 2x\sqrt{3} + 1 - 3x\sqrt{3} + 3x - \sqrt{3} - x^2\sqrt{3} + x \\
 &= x^2(3 - \sqrt{3}) + x(-5\sqrt{3} + 3 + 1) + 1 - \sqrt{3} \\
 &= x^2(3 - \sqrt{3}) + x(4 - 5\sqrt{3}) + 1 - \sqrt{3}
 \end{aligned}$$

EXERCICE 2

Soit l'expression $A = 2(x^2 + 3) - 2x(x - 1)$

- 1 Calculer la valeur de A pour $x = \frac{1}{2}$ puis pour $x = \sqrt{2}$

on a: $A = 2(x^2 + 3) - 2x(x - 1)$

pour que $x = \frac{1}{2}$:

$$\begin{aligned}
 A &= 2\left(\frac{1}{4} + 3\right) - 2 \times \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} - 1\right) \\
 &= 2 \cdot \frac{13}{4} - \left(-\frac{1}{2}\right) \\
 &= \frac{13}{2} + \frac{1}{2} = \frac{14}{2} = 7
 \end{aligned}$$

pour que $x = \sqrt{2}$:

$$\begin{aligned}
 A &= 2((\sqrt{2})^2 + 3) - 2 \times \sqrt{2} (\sqrt{2} - 1) \\
 &= 2(2 + 3) - 2 \times 2 + 2 \\
 &= 10 - 4 + 2 \\
 &= 8
 \end{aligned}$$

- 2 Montrer que $A = 2x + 6$

on a: $A = 2(x^2 + 3) - 2x(x - 1) = \cancel{2x^2} + 6 - \cancel{2x^2} + 2x = 2x + 6$

- 3 On suppose que : $-2 \leq x \leq 1$

a Donner un encadrement de A

on suppose que $-2 \leq x \leq 1$

$$\Leftrightarrow -2 \times 2 \leq 2x \leq 1 \times 2$$

$$\Leftrightarrow -4 \leq 2x \leq 2$$

$$\Leftrightarrow -4 + 6 \leq 2x + 6 \leq 2 + 6$$

$$\Leftrightarrow 2 \leq 2x + 6 \leq 8$$

$$\Leftrightarrow 2 \leq A \leq 8$$

b Dédurre un encadrement de A^2 et $\frac{-2}{A+1}$

☆ puisque $A \geq 2$.

$$2 \leq A \leq 8 \Rightarrow 2^2 \leq A^2 \leq 8^2$$

$$\Rightarrow 4 \leq A^2 \leq 64$$

☆ on a: $2 \leq A \leq 8 \Rightarrow 2 + 1 \leq A + 1 \leq 8 + 1$

$$\Rightarrow 3 \leq A + 1 \leq 9$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{3} > \frac{1}{A+1} > \frac{1}{9}$$

$$\Leftrightarrow -2 \cdot \frac{1}{3} < \frac{-2}{A+1} < -2 \cdot \frac{1}{9}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{2}{3} < -\frac{2}{A+1} < -\frac{2}{9}$$

EXERCICE 3

On considère les expressions $A(x) = 8x^3 + 1 + (6x - 3x^2)(2x + 1)$ et $B(x) = 2x^3 + 8x^2 + 2x$

- 1 a Factoriser $8x^3 + 1$

$$\begin{aligned} 8x^3 + 1 &= (2x)^3 + 1^3 \\ &= (2x+1)((2x)^2 - 2x + 1) \\ &= (2x+1)(4x^2 - 2x + 1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a^3 + b^3 &= (a+b)(a^2 - ab + b^2) \\ a^3 - b^3 &= (a-b)(a^2 + ab + b^2) \end{aligned}$$

- b En déduire que $A(x) = (2x+1)(x^2 + 4x + 1)$

$$\begin{aligned} \text{on a: } A(x) &= 8x^3 + 1 + (6x - 3x^2)(2x + 1) \\ &= (2x+1)(4x^2 - 2x + 1) + (6x - 3x^2)(2x + 1) \\ &= (2x+1)(4x^2 - 2x + 1 + 6x - 3x^2) \\ &= (2x+1)(x^2 + 4x + 1) \end{aligned}$$

- 2 a Factoriser $B(x)$

$$\begin{aligned} \text{on a: } B(x) &= 2x^3 + 8x^2 + 2x \\ &= 2x(x^2 + 4x + 1) \end{aligned}$$

- b Déduire que $A(x) - B(x) = x^2 + 4x + 1$

$$\begin{aligned} A(x) - B(x) &= (2x+1)(x^2 + 4x + 1) - 2x(x^2 + 4x + 1) \\ &= (x^2 + 4x + 1)(2x+1 - 2x) \\ &= x^2 + 4x + 1 \end{aligned}$$

- 3 Montrer que $A(x) - B(x) = (x+2)^2 - 3$

$$(x+2)^2 - 3 = x^2 + 4x + 4 - 3 = x^2 + 4x + 1$$

$$\text{d'où } A(x) - B(x) = (x+2)^2 - 3$$

- 4 On suppose que $x \in [-1, \sqrt{2} - 2]$

- a Donner un encadrement de $A(x) - B(x)$

$$\text{on a: } A(x) - B(x) = (x+2)^2 - 3$$

Niveau : 1ère année

$$x \in [-1, \sqrt{2}-2]$$

$$\Leftrightarrow -1 \leq x \leq \sqrt{2}-2 \Leftrightarrow -1+2 \leq x+2 \leq \sqrt{2}-2$$

$$\Leftrightarrow 1 \leq x+2 \leq \sqrt{2}$$

$$\Leftrightarrow 1 \leq (x+2)^2 \leq 2$$

$$\Leftrightarrow 1-3 \leq (x+2)^2-3 \leq 2-3$$

$$\Leftrightarrow -2 \leq (x+2)^2-3 \leq -1$$

$$\text{donc } -2 \leq A(x) - B(x) \leq -1$$

b Déduire un encadrement de $(A(x) - B(x))^2$

$$\text{on a: } -2 \leq A(x) - B(x) \leq -1$$

$$\Leftrightarrow 4 \geq (A(x) - B(x))^2 \geq 1$$

EXERCICE 4

Pour tout réel x on considère les expressions : $A(x) = x^2 + 4x - 5$ et $B(x) = x^3 - 8 - (2-x)(2x-9)$.

1 a Vérifier que : $A(x) - (x+2)^2 = -9$

$$\begin{aligned} A(x) - (x+2)^2 &= x^2 + 4x - 5 - (x^2 + 4x + 4) \\ &= \cancel{x^2} + \cancel{4x} - 5 - \cancel{x^2} - \cancel{4x} - 4 \\ &= -5 - 4 = -9 \end{aligned}$$

b En déduire une factorisation de $A(x)$.

$$A(x) - (x+2)^2 = -9 \Leftrightarrow A(x) = (x+2)^2 - 9$$

$$\Leftrightarrow A(x) = (x+2)^2 - (3)^2$$

$$\Leftrightarrow A(x) = (x+2+3)(x+2-3)$$

$$\Leftrightarrow A(x) = (x+5)(x-1)$$

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

2 a Factoriser l'expression $B(x)$.

b En déduire que : $B(x) - A(x) = A(x)(x-3)$

$$\begin{aligned} \text{on a: } B(x) &= x^3 - 8 - (2-x)(2x-9) \\ &= x^3 - (2)^3 - (2-x)(2x-9) \\ &= \underline{(x-2)}(x^2+2x+4) + \underline{(x-2)}(2x-9) \\ &= (x-2)(x^2+2x+4+2x-9) \\ &= (x-2)(x^2+4x-5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \textcircled{b} \quad B(x) - A(x) &= (x-2)(x^2+4x-5) - A(x) \\
 &= (x-2)A(x) - A(x) \\
 &= A(x)(x-2-1) \\
 &= A(x)(x-3)
 \end{aligned}$$

3 On suppose que $x \in \left[-1, \frac{1}{2}\right]$ et on pose $H(x) = \frac{B(x)}{(x-3)(x+5)}$.

a Montrer que $H(x) = \frac{(x-1)(x-2)}{(x-3)}$.

$$\begin{aligned}
 \text{on a } x &\in \left[-1, \frac{1}{2}\right] \\
 \Leftrightarrow -1 &\leq x \leq \frac{1}{2} \Leftrightarrow -1-3 \leq x-3 \leq \frac{1}{2}-3 \\
 &\Leftrightarrow -4 \leq x-3 \leq -\frac{5}{2} \\
 &\Rightarrow x-3 \neq 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 H(x) &= \frac{B(x)}{(x-3)(x+5)} = \frac{(x-2)(x^2+4x-5)}{(x-3)(x+5)} \\
 &= \frac{(x-2)(x-1)(x+5)}{(x-3)(x+5)} \\
 &= \frac{(x-2)(x-1)}{(x-3)}
 \end{aligned}$$

b En déduire un encadrement de $H(x)$.

$$\text{on a : } B(x) = \frac{(x-1)(x-2)}{(x-3)}$$

$$\star x \in \left[-1, \frac{1}{2}\right] \Rightarrow -1 \leq x \leq \frac{1}{2} \Rightarrow -3 \leq x-2 \leq -\frac{3}{2} \quad \textcircled{1}$$

$$\star x \in \left[-1, \frac{1}{2}\right] \Rightarrow -1 \leq x \leq \frac{1}{2} \Rightarrow -2 \leq x-1 \leq -\frac{1}{2} \quad \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} \times \textcircled{2} \Rightarrow \frac{3}{4} \leq (x-1)(x-2) \leq 6$$

$$\star -1 \leq x \leq \frac{1}{2} \Rightarrow -4 \leq x-3 \leq -\frac{5}{2}$$

①

$$\Rightarrow -\frac{2}{5} \leq \frac{1}{x-3} \leq -\frac{1}{4} \quad \textcircled{\text{II}}$$

$$\textcircled{\text{I}} \times \textcircled{\text{II}} \Rightarrow -\frac{6}{4} \leq \frac{(x-1)(x-2)}{(x-3)} \leq -\frac{3}{10}$$

$$\Rightarrow -\frac{3}{2} \leq H(x) \leq -\frac{3}{10}$$

EXERCICE 5

On donne $A = x^3 + 2x^2 - (x+2)$ et $B = (x+1)^3 - 8$

1 a Montrer que $A = (x+2)(x+1)(x-1)$

$$\begin{aligned} \text{on a: } A &= x^3 + 2x^2 - (x+2) \\ &= x^2(x+2) - (x+2) \\ &= (x+2)(x^2 - 1) \\ &= (x+2)(x+1)(x-1) \end{aligned}$$

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

b Montrer que $B = (x-1)(x^2 + 4x + 7)$

$$\begin{aligned} \text{on a: } B &= (x+1)^3 - 8 = (x+1)^3 - 2^3 \\ &= [(x+1) - 2] [(x+1)^2 + 2(x+1) + 2^2] \\ &= (x-1) (x^2 + 2x + 1 + 2x + 2 + 4) \\ &= (x-1) (x^2 + 4x + 7) \end{aligned}$$

2 Factoriser $A - B$

$$\begin{aligned} A - B &= (x+2)(x+1)(x-1) - (x-1)(x^2 + 4x + 7) \\ &= (x-1) [(x+2)(x+1) - (x^2 + 4x + 7)] \\ &= (x-1) (x^2 + x + 2x + 2 - x^2 - 4x - 7) \\ &= (x-1) (-x - 5) \end{aligned}$$

3 Comparer A et B pour $x = 1$

$$\text{pour } x = 1, A - B = (1-1)(-1-5) = 0$$

Prof : E.Amir

Donc $A = B$

6

Niveau : 1ère année