

Les ANGLES

I°/ Vocabulaires et définitions

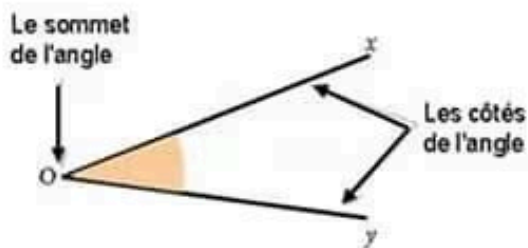
1/ Notion d'angle

a) Définitions et notations

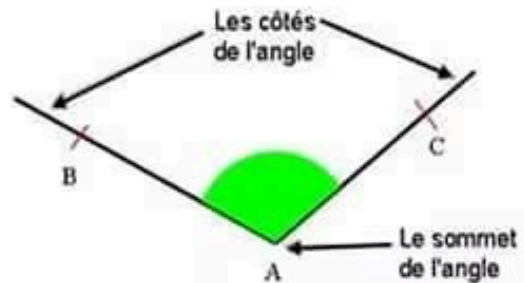
Un angle est formé de deux demi-droites ayant la même origine.

- Cette origine est appelée sommet de l'angle
- Les deux demi-droites sont les côtés de l'angle.

Exemple :



On note l'angle : $\widehat{xOy}$ ou $\widehat{yOx}$

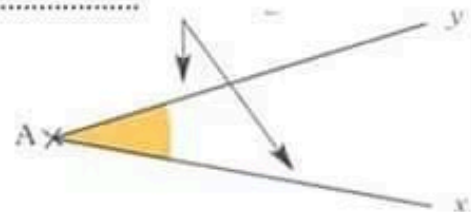


On note l'angle : $\widehat{BAC}$ ou $\widehat{CAB}$.

Application Compléter

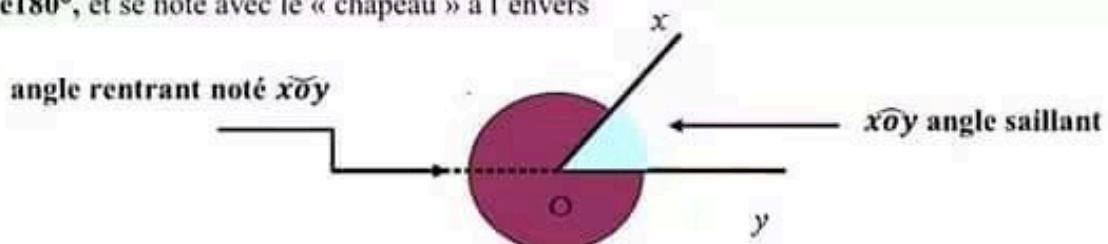
[Ax) et [Ay) sont.....

A est



b) Angles saillants - Angles rentrants

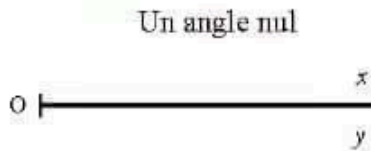
Deux demi-droites [Ox) et [Oy) de même origine O déterminent **deux** angles de sommet O
un angle **saillant** est un angle qui mesure **moins de 180°**, alors qu'un angle **rentrant** mesure **plus de 180°**, et se note avec le « chapeau » à l'envers



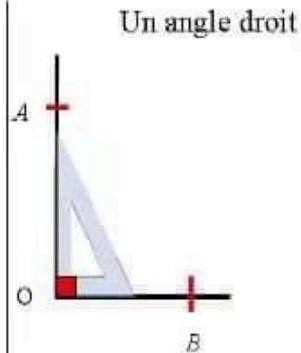
Remarque : On utilise et on mesure généralement l'angle saillant.

2/ Classification et mesure des angles

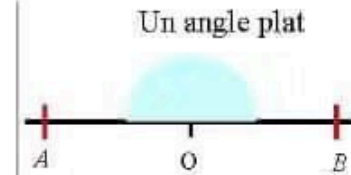
a) Angles particuliers



$$\widehat{xoy} = 0^\circ$$



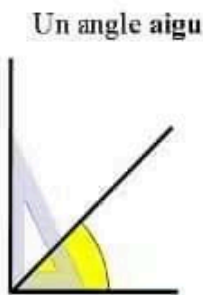
$$\widehat{AOB} = 90^\circ$$



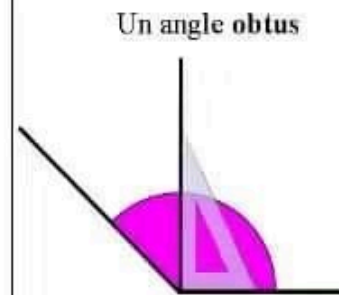
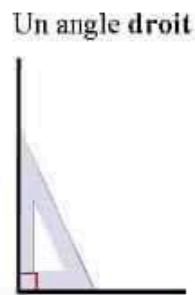
$$\widehat{AOB} = 180^\circ$$

b) Classification des angles

➤ Un **angle saillant** peut être

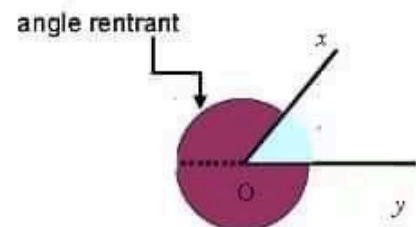


Plus grand qu'un angle nul
et plus petit qu'un angle droit.



Plus grand qu'un angle droit
et plus petit qu'un angle plat.

➤ Un **angle rentrant** est plus grand qu'un angle plat.



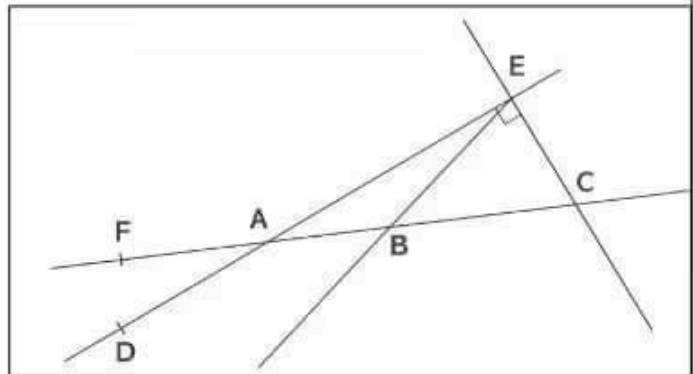
Angles saillants						
Angle	nul	aigu	droit	obtus	plat	rentrant
Mesure	0°	comprise entre 0° et 90°	90°	comprise entre 90° et 180°	180°	comprise entre 180° et 360°

Mesure comprise entre 0° et 180°

Exercice

Compléter le tableau ci-dessous
en inscrivant chacun
des angles suivants
dans la colonne qui convient.

$\widehat{FAD}$; $\widehat{DAC}$; $\widehat{AEC}$; $\widehat{EBC}$; $\widehat{FBC}$
; $\widehat{FBE}$; $\widehat{BEC}$ et $\widehat{EAF}$



Angles aigus	Angles droits	Angles obtus	Angles plats
.....			
.....			

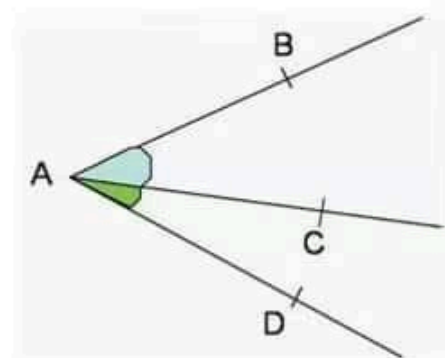
3/ Couples d'angles

a) Angles adjacents

Définition

Deux angles sont **adjacents**, s'ils

- ont un sommet commun
- ont un côté commun
- sont situés de part et d'autre de ce côté commun



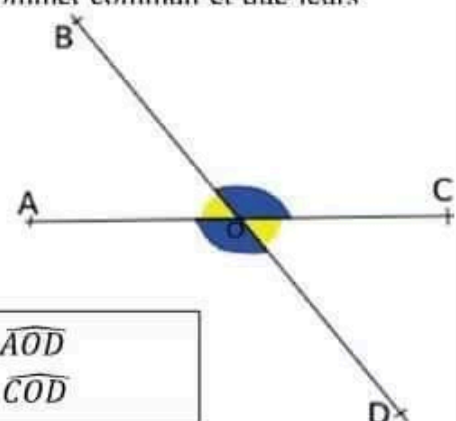
$\widehat{BAC}$ et $\widehat{CAD}$ sont adjacents

b) Angles opposés par le sommet

Définition

Deux angles sont opposés par le sommet lorsqu'ils ont un sommet commun et que leurs côtés sont dans le prolongement l'un de l'autre.

Propriété : Si deux angles sont opposés par le sommet alors ils ont la même mesure



$\widehat{BOC}$ et $\widehat{AOD}$ sont opposés par le sommet alors $\widehat{BOC} = \widehat{AOD}$
 $\widehat{BOA}$ et $\widehat{COD}$ sont opposés par le sommet alors $\widehat{BOA} = \widehat{COD}$

c) Angles complémentaires et supplémentaires

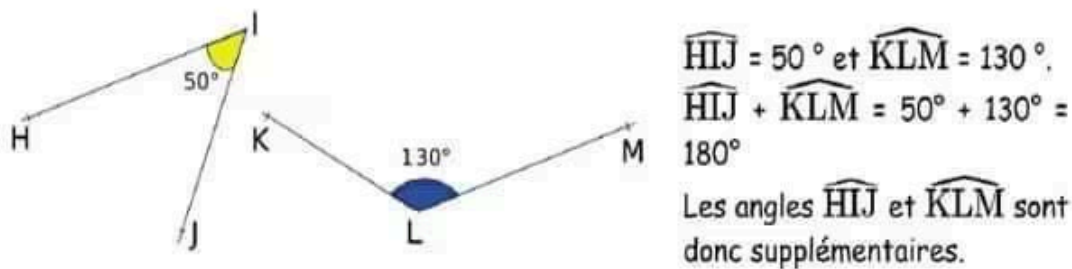
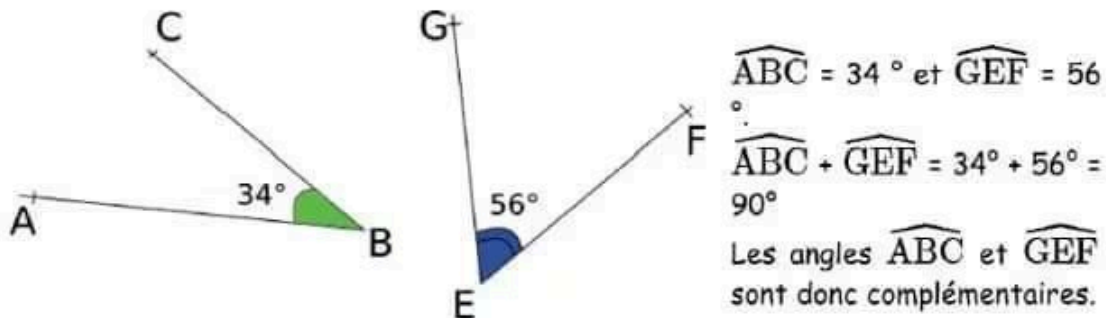
Définition :

- Deux angles sont **complémentaires** si la **somme** de leurs mesures est égale à **90°**.
- Deux angles sont **supplémentaires** si la **somme** de leurs mesures est égale à **180°**.

Remarque :

- si deux angles complémentaires sont adjacents, alors ils forment un angle droit.
- si deux angles supplémentaires sont adjacents, alors ils forment un angle plat

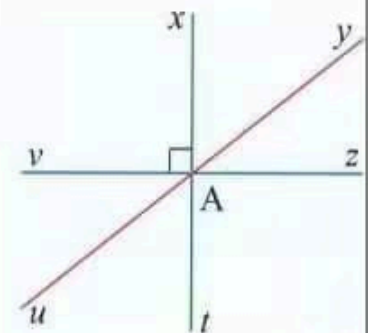
Exemples



Exercice d'application

Recopier et compléter chaque affirmation en utilisant les expressions adjacents, complémentaires, supplémentaires, opposés par le sommet :

- $\widehat{xAy}$ et $\widehat{xAu}$ sont et
- $\widehat{uAt}$ et $\widehat{uAv}$ sont et
- $\widehat{zAy}$ et $\widehat{vAu}$ sont
- $\widehat{uAx}$ et $\widehat{yAt}$ sont.....
- $\widehat{yAv}$ et $\widehat{vAt}$ ont



d) Angles déterminés par deux droites et une sécante commune

Quand on a deux droites coupées par une sécante, on a une configuration comme celle-ci (Figure I)

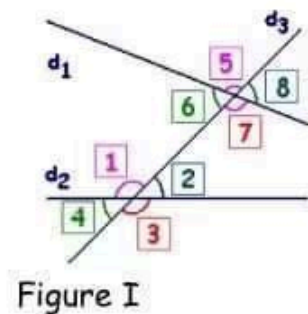


Figure I

<i>Angles alternes-internes</i>	<i>Angles correspondants</i>	<i>Angles intérieurs d'un même coté</i>
Définition : Deux angles alternes-internes sont deux angles situés de part et d'autre de la sécante, tous deux à l'intérieur des droites	Définition : Deux angles Correspondants sont deux angles situés du même côté de la sécante, l'un à l'intérieur et l'autre à l'extérieur	Définition : Deux angles intérieurs d'un même coté sont deux angles situés du même côté de la sécante, tous deux à l'intérieur des droites
EXEMPLE D'après la figure I les angles 1 et 7 sont alternes-internes de même que 2 et 6	EXEMPLE D'après la figure I les angles 1 et 5 sont correspondants de même que les angles 4 et 6	EXEMPLE D'après la figure I les angles 1 et 6 sont deux angles intérieurs d'un même coté de même que les 2 et 7

EXERCICE 1

a) Compléter les bulles par le nom des angles désignés.

b) Compléter les pointillés par « **opposés par le sommet** » ou « **correspondants** » ou « **alternes internes** », ou « **intérieurs d'un même coté** »

$\widehat{xAB}$ et $\widehat{ABY}$ sont

$\widehat{xAz}$ et $\widehat{x'Az}$ sont

$\widehat{xAz}$ et $\widehat{yBA}$ sont

$\widehat{xAz'}$ et $\widehat{yBA}$ sont

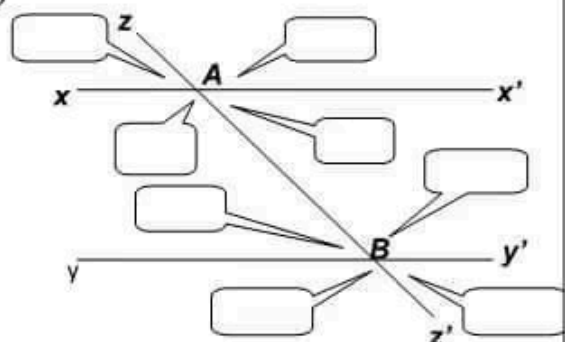
c) Compléter les pointillés par le bon angle.

Les angles $\widehat{yBz}$ et sont opposés par le sommet.

Les angles $\widehat{xAz'}$ et sont alternes internes.

Les angles $\widehat{xAB}$ et sont correspondants.

Les angles $\widehat{x'Az}$ et sont intérieurs d'un même coté



II/Angles et figure de base

Activité.1

Dans la figure ci contre ABCD est un rectangle tel que $AB = 2BC$, le point $E \in [DC]$ et $C \in [EF]$

1°/ a) Ecrire $\widehat{BED}$ en fonction de $\widehat{EBF}$ et $\widehat{BFE}$

Remarque l'angle $\widehat{BED}$ est appelé angle extérieur au triangle BEF

b) Que peut - on conclure ?

2°/ Que vaut $\widehat{BED}$ lorsque BEF est un triangle équilatéral ?

3°/ Que vaut $\widehat{BED}$ lorsque BEF isocèle rectangle ?

4°/ Ecrire $\widehat{BED}$ en fonction de $\widehat{BEF}$

lorsque BEF est un triangle isocèle .

On suppose dans la suite que BEF

est un triangle isocèle rectangle en B

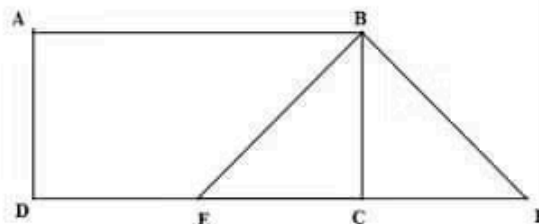
5°/ a) Calculer $\widehat{CBF}$.Déduire la nature du triangle BFC

b) Montrer que $[BC]$ est la bissectrice de $\widehat{EBF}$

6°/ Montrer que le point E milieu $[DC]$

7°/ a) Que vaut $\widehat{DAE}$ et $\widehat{AEB}$

b) En déduire la nature du triangle AEB



Retenons

- Un angle extérieur à un triangle est égal à la somme de deux angles de ce triangle qui ne lui sont pas adjacents
- ABC un triangle rectangle isocèle en A signifie que $AB=AC$ et $\widehat{ABC} = \widehat{ACB}=45^\circ$
- ABC un triangle équilatéral signifie $AB=AC=BC$ signifie $\widehat{ABC} = \widehat{ACB} = \widehat{BAC}=60^\circ$

Exercices d'application

Figure	Enoncé	Correction
	D'après la figure ci-dessus Calculer $\widehat{ACD}$	
	Dans la figure ci-dessus, les points F,B et C sont alignés .Le triangle ABF est-il équilatéral ?	
	Soit AECB Calculer chacun des. angles marqués en couleur, en indiquant tous les calculs	

Activité 2

Dans la figure ci-contre ABCD est un carré de côté 1. et I milieu de [AD]

Sur les côtés [AD] et [DC] du carré, on a construit deux triangles équilatéraux, ainsi que l'indique la figure ci-contre.

1°/ Déterminer la nature de chacun des triangles ABE et DEF

2°/ Montrer que les points B, E et F sont alignés

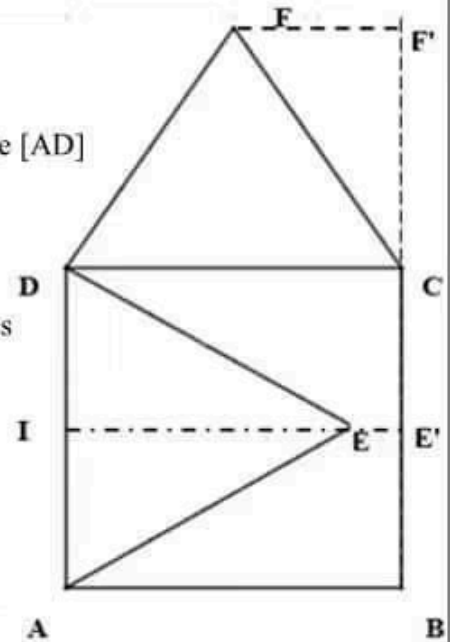
3°/ On se propose de retrouver que les points B, E et F sont alignés

Soient E' et F' les projetés orthogonaux respectivement de E et F sur (BC)

a) Calculer les distances IE, EE', BE, EF et BF

b) Vérifier que $BF = BE + EF$

c) Retrouver alors que les points B, E et F sont alignés



Retenons

- A, B et C trois points alignés signifie que $\widehat{ABC} = 180^\circ$ ou $\widehat{ABC} = 0^\circ$
- A, B et C trois points alignés signifie que $AB + BC = AC$

Exercice d'application,

1°/ Observer attentivement cette figure (I) codée :

Les points B, A et F sont-ils alignés ?

Justifier soigneusement la réponse.

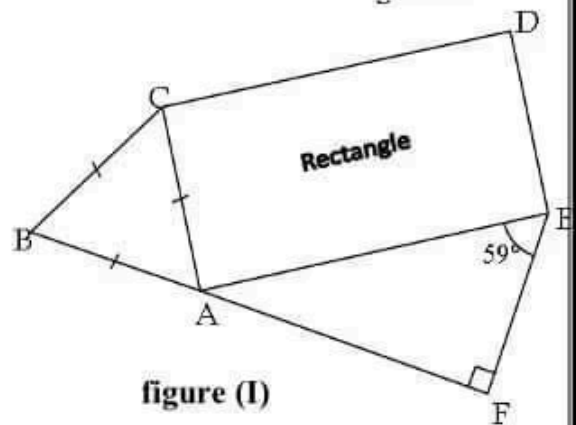


figure (I)

2°/ En respectant les informations données sur la figure (II)

Montrer que G, Y et P sont alignés. Justifier soigneusement la réponse

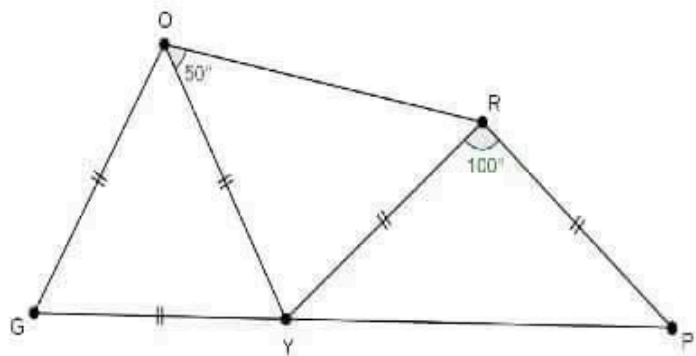


figure (II)

III/ Angles déterminés par deux droites parallèles et une sécante.

1°/ Propriétés des angles formés par deux droites parallèles et une sécante.

Activité 1

Dans la figure ci contre on a ABC est un triangle , I le milieu de [AB] et J le milieu de [AC]
le point R symétrie du point C par rapport au point I
et le point S symétrie du point B par rapport au point J

1°/ a) Montrer que la droite (BC) parallèle à (AR) et à (AS)

b) En déduire que les points R , A et S sont alignés

2°/ a) Montrer que $\widehat{RAB} = 180^\circ - \widehat{BAS}$ et $\widehat{DAS} = 180^\circ - \widehat{BAS}$

b) En déduire que $\widehat{RAB} = \widehat{DAS}$. Que peut-on conclure ?

3°/ Montrer que les angles que $\widehat{RAB}$ et $\widehat{ABC}$ sont symétrique par rapport à I .

4°/ a) Montrer que les angles alternes -internes $\widehat{RAB}$ et $\widehat{ABC}$ sont égaux

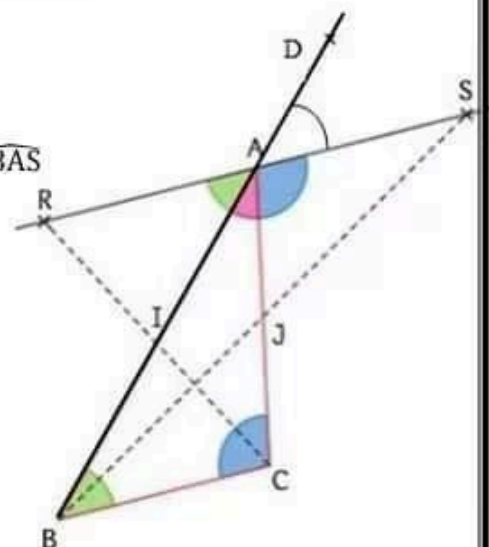
b) Montrer que les angles correspondants $\widehat{DAS}$ et $\widehat{ABC}$ sont égaux

c) Montrer que les angles intérieurs d'un même côté $\widehat{SAB}$ et $\widehat{ABC}$ sont supplémentaires

5°/ Application : Somme des angles d'un triangle

a) Vérifier que $\widehat{DAS} + \widehat{SAC} + \widehat{CAB} = 180^\circ$

b) Montrer alors que la somme des angles d'un triangle est égale à 180 degrés

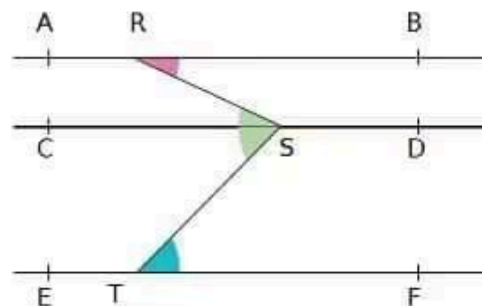


- ✓ Deux droites parallèles forment avec une sécante :
 - deux angles correspondants égaux ;
 - deux angles alternes internes égaux ;
 - deux angles intérieurs d'un même côté supplémentaires.
- ✓ la somme des angles d'un triangle est égale à 180 degrés

Exercice d'application

Sur la figure ci-contre:

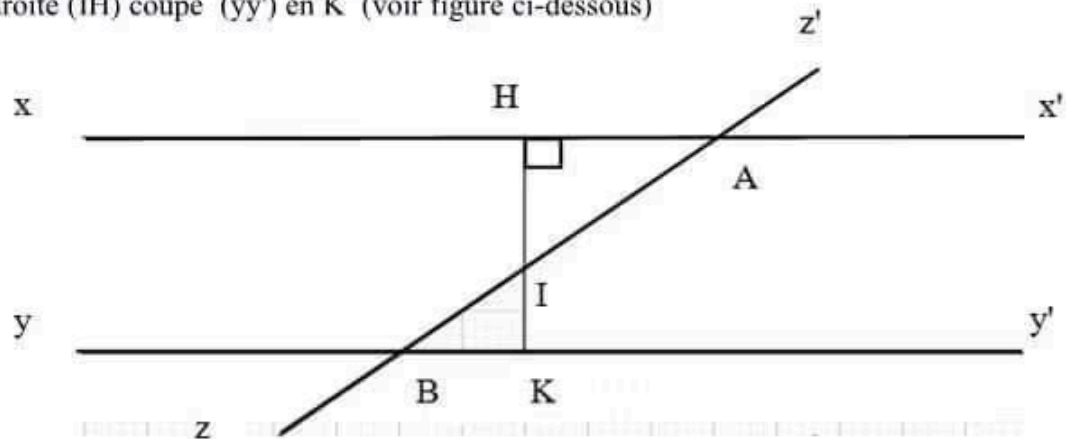
- les droites (AB), (CD) et (EF) sont parallèles ;
- R est un point de la droite (AB),
S est un point de la droite (CD) et T est un point de la droite (EF) tels que :
 $\widehat{BRS} = 20^\circ$ et $\widehat{RST} = 57^\circ$.
Calculer la mesure de l'angle $\widehat{STF}$.



2°/ Propriétés réciproques

Activité

Soient deux droites (xx') et (yy') et une sécante (zz') qui coupe (xx') en A et (yy') en B.
Soit I un point du segment $[AB]$ distincts de A et B. On désigne par H le projeté orthogonal de I sur (xx') . La droite (IH) coupe (yy') en K (voir figure ci-dessous)



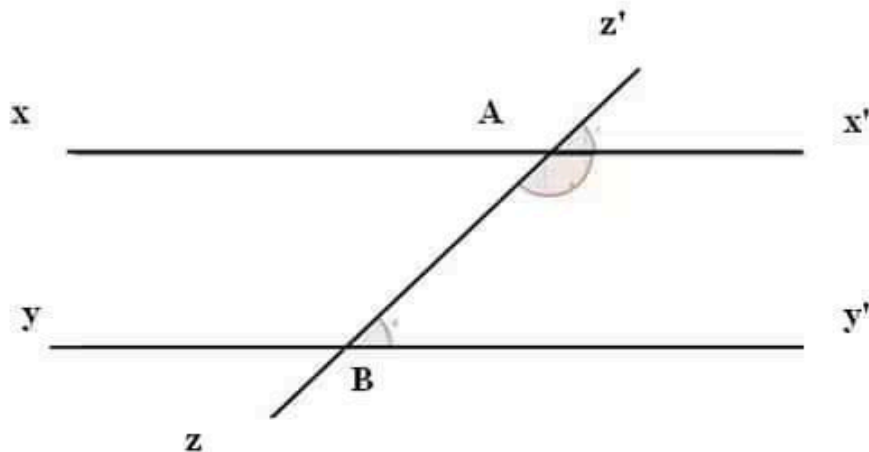
1°/ On suppose dans cette question que $\widehat{HAI} = \widehat{IBK} = a$

- Montrer que $\widehat{BIK} = \frac{\pi}{2} - a$
- En déduire que (HK) est perpendiculaire à (yy')
- Quelle est la position relative des droites (xx') et (yy')
- Compléter alors

Si deux droites, coupées par une sécante, forment des angleségaux
alors ces deux droites sont

2°/ Observer la figure ci - dessous

- Montrer que si les angles correspondants $\widehat{zAx'}$ et $\widehat{zBy'}$ sont égaux alors les angles alternes-internes $\widehat{xAz}$ et $\widehat{zBy'}$ sont égaux .
- Montrer que si les angles intérieurs d'un même coté $\widehat{zAx'}$ et $\widehat{zBy'}$ sont supplémentaires alors les angles alternes internes $\widehat{xAz}$ et $\widehat{zBy'}$ sont égaux

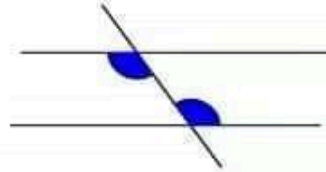


3°/ Compléter alors

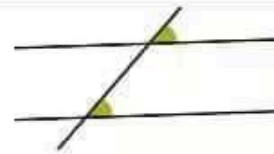
- ❖ Si deux droites, coupées par une sécante, forment des angles.....**égaux**
alors ces deux droites sont
- ❖ Si deux droites, coupées par une sécante, forment des angles.....**supplémentaires**
alors ces deux droites sont

Propriétés :

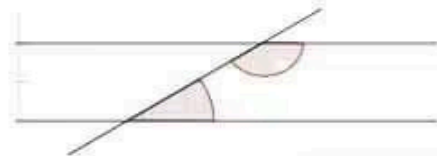
- ❖ Si deux droites forment avec une sécante
deux angles alternes internes égaux,
alors ces deux droites sont parallèles



- ❖ Si deux droites forment avec une sécante
deux angles correspondants égaux,
alors ces deux droites sont parallèles



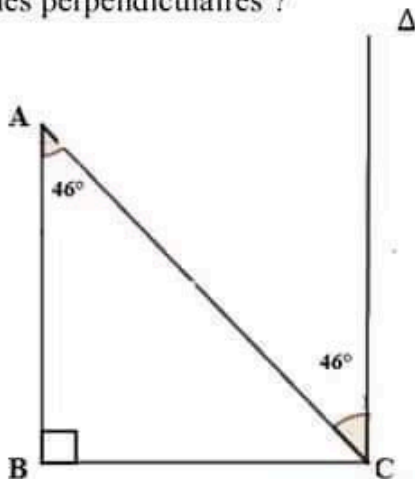
- ❖ Si deux droites forment avec une sécante
deux angles intérieurs d'un même coté
supplémentaires
alors ces deux droites sont parallèles



Exercices d'application

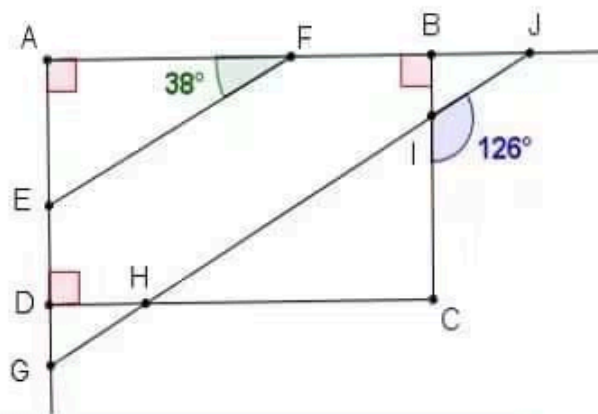
Exercice 1

Dans la figure ci-contre,
les droites (BC) et Δ
sont-elles perpendiculaires ?



Exercice 2

Dans la figure inexacte ci-dessous les
droites (EF) et (GJ) sont-elles parallèles ?
justifier votre réponse



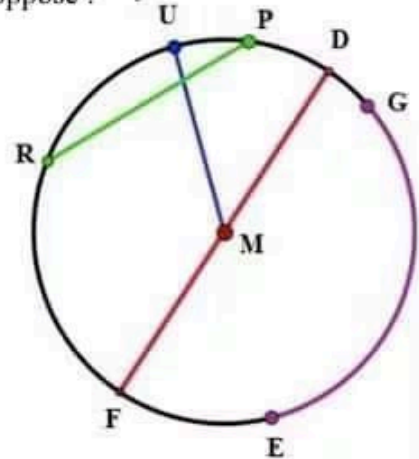
IV / Angles et cercles

1°/ les vocabulaires du cercle

Activité

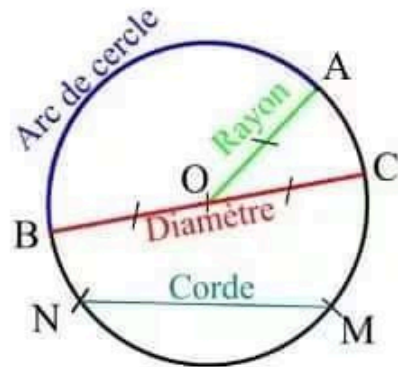
A l'aide de la figure ci- contre compléter les phrases suivantes au moyen des mots :
cercle – diamètre – corde – rayon – centre – arc – diamétralement opposé .

- 1) La figure représentée est un
- 2) Le..... de ce cercle est le point M.
- 3) Le segment [MU] est un de ce cercle.
- 4) Le segment [DF] est un de ce cercle.
- 5) Le segment [RP] est une de ce cercle.
- 6) La portion du cercle entre E et G est un..... de cercle.
noté $[\widehat{EG}]$
- 7) le point F est un pointau point D.



Vocabulaire

- ❖ Un **rayon** d'un cercle est un segment joignant le centre du cercle et un point du cercle.
- ❖ Une **corde** d'un cercle est un segment joignant deux points distincts du cercle.
- ❖ Un **diamètre** d'un cercle est une corde passant par le centre du cercle.
- ❖ la portion du cercle situé entre les points B et A est l'**arc** de cercle $[\widehat{BA}]$



Remarques :

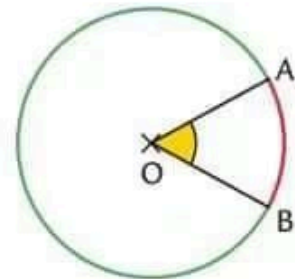
- le mot "**rayon**" peut désigner le segment [OA] ou sa longueur OA.
- le mot "**diamètre**" peut désigner le segment [BC] ou sa longueur BC.
- le **centre** du cercle est le milieu des diamètres du cercle.
- Sur un cercle, deux points A et B définissent **deux** arcs différentes. Dans ce chapitre, on considérera le **plus petit** des deux arcs.

2°/ Angle inscrit et angle au centre

a) Définitions

Définition 1

Un angle dont le sommet est sur un cercle et dont les côtés coupent ce cercle est appelé angle inscrit dans ce cercle

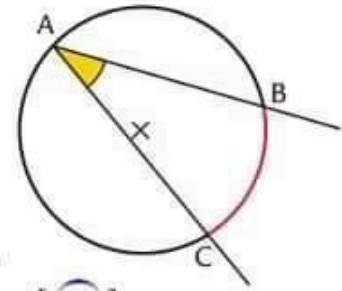


Définition 2

Un angle dont le sommet est le centre d'un cercle est appelé angle au centre de ce cercle.

b) Arc intercepté par un angle

- ❖ Lorsque les cotés d'un angle inscrit $\widehat{AIB}$ (ou bien angle au cercle en deux points A et B) on dit L'angle $\widehat{AIB}$ intercepte l'arc $[\widehat{BA}]$
- ❖ Lorsque un angle inscrit $\widehat{AIB}$ et un angle au centre $\widehat{AOB}$ interceptent le même arc $[\widehat{BA}]$ on dit : $\widehat{AOB}$ est un angle au centre associé à l'angle inscrit $\widehat{AIB}$



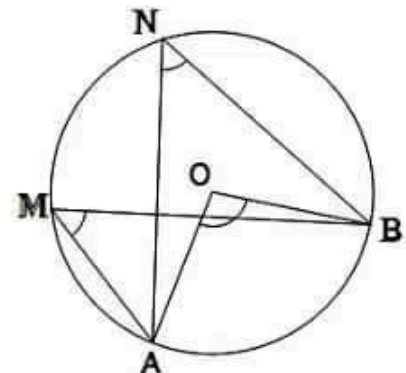
EXERCICE

I / Observer attentivement la figure ci - dessous et compléter les pointillés

- 1°/ $\widehat{AMB}$ est un angle qui intercepte
- 2°/ $\widehat{AOB}$ est un angle qui intercepte
- 3°/ $\widehat{AMB}$ et $\widehat{ANB}$ sont deux angles qui interceptent le même
- 4°/ $\widehat{AOB}$ est un angle associé $\widehat{AMB}$
- 5°/ L'arc $[\widehat{AB}]$ est par l'angle..... $\widehat{AOB}$

II/ Complétez le tableau ci-dessous en associant à chaque arc un angle inscrit et l'angle au centre l'interceptant

arcs	$[\widehat{AB}]$	$[\widehat{MN}]$	$[\widehat{AN}]$
angle inscrit			
angle au centre			

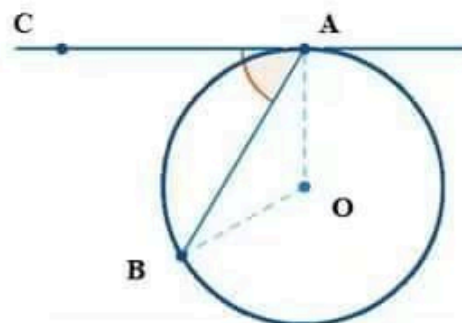


Remarque

Angle formé par une **corde** d'un cercle et une **tangente** à ce cercle à l'une des extrémités de cette corde est un **angle inscrit (tangentiell)** à un cercle

Exemple

- (AC) tangente au cercle au point A
- $\widehat{CAB}$ est un angle inscrit au cercle



3°/ Angles et cercles

a) Angle inscrit dans demi cercle

Activité Dans les figures ci-dessus, $\mathcal{C}$ est un cercle de diamètre $[AB]$

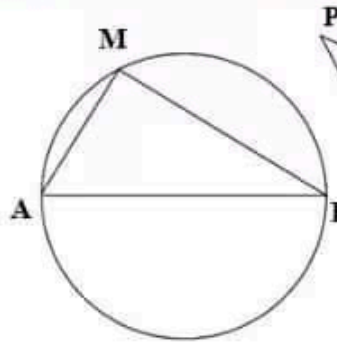


fig1

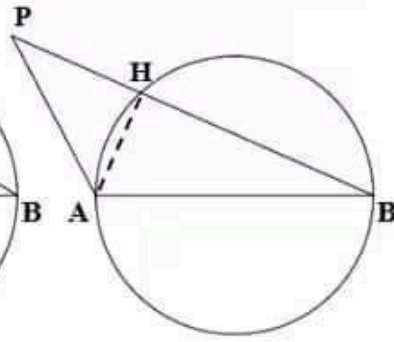


fig2

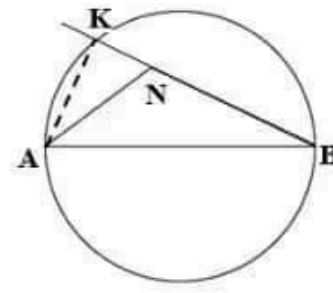


fig3

I / Soit le point O le milieu de $[AB]$ et M un point de $\mathcal{C}$.(fig1)

Construire sur la figure '1) le point M' symétrique de M par rapport O

- Montrer que le quadrilatère AMBM' est rectangle .
- En déduire que AMB est triangle rectangle.

II / Soient P un point extérieur au cercle $\mathcal{C}$ et N point intérieur au cercle (figure 2 et 3)

1°/ Soit H le point d'intersection du cercle $\mathcal{C}$ avec la droite (PB) distincts de B

- Montrer que APH est un triangle rectangle en H.
- En déduire que $\widehat{APH}$ et $\widehat{PAH}$ sont complémentaires
- En déduire que $\widehat{APB} < 90^\circ$

2°/ Soit K le point d'intersection du cercle $\mathcal{C}$ avec la droite (NB) distincts de B

- Montrer que AKB est triangle rectangle en K
- En déduire que $\widehat{ANK} < 90^\circ$
- Montrer alors que $\widehat{ANB} > 90^\circ$

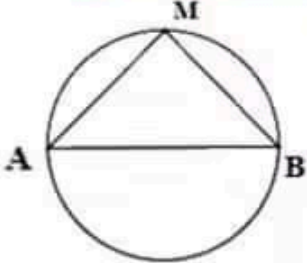
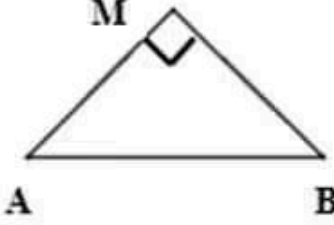
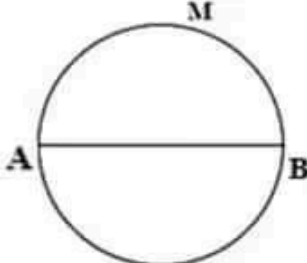
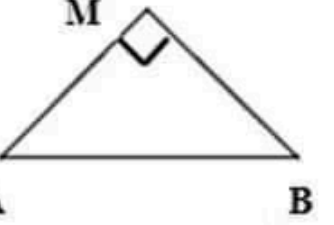
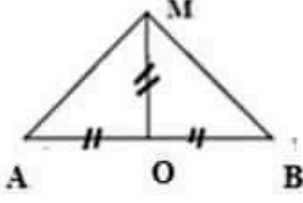
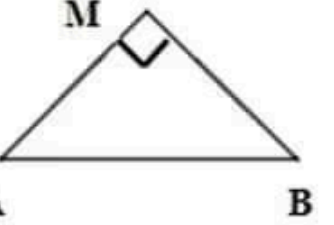
Retenons :

- ❖ Si un triangle est inscrit dans un cercle dont un diamètre est l'un des côtés du triangle, Alors ce triangle est rectangle
- ❖ Soient A et B deux points distincts
L'ensemble des points M tels que $\widehat{AMB} = 90^\circ$ est le cercle de diamètre $[AB]$ privée les points A et B

autre formulation

- Si M appartient au cercle de diamètre $[AB]$ privé de A et B alors ABM est un triangle rectangle en M

- Si dans le triangle ABC on a un point O milieu de $[BC]$ et on a

Données	Conclusion
 Le cercle circonscrit au triangle ABM tels que son côté $[AB]$ est un diamètre du cercle	 ABM est un triangle rectangle en M
 M est un point du cercle de diamètre $[AB]$	 ABM est un triangle rectangle en M
 On a $OA=OB=OC$ tel que O milieu de $[AB]$	 ABM est un triangle rectangle en M

$OA=OB=OC$ alors ABC est un triangle en A

Exercice

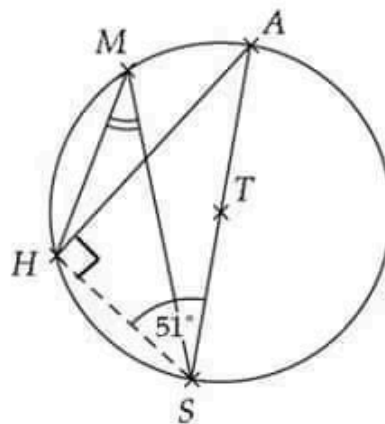
- 1°/a) Tracer un segment $[AC]$ et nommer O son milieu..
 - b) Construire le cercle (C) de diamètre $[AC]$ et le cercle (C') de diamètre $[AO]$.
 - c) Placer un point B sur le cercle (C) et tracer $[AB]$. Il recoupe le cercle (C') en J .
- 2°/ Montrer que (JO) est parallèle à (BC) .
- 3°/ a) Construire le point I symétrie de J par rapport à O
 - b) Montrer que $AICJ$ et $BCIJ$ sont deux parallélogrammes
 - c) En déduire que J est le milieu de $[AB]$

Retenons

Dans un cercle, deux angles inscrits qui interceptent le même arc ont la même mesure.

Exercice 1

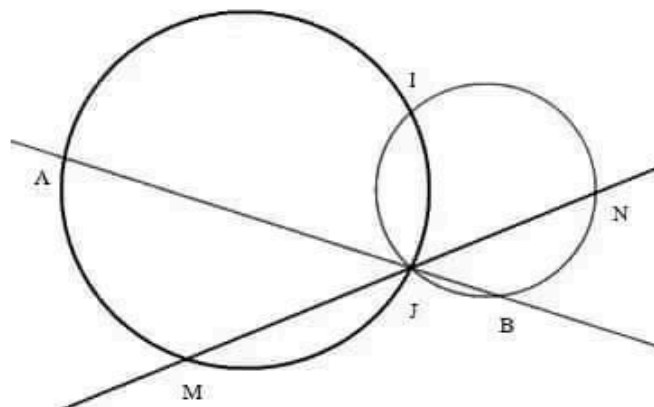
En utilisant les informations portées sur la figure ci contre
Calculer $\widehat{HMS}$



Exercice 2

Dans la figure ci-après $\mathcal{C}_1$ et $\mathcal{C}_2$ deux cercles sécants en I et J.
Les droites (AB) et (MN) se coupent en J.

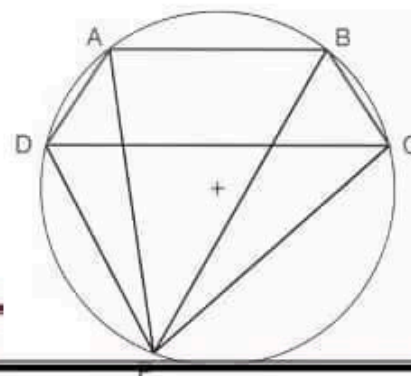
- 1/ Démontrer que $\widehat{IAJ} = \widehat{IMJ}$
- 2/ Démontrer que $\widehat{IBJ} = \widehat{INJ}$
- 3/ En déduire que $\widehat{AIB} = \widehat{MIN}$



Exercice 3

Sur la figure ci-contre,
ABCD est un trapèze isocèle de bases [AB] et [CD]
On se propose de démontrer que $\widehat{APD} = \widehat{BPC}$

- 1/ Citer deux angles inscrits qui interceptent l'arc $\widehat{ABC}$
- 2/ Citer deux angles inscrits qui interceptent l'arc $\widehat{BAD}$

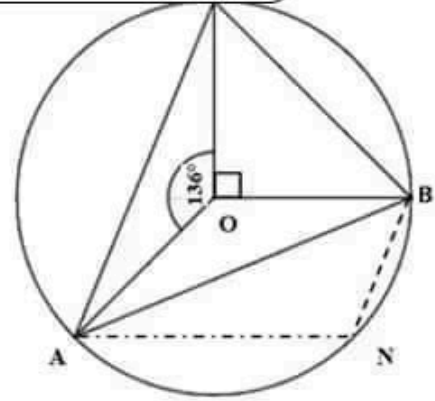


L'angle au centre est toujours le double de l'angle inscrit au quel il est associé

Exercice d'application

En utilisant les informations portées sur la figure ci contre

- 1°/ Calculer $\widehat{ABM}$ et $\widehat{AOB}$ puis $\widehat{AMB}$ et $\widehat{ANB}$
- 2°/ Placer un point H sur l'arc $[\widehat{AMB}]$ distincts de A et B
Comparer $\widehat{AMB}$ et $\widehat{AHB}$



Remarque importante

Si l'angle inscrit est obtus alors l'angle au centre qui lui associé est rentrant en particulier

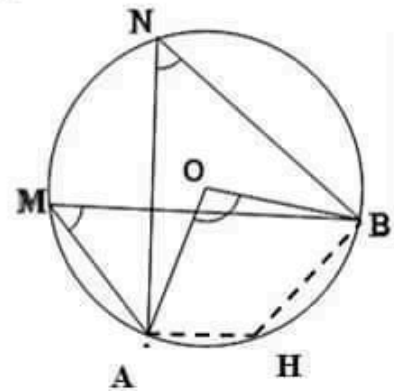
Soit $\widehat{AMB}$ est un angle inscrit dans un cercle de centre O

- Si l'angle $\widehat{AMB}$ est un angle **aigu** alors $\widehat{AMB} = \frac{1}{2} \widehat{AOB}$
- Si l'angle $\widehat{AMB}$ est un angle **obtus** alors $\widehat{AMB} = 180 - \frac{1}{2} \widehat{AOB}$

Exemple

D'après la figure ci-contre

- $\widehat{AMB}$ est un angle **aigu** alors $\widehat{AMB} = \frac{1}{2} \widehat{AOB}$
- $\widehat{AHB}$ est un angle **obtus** alors $\widehat{AHB} = 180 - \frac{1}{2} \widehat{AOB}$

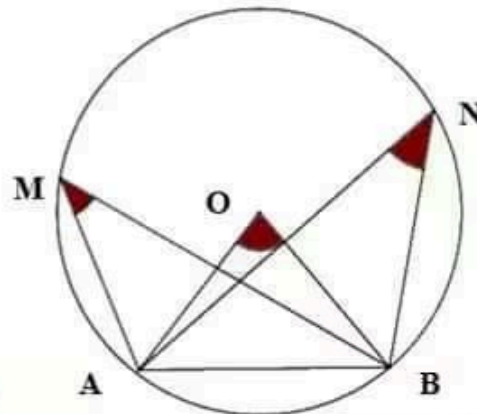


ii) Arc intercepté par deux angles inscrits

Activité

En observant la figure ci contre

- 1°/ Exprimer $\widehat{AMB}$ et $\widehat{ANB}$
en fonction de $\widehat{AOB}$
- 2°/ Conclure



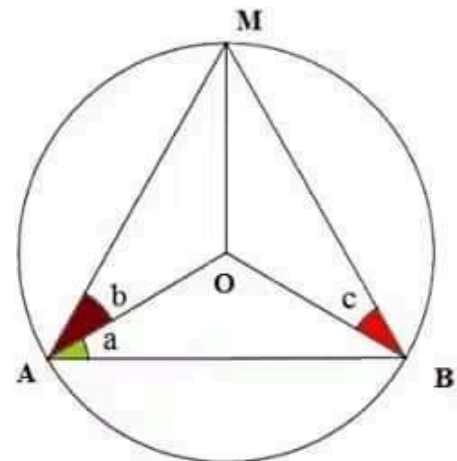
b) Angles qui interceptent le même arc

i) Angle au centre associé à un angle inscrit

Activité 1

Soient a , b et c les mesures respectives en degrés des angles $\widehat{OAB}$, $\widehat{MOA}$ et $\widehat{OBM}$.

- 1/ Exprimer en fonction de a , b ou c les mesures des angles $\widehat{AMO}$, $\widehat{OMB}$ et $\widehat{OBA}$.
- 2/ Calculer $\widehat{AOB}$ en fonction de $\widehat{OAB}$.
- 3/ a) Exprimer la somme des angles du triangle AMB en fonction de a , b , et c .
 b) En déduire que $180 - 2a = 2(b + c)$.
 c) Calculer alors $\widehat{AOB}$ en fonction de b et c .
 d) En déduire alors $\widehat{AOB} = 2 \widehat{AMB}$

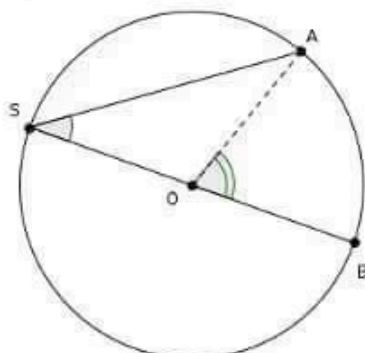


Activité 2

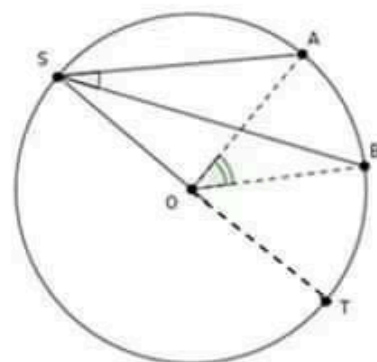
On se propose démontrer dans chacun de cas suivants que l'angle au centre est toujours le double de l'angle inscrit auquel il est associé.

Dans les deux cas suivants SAB est un triangle inscrit dans un cercle de centre O .

Montrer que dans chacun de cas : $\widehat{AOB} = 2 \widehat{BSA}$



1er cas



2ème cas

Retenons

3/ En déduire que $\widehat{DPB} = \widehat{APC}$.

4/ Rédiger la conclusion.