

Révision

Équations et Inéquations

Ayari Lassaad
Classe: 1ère S
AS : 2025 - 2026

EXERCICE 1 :

- 1) Factoriser : $A(x) = 27x^3 - 8 - (3x - 2)(5x^2 + 2x + 3)$
 $B(x) = 8x^3 + 1 - (2x + 1)(4x^2 - 8x + 5)$
- 2) En déduire que : $A(x) - B(x) = (3x - 2)(2x + 1)(2x - 1)$
- 3) Résoudre dans $\mathbb{R}$:
 - a) l'équation $A(x) = B(x)$
 - b) l'inéquation $A(x) > B(x)$

EXERCICE 2 :

- 1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :
 - a) $(2x - 1)^2 = (x + 3)^2$
 - b) $|2x - 1| = |3 - x|$
 - c) $|2x - 1| - 2|3 - x| - x + 2 = 0$
- 2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :
 - a) $2x + 1 \leq 5(x - 3)$
 - b) $(x - 1)(x + 3) \leq 0$
 - c) $|x - 4| \geq |2x - 1|$
 - d) $(x - 1)^2(x + 3) > 0$

EXERCICE 3 :

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

- 1) $\frac{7x - 2}{3} + 2x - 1 = 3(4 - x) + 1$
- 2) $(x - 2)^2 + 3x - 2 = x(x + 1)$
- 3) $(x - 5)^2 = (3 - 4x)^2$

EXERCICE 4 :

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

a) $x\sqrt{2} - x + 2 - \sqrt{2} = 0$

b) $(2x^2 - 1)(x^2 + 4) = 0$

c) $x^3 - 2\sqrt{2} - x(x\sqrt{2} - 2) = 0$

2) a) Montrer que pour tout réel x : $4x^2 - 12x = (2x - 3)^2 - 9$

b) Factoriser alors l'expression : $4x^2 - 12x + 5$

c) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $4x^3 - 12x^2 + 5x = 2x^2 - x$

d) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $4x^3 - 12x + 5x \geq 2x^2 - x$

EXERCICE 5 :

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$:

a) $\sqrt{x^2 + x + \frac{1}{4}} = 2$

b) $x^2 - 9 < 3x(x - 3)$

2) a) Développer $(2x - 1)^2 + 1$

b) Résoudre alors l'inéquation : $4x^2 - 4x + 2 \geq 8x^3$

EXERCICE 6 :

Soit $A(x) = x^2 - 12x + 32$.

1) Vérifier que $A(x) = (x - 4)(x - 8)$

2) Résoudre alors l'inéquation : $A(x) \geq 0$

3) Résoudre dans $] -\infty, 4]$ l'inéquation : $32 - |x^2 - 12x + 32| \geq 0$

correction

Ex 1 :

$$\begin{aligned}
 1) \quad A(n) &= 27n^3 - 8 - (3n-2)(5n^2+2n+3) \\
 &= \underline{(3n)^3 - 2^3} - (3n-2)(5n^2+2n+3) \quad a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2) \\
 &= (3n-2)(9n^2+6n+4) - (3n-2)(5n^2+2n+3) \\
 &= (3n-2)(9n^2+6n+4 - 5n^2-2n-3) \\
 &= (3n-2)(\underline{4n^2+4n+1}) \quad a^2+2ab+b^2=(a+b)^2 \\
 &= (3n-2)(2n+1)^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 B(n) &= 8n^3+1 - (2n+1)(4n^2-8n+5) \\
 &= \underline{(2n)^3+1^3} - (2n+1)(4n^2-8n+5) \quad a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2) \\
 &= (2n+1)(4n^2-2n+1) - (2n+1)(4n^2-8n+5) \\
 &= (2n+1)(\cancel{4n^2}-2n+1 - \cancel{4n^2}+8n-5) \\
 &= (2n+1)(6n-4) \\
 &= 2(2n+1)(3n-2)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2) \quad A(n) - B(n) &= (3n-2)(2n+1)^2 - 2(2n+1)(3n-2) \\
 &= (3n-2)(2n+1)(2n+1-2) \\
 &= (3n-2)(2n+1)(2n-1)
 \end{aligned}$$

$$3) \quad a) \quad A(n) = B(n) \quad \text{éq} \quad A(n) - B(n) = 0$$

$$\text{éq} \quad (3n-2)(2n+1)(2n-1) = 0$$

$$\text{éq} \quad 3n-2 = 0 \quad \text{ou} \quad 2n+1 = 0 \quad \text{ou} \quad 2n-1 = 0$$

$$\text{éq } n = \frac{2}{3} \quad \text{ou} \quad n = -\frac{1}{2} \quad \text{ou} \quad n = \frac{1}{2}$$

$$S_{\mathbb{R}} = \left\{ -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{2}{3} \right\}$$

$$b) \quad A(n) > B(n)$$

$$\text{éq } A(n) - B(n) > 0$$

$$\text{éq } (3n-2)(2n+1)(2n-1) > 0$$

n	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$+\infty$
$3n-2$	-	-	-	0	+
$2n+1$	-	0	+	+	+
$2n-1$	-	-	0	+	+
Produit	-	0	+	0	+

$$S_{\mathbb{R}} =]-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}[\cup]\frac{2}{3}, +\infty[$$

Ex 2 :

$$1) \quad a) \quad (2n-1)^2 = (n+3)^2$$

$$A^2 = B^2 \quad \text{éq } A=B \text{ ou } A=-B$$

$$\text{éq } 2n-1 = n+3 \quad \text{ou} \quad 2n-1 = -n-3$$

$$\text{éq } 2n - n = 3+1 \quad \text{ou} \quad 2n + n = -3+1$$

$$\text{éq } n = 4 \quad \text{ou} \quad 3n = -2$$

$$\text{éq } n = 4 \quad \text{ou} \quad n = -\frac{2}{3}$$

$$S_{\mathbb{R}} = \left\{ -\frac{2}{3}, 4 \right\}$$

$$b) \quad |2n-1| = |3-n|$$

$$|A|=|B| \quad \text{éq } A=B \text{ ou } A=-B$$

$$\text{éq } 2n-1 = 3-n \quad \text{ou} \quad 2n-1 = -3+n$$

$$\text{éq } 2n + n = 3+1 \quad \text{ou} \quad 2n - n = -3+1$$

$$\text{eq } 3n = 4 \quad \text{ou} \quad n = -2$$

$$\text{eq } n = \frac{4}{3} \quad \text{ou} \quad n = -2 \quad S_{\mathbb{R}} = \left\{ -2, \frac{4}{3} \right\}$$

$$c) \quad |2n-1| - 2 |3-n| - n + 2 = 0$$

exprimons l'équation sans la valeur absolue par un tableau de signes

n	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	3	$+\infty$
$2n-1$	$-$	0	$+$	$+$
$ 2n-1 $	$1-2n$	$2n-1$	$2n-1$	$2n-1$
$3-n$	$+$	$+$	0	$-$
$ 3-n $	$3-n$	$3-n$	$n-3$	$n-3$
l'équation	$-3-n=0$	$3n-5=0$	$7-n=0$	

1^{er} cas: si $n \in]-\infty, \frac{1}{2}]$ $-3-n=0$ eq $n=-3$ $S_1 = \{-3\}$

2^{ème} cas: si $n \in [\frac{1}{2}, 3]$ $3n-5=0$ eq $n=\frac{5}{3}$ $S_2 = \{\frac{5}{3}\}$

3^{ème} cas: si $n \in [3, +\infty[$ $7-n=0$ eq $n=7$ $S_3 = \{7\}$

conclusion $S_{\mathbb{R}} = \left\{ -3, \frac{5}{3}, 7 \right\}$

2) a) $2n+1 < 5(n-3)$

$$\text{eq } 2n+1 < 5n-15$$

$$\text{eq } 2n-5n < -15-1 \quad \text{eq } -3n < -16$$

$$\text{eq } n > \frac{-16}{-3} \quad \text{eq } n > \frac{16}{3} \quad S_{\mathbb{R}} =]\frac{16}{3}, +\infty[$$

$$b) (x-1)(x+3) \leq 0$$

$$S_{\mathbb{R}} = [-3, 1]$$

x	$-\infty$	-3	1	$+\infty$
$x-1$	$-$	$-$	0	$+$
$x+3$	$-$	0	$+$	$+$
Produit	$+$	0	$-$	$+$

$$c) |x-4| \geq |2x-1|$$

$$|A| \geq |B| \Leftrightarrow A^2 \geq B^2$$

$$\Leftrightarrow (x-4)^2 \geq (2x-1)^2$$

$$\Leftrightarrow (x-4)^2 - (2x-1)^2 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (x-4-2x+1)(x-4+2x-1) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (-x-3)(3x-5) \geq 0$$

x	$-\infty$	-3	$\frac{5}{3}$	$+\infty$
$-x-3$	$+$	0	$-$	$-$
$3x-5$	$-$	$-$	0	$+$
Produit	$-$	0	$+$	$-$

$$S_{\mathbb{R}} = \left[-3, \frac{5}{3}\right]$$

$$d) (x-1)^2 \times (x+3) > 0$$

$(x-1)^2$ s'annule pour $x=1$ et $(x-1)^2 \geq 0$ toujours

x	$-\infty$	-3	1	$+\infty$
$x+3$	$-$	0	$+$	$+$
$(x-1)^2$	$+$	$+$	0	$+$
produit	$-$	0	$+$	$+$

$$S_{\mathbb{R}} =]-3, 1[\cup]1, +\infty[$$

Ex 3 : 1) $\frac{7n-2}{3} + 2n-1 = 3(4-n) + 1$

eq $\frac{7n-2}{3} + \frac{3(2n-1)}{3} = \frac{9(4-n)}{3} + \frac{3}{3}$

eq $7n-2 + 6n-3 = 36-9n+3$

eq $7n+6n+9n = 36+3+2+3$

eq $22n = 44$ eq $n = \frac{44}{22} = 2$ $S_{\mathbb{R}} = \{2\}$

2) $(n-2)^2 + 3n-2 = n(n+1)$

eq $\cancel{n^2} - 4n + 4 + 3n - 2 = \cancel{n^2} + n$

eq $-n + 2 = n$ eq $-2n = -2$ eq $n = 1$ $S_{\mathbb{R}} = \{1\}$

3) $(n-5)^2 = (3-4n)^2$

eq $n-5 = 3-4n$ ou $n-5 = -3+4n$

eq $n+4n = 3+5$ ou $n-4n = -3+5$

eq $5n = 8$ ou $-3n = 2$

eq $n = \frac{8}{5}$ ou $n = -\frac{2}{3}$ $S_{\mathbb{R}} = \{-\frac{2}{3}, \frac{8}{5}\}$

Ex 4 :

1) a) $n\sqrt{2} - n + 2 - \sqrt{2} = 0$

eq $n(\sqrt{2}-1) + \sqrt{2}(\sqrt{2}-1) = 0$

eq $(\sqrt{2}-1)(n+\sqrt{2}) = 0$ eq $n+\sqrt{2} = 0$ eq $n = -\sqrt{2}$ $S_{\mathbb{R}} = \{-\sqrt{2}\}$

b) $(2n^2-1)(n^2+4) = 0$

eq $2n^2-1=0$ ou $n^2+4=0$

eq $n^2 = \frac{1}{2}$ ou $\underline{n^2 = -4}$ impossible

$$\text{éq } u = -\sqrt{\frac{1}{2}} \text{ ou } u = \sqrt{\frac{1}{2}} \quad S_{\mathbb{R}} = \left\{ -\sqrt{\frac{1}{2}}, \sqrt{\frac{1}{2}} \right\}$$

$$c) \quad u^3 - 2\sqrt{2} - u(u\sqrt{2} - 2) = 0$$

$$\text{éq } u^3 - \sqrt{2}^3 - u(u\sqrt{2} - 2) = 0$$

$$\text{éq } (u - \sqrt{2})(u^2 + \sqrt{2}u + 2) - u\sqrt{2}(u - \sqrt{2}) = 0$$

$$\text{éq } (u - \sqrt{2})(u^2 + \sqrt{2}u + 2 - u\sqrt{2}) = 0$$

$$\text{éq } (u - \sqrt{2})(u^2 + 2) = 0$$

$$\text{éq } u - \sqrt{2} = 0 \text{ ou } u^2 + 2 = 0$$

$$\text{éq } u = \sqrt{2} \text{ ou } \underline{u^2 = -2} \text{ impossible}$$

$$S_{\mathbb{R}} = \{ \sqrt{2} \}$$

$$2) a) \text{ on a : } (2u-3)^2 - 9 = 4u^2 - 12u + \cancel{9} - \cancel{9} = 4u^2 - 12u$$

$$b) \quad \underline{4u^2 - 12u + 5} = (2u-3)^2 - 9 + 5 = (2u-3)^2 - 4$$

$$= (2u-3)^2 - 2^2 = (2u-3-2)(2u-3+2) = (2u-5)(2u-1)$$

$$c) \quad 4u^3 - 12u^2 + 5u = 2u^2 - u$$

$$\text{éq } u(\underline{4u^2 - 12u + 5}) = 2u^2 - u$$

$$\text{éq } u(2u-5)(\underline{2u-1}) = u(\underline{2u-1})$$

$$\text{éq } u(2u-5)\left(\underline{\frac{2u-1}{u}}\right) - u\left(\underline{\frac{2u-1}{u}}\right) = 0$$

$$\text{éq } (2u-1)(u(2u-5) - u) = 0$$

$$\text{éq } (2u-1)(2u^2 - 6u) = 0$$

$$\text{éq } (2u-1)2u(u-3) = 0$$

$$\text{éq } 2u-1=0 \text{ ou } 2u=0 \text{ ou } u-3=0$$

$$S_{\mathbb{R}} = \left\{ 0, \frac{1}{2}, 3 \right\}$$

$$d) \quad 4n^3 - 12n^2 + 5n \geq 2n^2 - n$$

$$\text{éq} \quad (2n-1)2n(n-3) \geq 0$$

n	$-\infty$	0	$\frac{1}{2}$	3	$+\infty$
$2n-1$	-	0	-	0	+
$2n$	-	0	+	+	+
$n-3$	-	-	-	0	+
Produit	-	0	+	0	+

$$S_{\mathbb{R}} = [0, \frac{1}{2}] \cup [3, +\infty[$$

Ex 5:

$$1) \ a) \quad \sqrt{n^2 + n + \frac{1}{4}} = 2$$

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$$

$$\text{éq} \quad \sqrt{\left(n + \frac{1}{2}\right)^2} = 2 \quad \text{éq} \quad \left|n + \frac{1}{2}\right| = 2$$

$$\text{éq} \quad n + \frac{1}{2} = 2 \quad \text{ou} \quad n + \frac{1}{2} = -2$$

$$\text{éq} \quad n = 2 - \frac{1}{2} \quad \text{ou} \quad n = -2 - \frac{1}{2}$$

$$\text{éq} \quad n = \frac{3}{2} \quad \text{ou} \quad n = -\frac{5}{2}$$

$$S_{\mathbb{R}} = \left\{-\frac{5}{2}, \frac{3}{2}\right\}$$

$$b) \quad n^2 - 9 < 3n(n-3)$$

$$\text{éq} \quad (n-3)(n+3) - 3n(n-3) < 0$$

$$\text{éq} \quad (n-3)(n+3-3n) < 0$$

$$\text{éq} \quad (n-3)(-2n+3) < 0$$

x	$-\infty$	$\frac{3}{2}$	3	$+\infty$
$x-3$	—	—	0	+
$-2x+3$	+	0	—	—
Produit	—	0	+	—

$$S_{\mathbb{R}} =]-\infty, \frac{3}{2}[\cup]3, +\infty[$$

2) a) $(2x-1)^2 + 1 = 4x^2 - 4x + 1 + 1 = 4x^2 - 4x + 2$

b) $4x^2 - 4x + 2 \geq 8x^3$

eq $(2x-1)^2 + 1 \geq 8x^3$

eq $(2x-1)^2 + 1 - 8x^3 \geq 0$

eq $(2x-1)^2 + 1^3 - (2x)^3 \geq 0$

eq $(1-2x)^2 + (1-2x)(1+2x+4x^2) \geq 0$

eq $(1-2x)(1-\cancel{2x} + 1 + \cancel{2x} + 4x^2) \geq 0$

eq $(1-2x)(\underbrace{2+4x^2}_{>0}) \geq 0$

eq $1-2x \geq 0$

eq $-2x \geq -1$ eq $x \leq \frac{1}{2}$ eq $x \leq \frac{1}{2}$

$$S_{\mathbb{R}} =]-\infty, \frac{1}{2}]$$

Ex 6: 1) $(x-4)(x-8) = x^2 - 8x - 4x + 32 = x^2 - 12x + 32$

donc $A(x) = (x-4)(x-8)$

$$2) \quad A(n) \geq 0 \quad \text{éq} \quad (n-4)(n-8) \geq 0$$

n	$-\infty$	4	8	$+\infty$
$n-4$	-	0	+	+
$n-8$	-	-	0	+
$A(n)$	+	0	-	+

$$S_{\mathbb{R}} =]-\infty, 4] \cup [8, +\infty[$$

$$3) \quad 32 - |n^2 - 12n + 32| \geq 0, \text{ pour } n \in]-\infty, 4]$$

d'après le tableau de signes de $A(n)$ on a :

sur $]-\infty, 4]$ $A(n) \geq 0$ donc

$$|n^2 - 12n + 32| = n^2 - 12n + 32$$

l'inéquation devient: $32 - n^2 + 12n - 32 \geq 0$

$$\text{éq} \quad -n^2 + 12n \geq 0 \quad \text{éq} \quad n(-n + 12) \geq 0$$

n	$-\infty$	0	12	$+\infty$
n	-	0	+	+
$-n+12$	+	+	0	-
$n(-n+12)$	-	+	-	-

$$S_{]-\infty, 4]} = [0, 12] \cap]-\infty, 4] = [0, 4]$$