

Flexion

1

Principe fondamentale de la statique PFS

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = \vec{0}$$

$$\sum \text{Moments} = \vec{0}$$

diagramme des efforts tranchants $T_y (N)$

-($\sum$ des forces à gauche)

diagramme des moments flechissants $M_{fz} (N.m)$

-($\sum$ moments à gauche)

contrainte normale Maximale (N/mm^2)

$$\|\sigma_{\text{Maxi}}\| = \frac{\|M_{fz \text{ Maxi}}\|}{I_{Gz}} \times y_{\text{Maxi}} = \frac{\|M_{fz \text{ Maxi}}\|}{\frac{I_{Gz}}{y}}$$

Moment quadratique $I_{Gz} (mm^4)$, $V (mm)$



$$I_{Gz} = \frac{\pi \cdot d^4}{64}$$

$$V = \frac{d}{2}$$

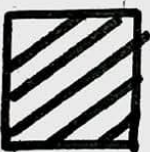
$$S = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$$



$$I_{Gz} = \frac{\pi (D^4 - d^4)}{64}$$

$$V = \frac{D}{2}$$

$$S = \frac{\pi (D^2 - d^2)}{4}$$



$$I_{Gz} = \frac{a^4}{12}$$

$$V = \frac{a}{2}$$

$$S = a^2$$



$$I_{Gz} = \frac{b h^3}{12}$$

$$V = \frac{h}{2}$$

$$S = b \cdot h$$

Module de flexion (mm^3) :

$$\frac{IG_3}{V}$$

Contrainte tangentielle (N/mm^2)

$$\tau_{\text{moy}} = \frac{||T_y \text{ Maxi}||}{S} ; S : \text{surface}$$

Condition de Resistance

$$\sigma_{\text{maxi}} \leq R_{pe} \text{ (ou } R_p)$$

$$R_{pe} = \frac{R_e}{S}$$

Rq: Si la poutre ne resiste

→ solution: augmenter le diametre

Torsion

1

Angle de torsion : α (rad)

Angle unitaire de torsion : θ (rad/mm)

$$\theta = \frac{\alpha}{L} = \frac{M_t}{G \cdot I_0}$$

Moment de torsion : M_t (N.m)

$$M_t = G \cdot \theta \cdot I_0$$

Contrainte tangentielle Max: (N/mm²)

$$\tau_{Max} = G \cdot \theta \cdot r = \frac{M_t}{\frac{I_0}{r}}$$

condition de resistance

$$\tau_{Max} \leq R_{pg} \text{ ou } \tau_p$$

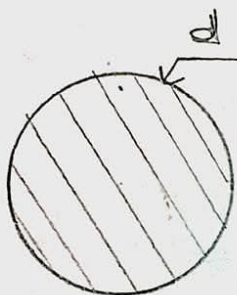
$$R_{pg} = \frac{R_{eg}}{s} \text{ (N/mm}^2\text{)}$$

Condition de rigidite' (de'formation)

$$\theta \leq \theta_{Max} \text{ (limite)}$$

Module de torsion: (mm³)

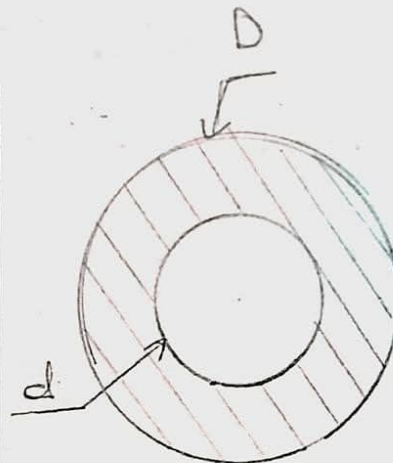
$$\frac{I_0}{r}$$



$$I_0 = \frac{\pi \cdot d^4}{32}$$

$$r = \frac{d}{2}$$

Poutre cylindrique pleine



$$I_0 = \frac{\pi (D^4 - d^4)}{32}$$

$$r = \frac{D}{2}$$

Poutre cylindrique creux

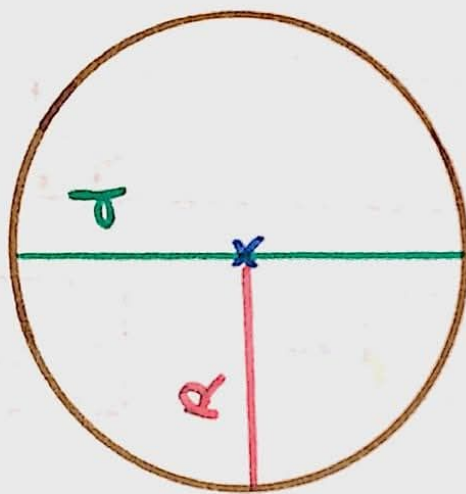
$$\text{deg} \rightarrow \text{rad} \Rightarrow \times \frac{\pi}{180} \quad | \quad \text{rad} \rightarrow \text{deg} \times \frac{180}{\pi}$$

2

⚠. pour satisfaire les deux conditions de résistance et de rigidité il faut choisir le diamètre le plus grand

$$\text{⚠ } M_t = C_t$$

Remarque



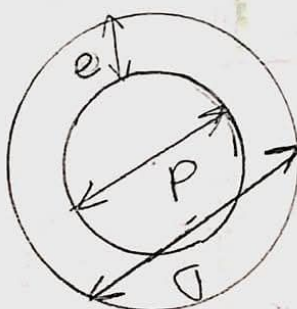
$$R = \frac{d}{2}$$

Remarque :

G : Module d'élasticité transversale (N/mm^2)

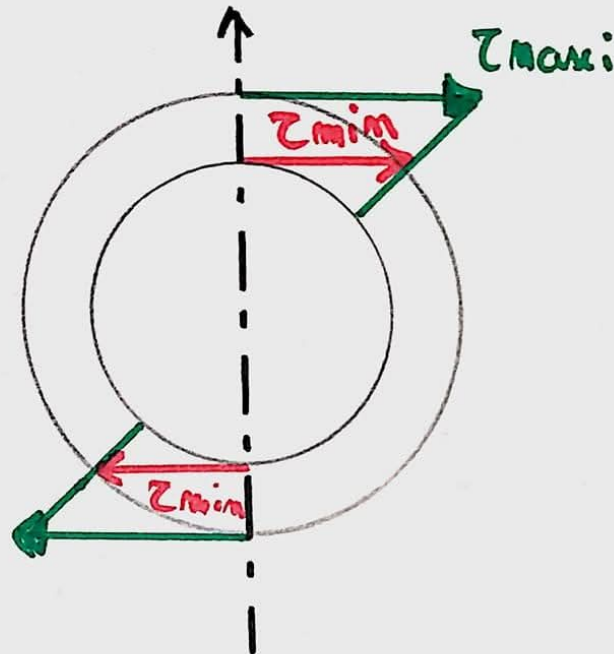
Reg : résistance au glissement

Remarque :



$$e = \frac{D - d}{2}$$

Remarque: pour la representation de la repartition des contraintes de la torsion pour un poutre creuse, on peut calculer τ_{min}
 exemple:

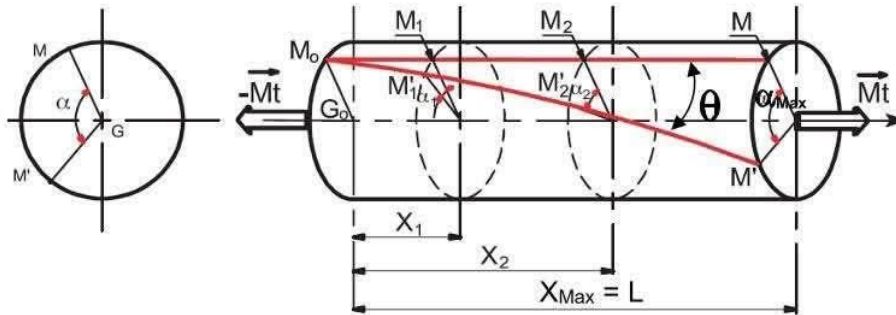


Par calcul:
$$\tau_{min} = \frac{16 \cdot M_t \cdot d}{\pi (D^4 - d^4)}$$

Remarque:

da N $\xrightarrow{\times 10}$ N

Résumé : TORSION SIMPLE



1- Déformation angulaire :

$$\alpha = \theta \cdot x$$

pour $x_{Max} = L$, alors :

$$\alpha_{Max} = \theta \cdot L$$

Avec :

θ : angle unitaire de torsion exprimé en **rad/mm**.

α : angle de torsion exprimé en **rad**.

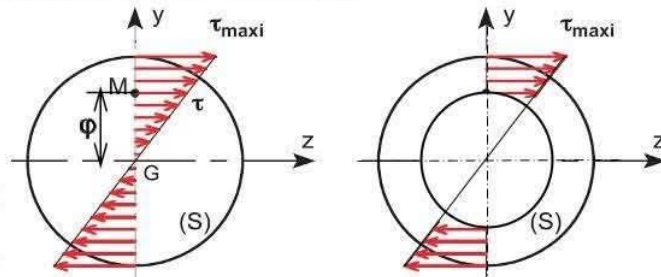
L : Longueur de l'éprouvette en **mm**.

2- Relation contrainte tangentielle (τ) et angle unitaire (θ) :

$$\tau = G \cdot \varphi \cdot \theta$$

Pour $\varphi_{Max} = R$, alors :

$$\tau_{Max} = G \cdot R \cdot \theta$$



Répartition de la contrainte

3- Relation moment de torsion (M_t) et angle unitaire (θ) :

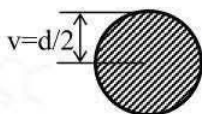
$$M_t = G \cdot I_0 \cdot \theta$$

Avec :

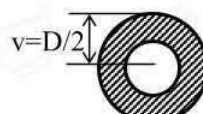
M_t : Moment de torsion en **N.mm**

G : Module d'élasticité transversale en **N/mm²**

I_0 : Moment quadratique polaire en **mm⁴**



$$I_0 = (\pi \cdot d^4)/32$$



$$I_0 = \pi \cdot (D^4 - d^4)/32$$

4- Relation contrainte tangentielle (τ) et moment de torsion (M_t):

$$\tau_{Max} = \frac{M_t}{\frac{I_0}{v}}$$

Avec :

τ_{Max} : contrainte tangentielle maximale en **N/mm²**

$\frac{I_0}{v}$: module de torsion en **mm³**

M_t : Moment de torsion en **N.mm**

5- Condition de résistance :

$$\tau_{Max} \leq R_{pg}$$

avec

$$R_{pg} = R_{eg} / s$$

Notation

$R_{eg} = \tau_e$

$R_{pg} = \tau_p$

6- Condition de rigidité (de déformation):

$$\theta \leq \theta_{Max}$$

Notation : $\theta_{Max} = \theta_{Limite}$

7- Calcul du moment de torsion :

- On donne la puissance P et la vitesse de rotation N .

$$P = C \cdot \omega$$

P : puissance en w .
 $C = Mt$: Couple en $N.m$.
 ω : Vitesse angulaire en rad/s

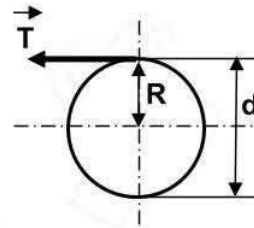
$$\omega = \frac{2\pi N}{60}$$

N : vitesse de rotation en Tr/min

- Engrenage :

- On donne le schéma ci –contre :

$$C = Mt = T \cdot R = T \cdot (d/2)$$

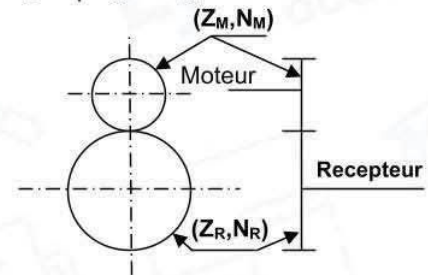


- On donne P_M , N_M et (Z_M et Z_R ou N_R) et le rendement : η

$$\eta = P_R / P_M \Rightarrow P_R = \eta P_M \Rightarrow C_R \cdot \omega_R = \eta C_M \cdot \omega_M \Rightarrow C_R \cdot N_R = \eta C_M \cdot N_M$$

doù :

$$r = \frac{N_R}{N_M} = \frac{Z_M}{Z_R} = \eta \frac{C_M}{C_R}$$



8- Converssion des unités :

- Puissance, Force, longueur et résistance

$$1Kw = 10^3 w$$

$$1N.m = 10^3 N.mm$$

$$1m = 10^3 mm$$

$$1daN = 10 N$$

$$1 MPa = 1 N/mm^2$$

- Angle :

$$\alpha (^{\circ}) \xleftrightarrow{\times (\pi / 180)} \alpha (rad) \xleftrightarrow{\times (180 / \pi)}$$

$$\theta (^{\circ}/m) \xleftrightarrow{\times (\pi / 180\,000)} \theta (rad/mm) \xleftrightarrow{\times (180\,000 / \pi)}$$