

Cours-Math. Ch.5 (Géo.)	Somme de deux vecteurs Vecteurs colinéaires	1 ^{ère} année Tronc commun
Aptitudes à développer	Relation de CHASLES Somme de deux vecteurs (définition et représentation) Propriétés Vecteurs colinéaires	

Séance N°1 (2h).

Question introductive :

- Un train se déplace du sud vers le nord à 120km/h, et le vent souffle de l'est vers l'ouest avec une vitesse de 50km/h.
Où se dirige la fumée qui s'échappe du train ?
- Pour répondre à cette question, on abordera le thème : Somme de deux vecteurs.

I) Somme de deux vecteurs :

1) Relation de CHASLES :

Activité 1 p.70

Commentaire :

On dit que $\overrightarrow{AC}$ est la somme de vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC}$

Et on écrit : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$

Cette relation est appelée relation de CHASLES

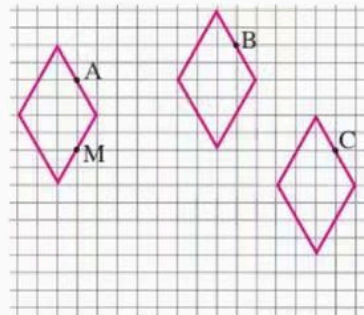
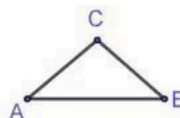
Attention :

$$* AB + BC \neq AC$$

Sauf si $B \in [AC]$



En fait $AB + BC \geq AC$



Application : Soient A, B, C et D des points du plan. Simplifier :

$$\vec{U} = (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) + \overrightarrow{CD} \quad \text{et} \quad \vec{V} = \overrightarrow{CA} + (\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC})$$

Remarques et Commentaires :

- $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CC}$
- $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{AA}$
- $\overrightarrow{CC} = \overrightarrow{AA} = \vec{0}$
- $\vec{0}$ est appelé vecteur nul.
- $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{CA}$ sont dits vecteurs opposés.

Activité 2 p.70

Définition : Soient A un point du plan et $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs non nuls.

Soient B et D les points du plan tels que $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$ et $\overrightarrow{AD} = \vec{v}$

On appelle vecteur somme de $\vec{u}$ et $\vec{v}$ le vecteur $\vec{w}$ tel que $\vec{w} = \overrightarrow{AC}$

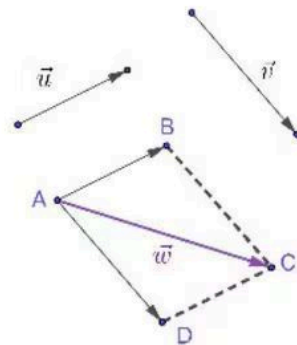
où C est le point tel que les segments $[AC]$ et $[BD]$ aient le même milieu.

On note $\vec{w} = \vec{u} + \vec{v}$

Remarque et Commentaire :

De la définition on en conclut que $\vec{w} = \vec{u} + \vec{v} = \vec{v} + \vec{u}$

- On dit que l'addition de vecteurs est une opération commutative.
- Dans le cas où A, B et D sont non alignés, Il s'agit d'un parallélogramme $ABCD$



2) Construction de la somme de deux vecteurs :

Activité : Soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs non nuls et A un point du plan.

- 1) Supposons que $\vec{u}$ et $\vec{v}$ n'ont pas la même direction :
 - a/ Construire les points B et C tels que $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$ et $\overrightarrow{BC} = \vec{v}$
 - b/ Compléter : $\vec{w} = \vec{u} + \vec{v} = \dots + \dots = \dots$
- 2) Supposons que $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ayant la même direction d'une droite Δ passant par A
Refaire les questions a/ et b/ précédentes dans le cas où :
 - i) $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ont le même sens.
 - ii) $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont de sens contraires.

Remarque et Commentaire : Si l'un de vecteur est nul alors :

$$\vec{0} + \vec{v} = \overrightarrow{BB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BC} = \vec{v} \quad \text{et} \quad \vec{u} + \vec{0} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BB} = \overrightarrow{AB} = \vec{u}$$

On dit que le vecteur nul est l'élément neutre pour l'addition de vecteurs.

Activité 5 p.70

Propriété : L'addition de vecteurs est une opération associative.

Correction de la question introductive

Travail à domicile : Exercices (1, 2 et 3) p.78

II) Produit d'un vecteur par un réel :**1) Définition :****Activité 6 p.71**

Définition : Soient $\vec{u}$ un vecteur non nul, et A et B deux points du plan tels que $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$

Soient α un réel et M le point d'abscisse α dans le repère (A, B)

On appelle vecteur produit de $\vec{u}$ par α et on note $\alpha\vec{u}$, le vecteur $\vec{w}$ tel que $\vec{w} = \overrightarrow{AM}$

Ainsi $(\overrightarrow{AM} = \alpha\overrightarrow{AB})$ équivaut à (les points A, B et M sont alignés et M est d'abscisse α dans le repère (A, B)).

Activité 7 p.72

Commentaires : $0 \cdot \overrightarrow{AB} = \vec{0}$ et $-\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BA}$

Remarque : I est le milieu d'un segment $[AB]$ équivaut à $\overrightarrow{IA} = -\overrightarrow{IB}$

2) Vecteurs colinéaires - Droites parallèles :**Activité 8 p.73**

Définition : Deux vecteurs sont dits colinéaires si l'un est le produit de l'autre par un réel.

Conséquences et Commentaire : Etant donné deux vecteurs non nuls $\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{AB}$ et un réel α tels que $\overrightarrow{MN} = \alpha\overrightarrow{AB}$ alors :

- $\begin{cases} \overrightarrow{MN} \text{ et } \overrightarrow{AB} \text{ sont colinéaires.} \\ (MN) // (AB) \\ MN = |\alpha|AB \end{cases}$
- Si $\alpha > 0$ on dit que $\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires et de même sens.
- Si $\alpha < 0$ on dit que $\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires et de sens contraires.
- Le vecteur nul est colinéaire à tout vecteur. ($\vec{0} = 0 \cdot \vec{u}$)

3) Milieu d'un segment :**Activité 10 p.73**

Retenons : Soient A, B et I trois points distincts du plan.

I est le milieu de $[AB]$ équivaut à $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AI}$

équivaut à $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

équivaut à $\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{BI} = \vec{0}$

Application : (Situation 2 p.75).

Travail à faire : Exercices (9 et 10) p.78/79.

III) Exercices :

Correction des exercices (9 et 10) p.78/79

Exercice N°1: (Q.C.M.) : Déterminer, à chaque fois, la seule réponse correcte.

- 1) Si A, B et I sont trois points du plan tels que I est le milieu du segment $[AB]$, alors :
 - a) $\overrightarrow{IA} = \overrightarrow{IB}$
 - b) $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$
 - c) $\overrightarrow{IA} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$
- 2) Si C, D et J sont trois points du plan tels que $\overrightarrow{JC} = \overrightarrow{JD}$ alors :
 - a) $J = C * D$
 - b) $C = D$
 - c) JCD est un triangle isocèle
- 3) Si $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{GH}$ sont colinéaires et de sens contraires tels que $EF = 4GH$, alors :
 - a) $\overrightarrow{EF} = -\overrightarrow{GH}$
 - b) $\overrightarrow{EF} = 4\overrightarrow{GH}$
 - c) $\overrightarrow{EF} = -4\overrightarrow{GH}$

Exercice N°2: Soit ABC un triangle et I le milieu de $[BC]$

- 1) Construire les points E et F images respectives de I et C par la translation de vecteur $\overrightarrow{BA}$
- 2) a/ Montrer que $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{BI}$ et $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{IC}$
 b/ En déduire que E est le milieu de $[AF]$
- 3) a/ Construire le point H symétrique de F par rapport à C
 b/ Montrer que $\overrightarrow{CH} = \overrightarrow{EI}$
- 4) a/ Montrer que H est l'image de I par la translation de vecteur $\overrightarrow{AI}$
 b/ En déduire que (CH) est l'image de (EI) par la translation de vecteur $\overrightarrow{AI}$

Exercice N°3: Soient ABC un triangle, I le milieu du $[AC]$, F le symétrique de B par rapport à C et D le point défini par $3\overrightarrow{DB} = 2\overrightarrow{DA}$

- 1) Prouver que $\overrightarrow{DB} = 2\overrightarrow{BA}$
- 2) Construire les points F et D
- 3) a/ Montrer que $\overrightarrow{BI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$
 b/ Montrer que $\overrightarrow{DF} = 2\overrightarrow{BA} + 2\overrightarrow{BC}$
 c/ En déduire que les droites (DF) et (BI) sont parallèles.

Exercice N°4: Soient A, C et D trois points non alignés.

- 1) Construire le point B tel que $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{DA}$
- 2) La droite parallèle à (AC) et passant par B coupe (AD) en E et (DC) en F
 - a) Montrer que $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{EB}$ et que $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BF}$
 - b) En déduire que B est le milieu de $[EF]$
- 3) On note O le point d'intersection des diagonales du quadrilatère $ABCD$ et O' son symétrique par rapport à B . Montrer que $\overrightarrow{EO'} = \overrightarrow{OF}$