
LES EXERCICES

Exercice n°1 Cocher la réponse exacte :

1/ si $(\overline{U}, \overline{V}) = \frac{130\pi}{3} + 2k\pi$ alors la mesure principale de $(\overline{U}, \overline{V})$ est égale à

: a) $\frac{2\pi}{3}$; b) $-\frac{2\pi}{3}$; c) $\frac{\pi}{3}$

2/ Si $(\overline{AB}, \overline{AC}) = \pi + 2k\pi$ alors a) $C \in [AB]$; b) $A \in [CB]$; c) $B \in [CA]$

3/ Soit U et V deux vecteurs non nuls $(\overline{U}, \overline{V}) = \frac{\pi}{10} + 2k\pi$ alors

a) $(\overline{U}, -\overline{V}) = -\frac{\pi}{10} + 2k\pi$; b) $(\overline{U}, -\overline{V}) = -\frac{9\pi}{10} + 2k\pi$; c) $(\overline{U}, -\overline{V}) = \frac{9\pi}{10} + 2k\pi$

☐ Mathématiques ☐ 3^{ème} sciences techniques ☐

4) A et B deux points distincts d'un plan orienté. L'ensemble $F = \left\{ M \in P \setminus \left(\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB} \right) = \frac{\pi}{2} + 2k\pi \right\}$ est :

- a) Demi-cercle de diamètre $[AB]$ privé de A et B
 b) Demi-cercle de diamètre $[AB]$; c) Cercle de diamètre $[AB]$ privé de A et B.

Exercice 2 : O et A deux points du plan orienté tel que $OA = 5$

1°/ Construire les points B, C et D tels que :

$$OB = 4, OC = 3, OD = 6 \text{ et } (\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}) = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi; (\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OC}) = \frac{-\pi}{2} + 2k\pi; (\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OD}) = \frac{\pi}{4} + 2k\pi$$

2°/ Déterminer la mesure principale en radian des angles orientés : $(\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC})$ et $(\overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OD})$

Exercice 3 : A, B, C, D et E des points du plan tels que :

$$(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi; (\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}) = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi; (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AE}) = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi$$

1°/ Déterminer la mesure principale en radian des angles $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$ et $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AE})$

2°/ Montrer que A, D et E sont alignés.

Exercice 4 : Dans le plan orienté dans le sens direct, on considère les points A, B, C, D et E tels

$$\text{que : } (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = -\frac{23\pi}{10} + 2k\pi, (\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AE}) = -\frac{47\pi}{10} + 2k\pi \text{ et } (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}) = \frac{\pi}{5} + 2k\pi$$

1) déterminer les mesures principales $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ et $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AE})$.

2) Montrer que A, B et E sont alignés. 3) Montrer que $(AC) \perp (AD)$

Exercice 5 : Dans le plan orienté P on considère un cercle $\mathcal{C}$ de centre O. Soit A un point de $\mathcal{C}$

$$1/\text{Construire le point B de } \mathcal{C} \text{ tel que } (\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}) = -\frac{59\pi}{3} + 2k\pi$$

$$2/\text{a- Construire le point C de } \mathcal{C} \text{ tel que } (\overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OA}) = \frac{32\pi}{3} + 2k\pi$$

b- Montrer que les points O, B et C sont alignés.

$$3/\text{a- Construire le point D de } \mathcal{C} \text{ tel que } (\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OD}) = -\frac{71\pi}{6} + 2k\pi$$

b- Montrer que OAD est un triangle rectangle.

Exercice 6 : Le plan P est orienté dans le sens direct. On considère un triangle ABC isocèle de sommet

$$\text{principal A tel que : } (\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}) = \frac{35\pi}{6} + 2k\pi.$$

1) a) Déterminer la mesure principale de $(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA})$; b) Construire ABC.

c) Déterminer la mesure principale de $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$

2) a) Construire le point D tel que : $CA = CD$ et $(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CD}) = -\frac{\pi}{2} + 2k\pi$ et construire le point E de (AC) tel

$$\text{que : } (\overrightarrow{DE}, \overrightarrow{DC}) = \frac{\pi}{6} + 2k\pi.$$

b) Montrer que les droites (DE) et (AB) sont parallèles.

c) Déterminer une mesure de chacun des angles orientés suivants : $(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AD})$ et $(\overrightarrow{EA}, \overrightarrow{DE})$

Exercice 7 : Soit ABCD un carré tel que $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}) = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$. on construit à l'intérieur du carré un triangle équilatéral ABF et à l'extérieur de carré un triangle équilatéral BCE.

1) Montrer que $(\overrightarrow{BE}, \overrightarrow{BF}) = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$ et que $(\overrightarrow{EB}, \overrightarrow{EF}) = \frac{-\pi}{4} + 2k\pi$

2) Montrer que $(\overrightarrow{CD}, \overrightarrow{CE}) = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi$ et que $(\overrightarrow{EC}, \overrightarrow{ED}) = \frac{\pi}{12} + 2k\pi$

3) Montrer que les points E, F et D sont alignés.

Exercice 8 : Dans le plan orienté dans le sens direct, on donne les points A, B et C non alignés tels que :

$$(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA}) = -\frac{39\pi}{4} + 2k\pi \text{ et } (\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}) = \frac{25\pi}{3} + 2k\pi.$$

1) Déterminer la mesure principale de chacun des angles suivants : $(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA})$, $(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB})$ et $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$

2) Soit M un point de segment [BC] distinct des points B et C. On désigne par N et Q les symétriques respectifs de M par rapport aux droites (AB) et (AC).

a) Vérifier que $(\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AB}) = (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AN}) + 2k\pi$ et $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AM}) = (\overrightarrow{AQ}, \overrightarrow{AC}) + 2k\pi$

b) En déduire que $(\overrightarrow{AN}, \overrightarrow{AQ}) = 2(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) + 2k\pi$

c) Montrer que $\frac{5\pi}{6}$ est la mesure principale de l'angle orienté $(\overrightarrow{AN}, \overrightarrow{AQ})$

d) Quelle est alors la mesure principale de l'angle orienté $(\overrightarrow{NQ}, \overrightarrow{NA})$?

3) Soit α une mesure de l'angle orienté $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AM})$.

a) Calculer en fonction de α , une mesure de l'angle orienté $(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{NA})$

b) En déduire les valeurs de α pour lesquelles les droites (NQ) et (BC) soient parallèles.

Exercice 9 : On donne un segment [AB] et un point O de ce segment. Soit M un point variable sur la médiatrice Δ de [OA] et N un point variable sur la

médiatrice Δ' de [OB] tels que $(\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{ON}) = \frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z}$.

Les droites (AM) et (BN) se coupent en I.

1) Montrer que $2(\overrightarrow{IA}, \overrightarrow{IB}) = \pi + 2k\pi$

2) Sur quel ensemble varie le point I ?

Exercice 10 : Soit ξ un cercle de centre O et A un point de ξ .

1) Placer les points B de ξ tel que $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}) \equiv \frac{\pi}{4} [2\pi]$.

2) Pour tout entier naturel n ; on considère les points M_n tel que $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OM_n}) \equiv \frac{n\pi}{4} [2\pi]$

a) Placer les points $M_0; M_1; M_2$ et M_7 . b) Pour quelles valeurs de n ; les vecteurs $\overrightarrow{OM_n}$ et $\overrightarrow{OA}$ sont-ils colinéaires ?

c) Pour quelles valeurs de n ; les vecteurs $\overrightarrow{OM_n}$ et $\overrightarrow{OA}$ sont-ils orthogonaux ?

