

Théorème : Un triplet de vecteurs de $\mathbf{W}$ forme une base, si et seulement si, son déterminant relativement à une base quelconque de $\mathbf{W}$ est différent de 0.



LES EXERCICES

Exercice N°1 : ABCD un tétraèdre ; I, J, K et L sont les points définis par : $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{BJ} = \frac{1}{4}\overrightarrow{BC}$;

$$\overrightarrow{CK} = \frac{3}{8}\overrightarrow{CD} \text{ et } \overrightarrow{AL} = \frac{1}{6}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}).$$

1) Calculer les coordonnées des points I, J, K et L dans le repère $(A; \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}; \overrightarrow{AD})$.

2) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{IL}$ et $\overrightarrow{JK}$ et déterminer le réel m tel que : $\overrightarrow{IL} = m\overrightarrow{JK}$

Exercice N°2 : ABCDA'B'C'D' un cube. On note I le milieu de $[A'D']$, J celui de $[AD]$, K celui de $[B'C']$ et L celui de $[BC]$.

1) a) Démontrer que les points I, J, K et L sont coplanaires.

b) Démontrer que $\overrightarrow{D'K}$, $\overrightarrow{D'C'}$ et $\overrightarrow{B'C'}$ sont coplanaires.

c) Comparer $\overrightarrow{IB'}$ et $\overrightarrow{D'K}$.

2) Démontrer que les plans (IJB') et $(D'KL)$ sont parallèles.

Exercice N°3 : Dans l'espace ξ , rapporté à un repère

cartésien $R = (O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$. On considère les points : $A(1; 1; -2)$;

$B(0; 2; 1)$; $C(-1; 2; 3)$ et $D(0; 3; 2)$.

1) Vérifier que les points A, B et C ne sont pas alignés. On désigne par P le plan (ABC) .

2) Montrer que le point D appartient au plan P.

3) Soit $F(1-m; m; m+1)$, où m est un paramètre réel. Déterminer m pour que la droite (AF) soit contenue dans le plan P

4) On considère les vecteurs : $\vec{e}_1 = 3\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$; $\vec{e}_2 = \vec{j} + 2\vec{k}$ et $\vec{e}_3 = \vec{i} + 2\vec{j}$.

a) Montrer que $R' = (A; \vec{e}_1; \vec{e}_2; \vec{e}_3)$ est un repère de ξ .

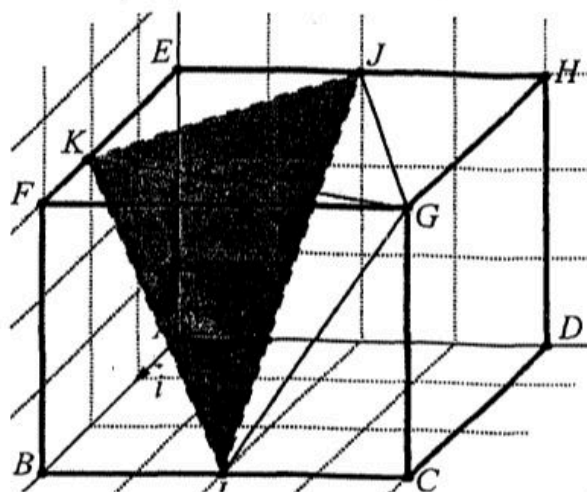
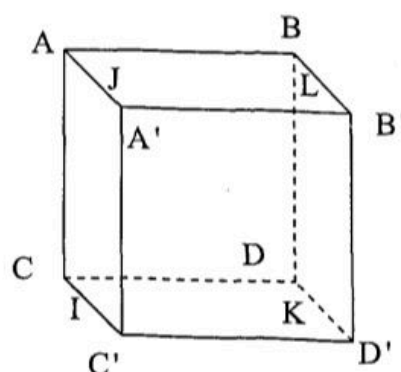
b) Déterminer les coordonnées du point B dans le repère R' .

Exercice n°4 : L'espace est muni d'un repère orthonormé

de sens direct $(A, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. On considère le parallélépipède

ABCDEFGH tel que : $\overrightarrow{AB} = 3\vec{i}$, $\overrightarrow{AD} = 4\vec{j}$ et $\overrightarrow{AE} = 3\vec{k}$.

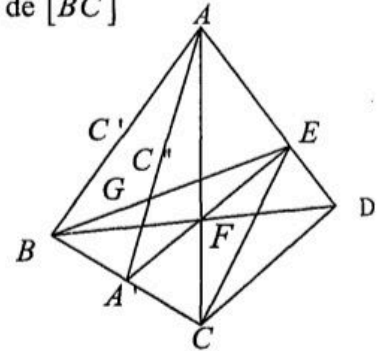
1) Vérifie que : $\overrightarrow{AG} = 3\vec{i} + 4\vec{j} + 3\vec{k}$.



2) Soient les points I et J les milieux respectifs des arêtes $[BC]$ et $[EH]$. Soit K le point défini par : $\overrightarrow{EK} = \frac{2}{3} \overrightarrow{AB}$. Déterminer les coordonnées de I et J et K

Exercice 5 : On considère un tétraèdre ABCD et les points : A' le milieu de $[BC]$ et G le centre de gravité du triangle ABC.

- 1) Soit le point E défini par $\overrightarrow{AE} = \frac{2}{3} \overrightarrow{AD}$
 - a) Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{EG}$ et $\overrightarrow{DA'}$ sont colinéaires.
 - b) Que peut-on en déduire pour les vecteurs $\overrightarrow{EG}$; $\overrightarrow{DB}$ et $\overrightarrow{DC}$?
- 2) Soit le point F défini par : $\overrightarrow{GF} = \frac{2}{9} \overrightarrow{AD}$.



Montrer que les points A' ; F et E sont alignés et que F est le centre de gravité du triangle BCE.

- 3) Soient les points C' et C'' milieux respectifs des segments $[AB]$ et $[EB]$ Montrer que $\overrightarrow{C'C''} = \frac{1}{3} \overrightarrow{AD}$
- 4) Soit le point M défini par $\overrightarrow{CM} = 3\overrightarrow{CA} + 3\overrightarrow{CB} + \frac{4}{3} \overrightarrow{AD}$.
 - a) Montrer que $\overrightarrow{CM} = 2\overrightarrow{CC'} + 4\overrightarrow{CC''}$
 - b) Que peut-on en déduire pour les points C, C', C'' et M ?

Exercice N°6 : On muni le plan l'espace d'un repère $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$; On donne les points A $(-1; 1; 0)$; B $(1; -2; 1)$; C $(0; -1; 0)$ et D $(-1; -2; 2)$.

- 1) Placer les points A ; B ; C et D. 2) Soient $\vec{v} \begin{pmatrix} 2 \\ -\frac{2}{3} \\ 1 \\ -\frac{1}{3} \end{pmatrix}$ et $\Delta(C; \vec{v})$. Montrer que (AB) et Δ sont parallèles.
- 3) On considère $\vec{w} \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ et le plan $Q(A; \overrightarrow{AB}; \vec{w})$.
 - a) Montrer que la droite (AB) est incluse dans le plan Q ;
 - b) En déduire la position relative de Δ et Q
 - 4) a) Montrer que la droite (CD) est parallèle au plan Q
 - b) Les droites (CD) et Δ sont-elles coplanaires ? Justifier