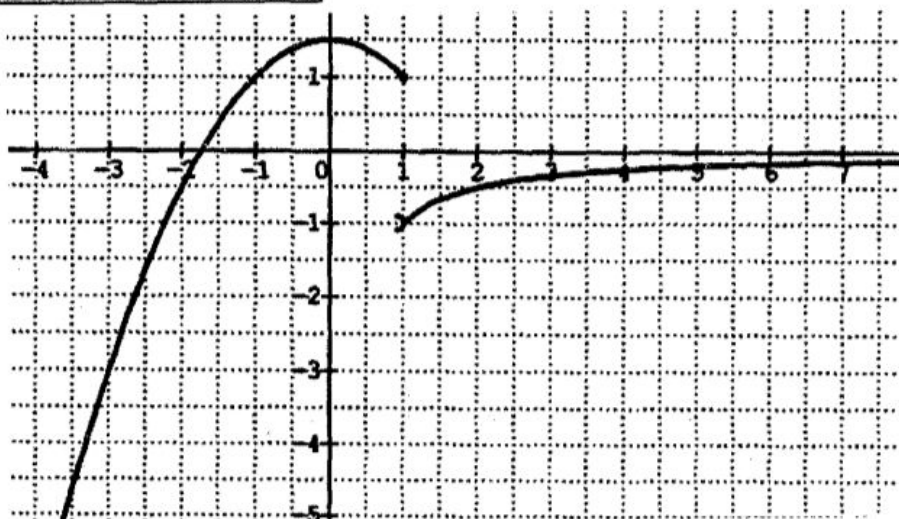




LES EXERCICES

Exercice N° 1 : La courbe (C) ci-dessous est la représentation graphique d'une fonction f dans un repère orthonormé du plan.

- Déterminer le domaine de définition et le domaine de continuité de f
- Déterminer la limite de f à droite et à gauche en 1.
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$



Exercice 2 $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+2}-1}{x+1} & \text{si } x \neq -1 \\ \frac{1}{2} & \text{si } x = -1 \end{cases}$ Montrer que f est continue en -1 .

Exercice 3 : Soit la fonction $f(x) = \begin{cases} -x & \text{si } x \leq 0 \\ x^2 & \text{si } 0 < x < 1 \\ \sqrt{x-1} & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$ 1) Déterminer l'ensemble de définition de f .

2) Tracer la courbe C représentative de f dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

3) Justifier la continuité de f sur chacun des intervalles : $]-\infty, 0]$, $]0, 1[$ et $[1, +\infty[$

4) f est-elle continue sur $\mathbb{R}$?

Exercice 4 : Soit f la fonction définie par : $\begin{cases} f(x) = \frac{\sqrt{x^2-3}-\sqrt{-3x+1}}{x+4}, & \text{si } x \neq -4 \\ f(-4) = a, & a \in \mathbb{R} \end{cases}$

1) Discuter suivant le réel a la continuité de f en -4 .

2) Soit la fonction $\begin{cases} f(x) = \frac{x^2-3x+2}{x^2-1}, & x \in \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\} \\ f(1) = a, & a \in \mathbb{R} \\ f(-1) = b, & b \in \mathbb{R} \end{cases}$

a- Existe-t-il une valeur pour le réel a pour que f soit continue en 1 ?

10

b- Existe-t-il une valeur pour le réel b pour que f soit continue en -1 ?

Exercice 5 : Soit la fonction :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3x^2 - 2x - 1}{x - 1}, & \text{si } x > 1 \\ \frac{-x^2 - 2x + 3}{|x - 1|}, & \text{si } x < 1 \\ f(1) = \alpha, \alpha \in \mathbb{R} \end{cases}$$

Déterminer le réel α pour que f soit continue en 1 .

Exercice N°6 : 1) Soit la fonction f définie par : $f(x) = \frac{\sqrt{x+2} - 1}{x+1}$.

Déterminer D le domaine de définition de f .

2) Soit m un paramètre réel et g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$g(x) = \begin{cases} \frac{|x+3| - 1}{x^2 + x - 2} & \text{si } x < -2 \\ f(x) & \text{si } -2 \leq x < -1 \\ x^2 + mx & \text{si } x \geq -1 \end{cases}$$

a) Déterminer $\lim_{x \rightarrow -3} g(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\frac{3}{2}} g(x)$.

b) Calculer la limite de g à droite et à gauche en -2 . Conclure.

c) Déterminer la valeur de m pour que g soit continue en -1 .

d) Pour la valeur de m trouvée, déterminer le domaine de continuité de g .

Exercice 7 : Soit $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^2 - x + 4} - ax}{x^2 + E(x)} & \text{si } x \in]-\infty; -1] \cup [1; +\infty[- \{2\} \\ \frac{x-2}{x+1} & \text{si } x \in]-1; 1[\end{cases}$

1) Donner D_f le domaine de définition de f .

2) Déterminer a pour que f soit continue en -1 .

3) Étudier la continuité de f sur $] -1; 1[$.

Exercice 8 : On a représenté ci-contre une fonction g . Répondre aux questions par lecture graphique :

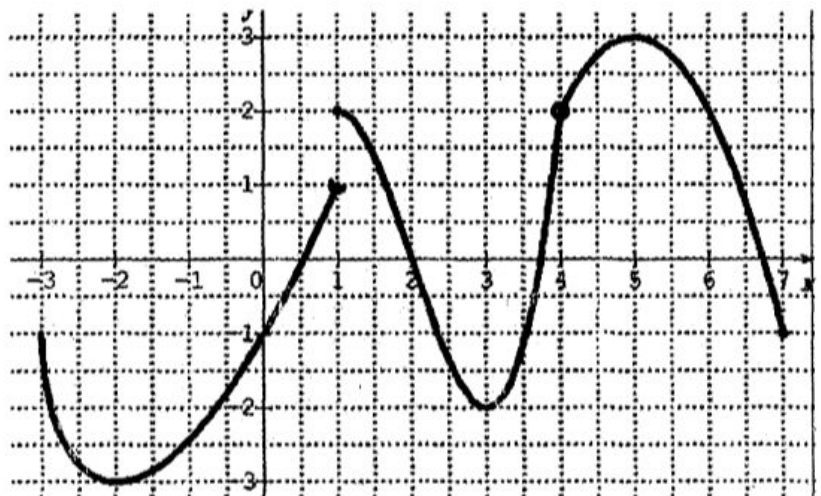
1) Déterminer le domaine de définition de g .

2) Donner $\lim_{x \rightarrow 1^-} g(x)$ et $\lim_{x \rightarrow 1^+} g(x)$.

3) a- Peut-on se poser la question de la continuité de g en 1 ? Pourquoi ?

b- Peut-on se poser la question de la continuité de g en 4 ? Pourquoi ?

Exercice 9 : Soit f la fonction définie



$$\text{par } f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{si } x \leq 1 \\ \sqrt{x+3} & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

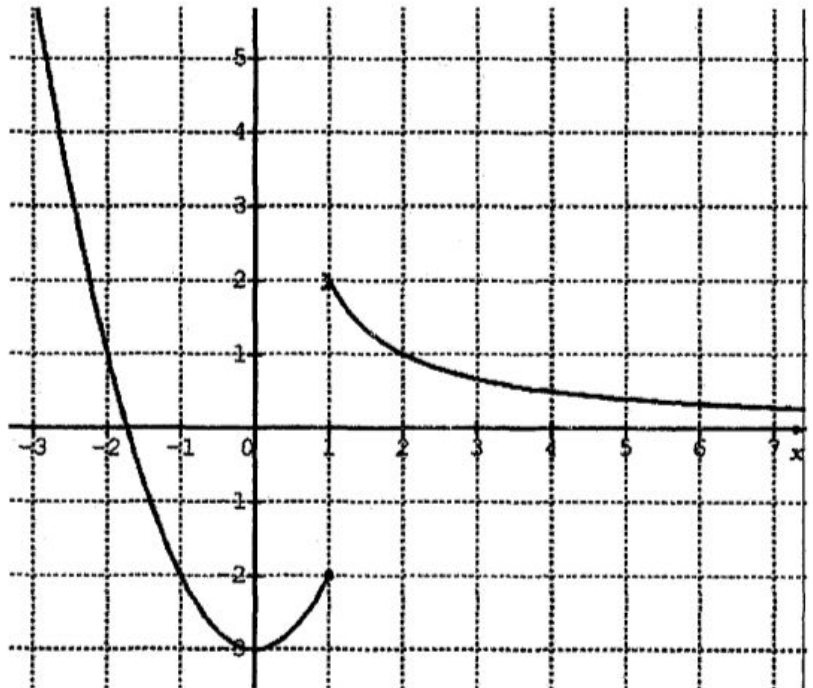
- 1) Justifier la continuité de f sur chacun des intervalles $]-\infty; 1]$ et $]1; +\infty[$
- 2) Etudier la continuité de f à gauche et à droite en 1. Conclure.
- 3) a) Tracer la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$
- b) Prouver à l'aide du graphique que f n'est pas continue sur $\mathbb{R}$.
- c) Déterminer graphiquement les images des intervalles $[-1; 0]$ et $[0; 6]$.
- 4) Calculer $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{f(x) - f(6)}{x - 6}$.

Exercice 10: On donne ci-contre la représentation graphique d'une fonction f , dans un repère orthonormé.

- 1) a- f est-elle continue en 1 ? Justifier votre réponse.
- b- Déterminer graphiquement l'image de chacun des intervalles suivants : $[-2; 0]$ et $[-1; 2]$.
- 3) a- Tracer la courbe de la fonction : $h = |f|$ dans le même repère.

b- La fonction h est-elle continue en 1 ? Justifier votre réponse.

- 3) a- Déterminer graphiquement les solutions de l'équation $f(x) = 1$.
- b) Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \geq 1$.
- 4) Tracer le courbe de la fonction g définie par :
 $g(x) = h(x+1) - 2$.



EXERCICE N°11: Soit f la fonction définie par :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+2} - 2}{x - 2} & \text{si } x > 2 \\ \frac{2x^2 - 5x + 3}{4(x - 1)} & \text{si } x \leq 2 \end{cases}$$

- 1) Déterminer l'ensemble de définition de f .
- 2) Montrer que $\forall x \in]2, +\infty[$ $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+2} + 2}$.
- 3) Montrer que f est continue en 2.
- 4) Montrer que f est bornée sur $]2, +\infty[$.

Exercice n°12 : 1/ Soit la fonction f définie par : $f(x) = \frac{|x+2| - 1}{x^2 + 4x + 3}$.

- a) Déterminer D le domaine de définition de f .
- b) Déterminer : $\lim_{x \rightarrow -3} f$ et $\lim_{x \rightarrow -1} f$.

2/ Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par :
$$\begin{cases} g(x) = \frac{\sqrt{x^2+7}-4}{x-3} & \text{si } x \neq 3 \\ g(3) = \frac{3}{4} \end{cases}$$
 .a) Déterminer $\lim_{x \rightarrow 3} g$.

b) g est-elle continue en 3.

3/ Soit m un paramètre réel et soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :
$$\begin{cases} h(x) = \frac{x^3-x-6}{x-2} & \text{si } x < 2 \\ h(x) = \sqrt{x^2+5}+mx & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

a) Déterminer la valeur de m pour que h soit continue en 2.

b) Pour la valeur de m trouvée déterminer le domaine de continuité de h .

Exercice 13 : Soit la fonction suivante, $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2-9}+mx+2 & \text{si } x \in]-\infty, -3] \cup]3, +\infty[\\ \frac{x^2+3E(x)}{x^2+7x+12} & \text{si } x \in]-3, -1] \end{cases} \quad \text{Avec } m \text{ un paramètre réel.}$$

1) Déterminer le domaine de définition de f .

2) Déterminer m pour que f soit continue en -3. 3) Étudier la continuité de f sur $] -3, -1]$.

4) On donne $m = \frac{8}{3}$.

a) Calculer les limites éventuelles suivantes : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow -3^-} \frac{f(x)-f(-3)}{x+3}$

b) Montrer que l'équation $f(x) = \frac{8}{3}x+3$ admet une solution dans $[-4, -3]$.

Exercice 14 : Soit la fonction $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$; $x \mapsto \frac{x^2 + E\left(\frac{x}{3}\right)}{x+2}$

1) f est-elle continue en 2 ? 2) f est-elle continue en 3 ?

Exercice 15 : Soit la fonction $f(x) = 8x^3 - 6x - 1$.

1) Montrer que f est continue sur $\mathbb{R}$. 2) Calculer $f(-1)$; $f\left(-\frac{1}{2}\right)$; $f(0)$; $f(1)$.

3) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet exactement trois solutions distinctes comprises entre -1 et 1.

Exercice 16 : Soit la fonction $f(x) = x^3 + 3x$.

1) Montrer que l'équation $f(x) = -2$ admet au moins une solution α dans $[-1; 0]$.

2) Donner une valeur approchée par défaut de α à 10^{-1} près.

Exercice n° 17 : Soit la fonction $f: x \mapsto \frac{-5x+1}{2x^2+x+1}$. 1) Justifier la continuité de f sur $\mathbb{R}$.

2) a/ Montrer que f est minorée par (-1) et majorée par 4.

b/ (-1) est-il un minimum de $f(x)$ sur $\mathbb{R}$ et 4 est-il un maximum de $f(x)$ sur $\mathbb{R}$? Expliquer.

3) a/ Montrer que l'équation $f(x) = 2$ admet dans l'intervalle $[-2; -1]$ au moins une solution α .

b/ Montrer que : $\alpha^2 = -\frac{7}{4}\alpha - \frac{1}{4}$.