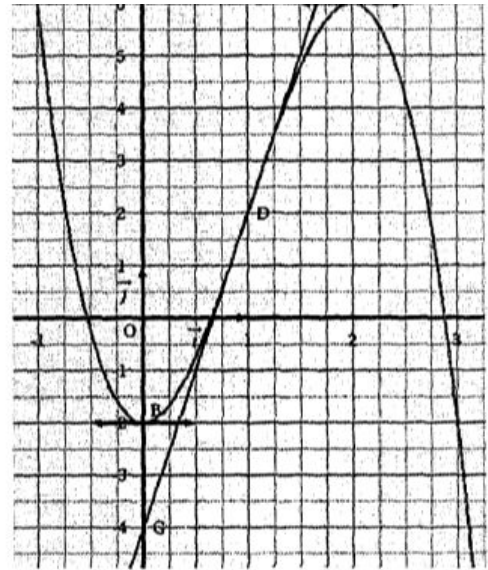


LES EXERCICES

Exercice 1 : La courbe ζ tracée ci-contre, représente la fonction f dans le plan muni d'un repère orthogonal. Elle passe par les points $A(-1,6)$, $B(0, -2)$, $D(1, 2)$ et $E(2, 6)$. Elle admet au point D une tangente passant par le point $G(0, -4)$. Elle admet au point B et au point E une tangente horizontale.

1. Déterminer $f(0)$, $f(2)$ et $f(1)$.
2. Déterminer $f'(0)$, $f'(2)$ et $f'(1)$. Justifier les réponses.
3. Déterminer une équation de Δ la tangente à la courbe ? au point D .



Exercice 2 : On considère la fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[-2; 11]$, et on donne sa courbe représentative dans un repère orthogonal $(O, \vec{i}, \vec{j})$, figure ci-dessous. On

sait que la courbe passe par les points $A(-2; 0,5)$, $B(0; 2)$, $C(2; 4,5)$, $D(4,5; 2)$, $E(7,5; 0)$ et $F(11; -0,75)$. Les tangentes à la courbe aux points A, B, C, D et F sont représentées sur la figure.

On utilisera les informations de l'énoncé et celles lues sur la figure pour répondre aux questions. Pour chacune des questions, une seule des réponses A, B ou C est exacte.

Indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie.

1) $f'(2)$ est égal à a) 2 b) 0 c) 4,5

2) $f'(0)$ est égal à a) $\frac{1}{2}$ b) 2 c) 4

3) $\lim_{x \rightarrow (-2)^+} \frac{f(x) - 0,5}{x + 2} =$ a) 0 b) 11 c) 0,5

4) $\lim_{x \rightarrow (11)^-} \frac{f(x) + 0,75}{x - 11} =$ a) 11 b) 0 c) 0,75

5) Une équation de la tangente à la courbe au point D est: a) $y = -x + 6,5$ b) $y = x - 6,5$ c) $y = -2x + 11$

Exercice 3 : Soit $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & \text{si } x \geq -1 \\ -2x & \text{si } x < -1 \end{cases}$

1) Calculer les limites suivantes et conclure : $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{f(x) - f(-1)}{x + 1}$ et $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{f(x) - f(-1)}{x + 1}$

2) f est-elle dérivable en -1 ?

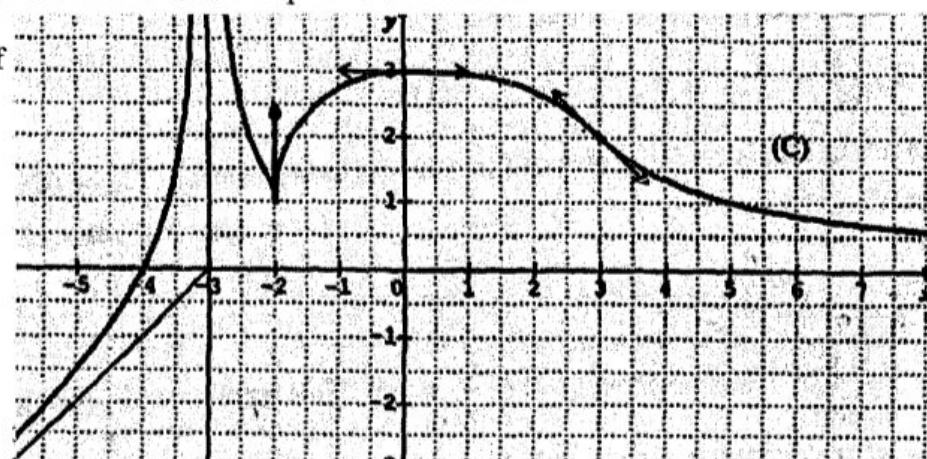
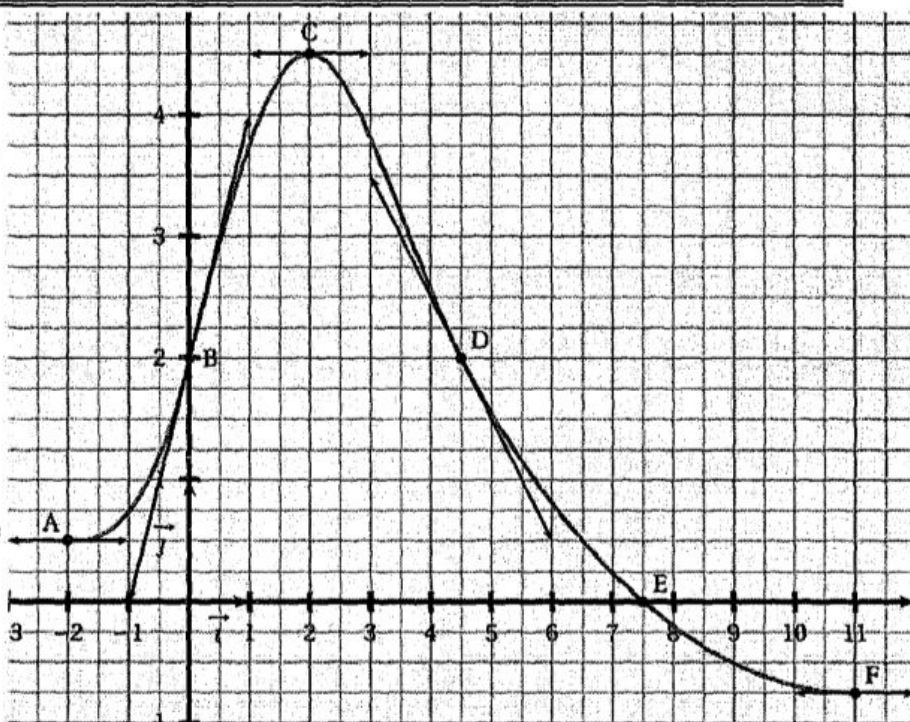
3) donner l'équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 1.

Exercice 4 : La courbe ci-contre est celle d'une fonction f définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-3\}$

1) a) Déterminer $f(-2)$; $f(0)$ et $f(3)$;

b) Déterminer $f'(0)$ et $f'(3)$

2) a) Déterminer une équation de la tangente (T) à la courbe (C) au point



d'abscisse 3. b) Etudier la position de (C) par rapport à (T)

3) a) f est-elle dérivable au point d'abscisse (-2) ? Justifier.

b) Déterminer $\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{f(x) - f(-2)}{x + 2}$ et $\lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{f(x) - f(-2)}{x + 2}$

Exercice 5 : Cocher la réponse exacte. Justifier la réponse

1) Soit la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = x\sqrt{x}$ alors :

a) $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$; b) $f'(x) = \sqrt{x}$; c) $f'(x) = \frac{3}{2}\sqrt{x}$

2) Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x^2$ et T la tangente à sa courbe au point d'abscisse 1 alors une équation de T est : a) $y = 2x$; b) $y = 2x - 3$; c) $y = 2x - 1$

3) La fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \sqrt{4x^2 + 1}$ est dérivable sur $\mathbb{R}$ et pour tout $x \in \mathbb{R}$,

a) $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{4x^2 + 1}}$; b) $f'(x) = \frac{4x}{\sqrt{4x^2 + 1}}$; c) $f'(x) = \frac{8x}{\sqrt{4x^2 + 1}}$

Exercice 6 : La figure ci contre est la représentation d'une fonction f.

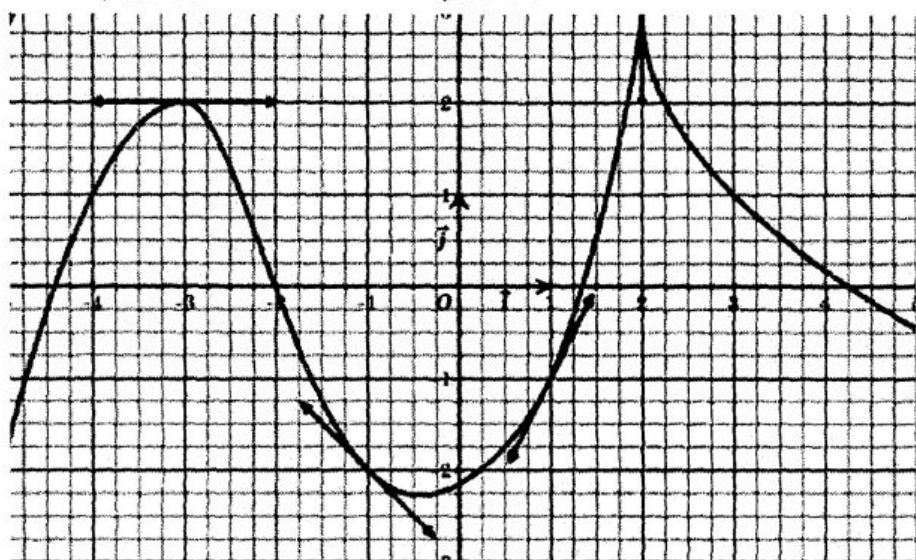
1) a) A l'aide du graphique déterminer les nombres dérivés de f en -3, -1 et 1 respectivement .

b) Ecrire une équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse (-1)

2) Déterminer $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{f(x) - 3}{x - 2}$

et $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{f(x) - 3}{x - 2}$

3) Soit $g(x) = f(x)\sqrt{x+1}$ Montrer que g est dérivable à droite en -1



Exercice 7 : Soit
$$\begin{cases} h(x) = \frac{x^2 + x - 1}{x - 1}, \text{ si } x \leq 0 \\ h(x) = 1 + \sqrt{x^2 + x}, \text{ si } x > 0 \end{cases}$$
 a) Montrer que h est continue sur $\mathbb{R}$.

b) Etudier la dérivabilité de h en 0. Interpréter graphiquement le résultat.

c) Montrer que h est dérivable sur $] -\infty, 0[$ et $] 0, +\infty[$ et calculer $h'(x)$ sur chaque intervalle

Exercice 8 : Soit h un réel proche de zéro. Montrer que :

1) $(1 + h)^2 \approx 1 + 2h$; 2) $(1 + h)^4 \approx 1 + 4h$, 3) $\frac{1}{1+h} \approx 1 - h$

Exercice 9 : Soit la fonction $f(x) = \sqrt{3x+1}$.

1) Déterminer l'approximation affine de f proche de 0

2) En déduire une valeur approchée de $\sqrt{1,00048}$

Exercice 10: Déterminer les intervalles sur les quelles f est dérivable et calculer $f'(x)$ dans chacun des

cas suivants : 1) $f(x) = 2x - 1$, 2) $f(x) = 2x^2 - 3x + 4$, 3) $f(x) = (3x - 4)^3$, 4) $f(x) = \frac{2x^2 - x - 1}{2x + 5}$, 5)

6) $f(x) = \sqrt{2x + 1}$, 7) $f(x) = \frac{1}{3x - 7}$, 8) $f(x) = (x - 1)^3(2x - 3)^4$.

9) $f(x) = (5x + 1)^4$, 10) $f(x) = 2x + 3 + \frac{5}{x}$, 11) $f(x) = 2\cos\left(\frac{1}{2}x + \frac{\pi}{4}\right)$, 12) $f(x) = 2\sin^2 x + 4\sin x$

Exercice 11: Calculer la limite de f en a en utilisant la fonction dérivée : 1) $f(x) = \frac{x^2 - 16}{x - 4}$; $a = 4$

2) $f(x) = \frac{x^2\sqrt{x} - 1}{x - 1}$; $a = 1$ 3) $f(x) = \frac{\frac{1}{x} - 1}{x + 3}$; $a = -3$, 4) $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + x + 1}}{\sqrt{x^2 + 1}}$; $a = 0$

Exercice 12 : La figure ci contre est la représentation d'une fonction f .

1) A l'aide du graphique déterminer $f'(-2)$ et $f'(-1)$.

2) Cocher la où les bonnes réponses :

a) f est dérivable : i- à droite en 1
ii à gauche en 1 iii-en 1.

b) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x) + 1}{x - 1} =$

i/-4 ii/-1 iii/ 1 iv/ 4.

c) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) + 1}{x - 1} =$

i/-∞ ii/+∞ iii/ 0 iv/ 1.

3) Soit $g(x) = ax^2 + bx + c$ où a, b et c sont des réels.

a) Montrer que g est dérivable sur $\mathbb{R}$ et calculer $g'(x)$

b) Déterminer les réels a, b et c pour que les deux conditions suivantes soient

satisfaites :
• La droite : $y = 2x + 1$ est la tangente à ζ_g au point d'abscisse 0.
• Les tangentes ζ_f et ζ_g en leurs points d'abscisses -1 sont parallèles.

4) Soit
$$\begin{cases} h(x) = \sqrt{x^2 + x}, \text{ si } x \geq 0 \\ h(x) = \frac{x}{x-1}, \text{ si } x < 0 \end{cases}$$

a) Montrer que h est continue sur $\mathbb{R}$.

b) Etudier la dérivabilité de h en 0. Interpréter graphiquement le résultat.

c) Montrer que h est dérivable sur $]-\infty, 0[$ et $]0, +\infty[$ et calculer $h'(x)$

Exercice 13 : Dire si chacune des propositions suivantes est vraie ou fausse et justifier votre réponse :

1) f continue en a alors f est dérivable en a . 2) f est continue en a alors f n'est pas dérivable en a .

3) f n'est pas continue en a alors f n'est pas dérivable en a .

