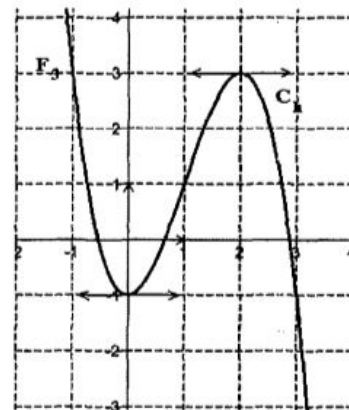
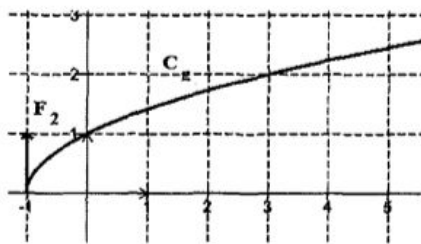
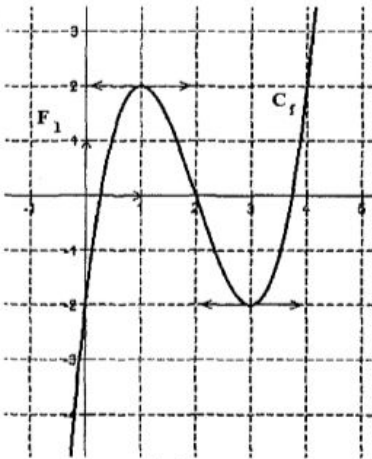
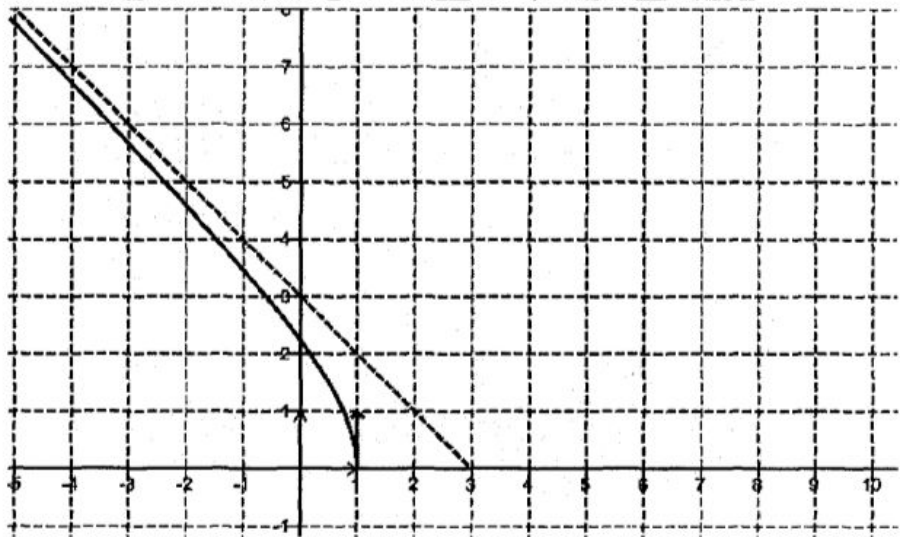


LES EXERCICES

Exercice n°1: La courbe représentative ci-contre est celle d'une fonction f définie et dérivable sur qui admet $\Delta : x = 3$ comme axe de symétrie est partiellement tracé ci-contre.

- 1) Acheter la courbe.
- 2) Déterminer la tableau de variation de f .

Exercice n°2: Les graphiques ci-contre représentent deux fonctions f et h définies et dérivable sur $\mathbb{R}$ et une fonction g définie et dérivable sur $] -1, +\infty[$.



I) 1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} =$ a) $+\infty$ b) $-\infty$ c) 0 ; 2) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} =$ a) $+\infty$ b) $-\infty$ c) 0

II) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{g(x)}{x} =$ a) $+\infty$ b) $-\infty$ c) 0

III) 1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{h(x)}{x} =$ a) $+\infty$ b) $-\infty$ c) 0 , 2) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{h(x)}{x} =$ a) $+\infty$ b) $-\infty$ c) 0

Exercice N°3 : Soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tel que $x \mapsto -\frac{1}{2}x^3 + \frac{3}{2}x - 1$. On désigne par (ξ) sa courbe représentative dans plan rapporté à un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

- 1) Etudier les variations de f . 2) Montrer que $I(0; -1)$ est un centre de symétrie de (ξ)
- 3) a) Ecrire l'équation de la tangente T à (ξ) au point I .
- b) Etudier la position de (ξ) par rapport à T ; c) Construire (ξ) et T .

4a) Vérifier que $f\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{27}{16}$

b) En déduire les solutions dans $[-\pi; \pi]$ de l'équation : $\cos^3 x - 3 \cos x - \frac{11}{8} = 0$

Exercice N° 4 : Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x^3 - 6x + 4$. On désigne par (C_f) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1) Dresser le tableau de variation de f

2) Montrer que le point $I(0; 4)$ est un centre de symétrie pour la courbe (C_f) .

3) Ecrire l'équation de la tangente T à (C_f) au point I .

4) Etudier la position relative de T et (C_f) ; 5) Construire T et (C_f)

6) Déterminer suivant le paramètre m le nombre de solutions de l'équation : $x^2 - 3 = \frac{m-4}{2x}$

7) Soit α et β deux réels de l'intervalle $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ avec $\alpha < \beta$, comparer : $f(\cos \alpha)$ et $f(\cos \beta)$

8) Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = |2x+4|(x-1)^2$

a) Construire (C_g) à partir de (C_f) ; b) Dresser le tableau de variation de g

EXERCICE 5 : Soit la fonction $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$

1) Etudier la fonction f et tracer sa courbe représentative (ζ) dans un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$

2) soit A et b deux points de (ζ) d'abscisses respectifs a et $-a$ avec $a \in \mathbb{R}^*$

a) Montrer qu'il existe deux points M' et M'' de (ζ) où la tangente à (ζ) est parallèle à (AB)

b) Montrer que les points M' et M'' restent symétriques par rapport à un point fixe I lorsque a varie dans $\mathbb{R}^*$

Exercice n°6 : La figure ci-contre est la représentation graphique d'une fonction f définie, continue et dérivable sur $\mathbb{R}$. La courbe ζ_f admet deux branches paraboliques de direction $(O, \vec{i})$, l'une au voisinage de $+\infty$ et l'autre au voisinage de $-\infty$.

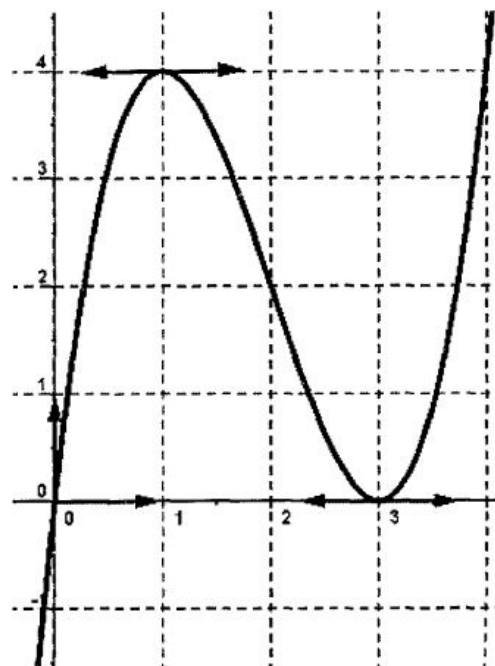
1) À partir du graphe dresser le tableau de variation complète de f .

2) Déterminer : $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$.

3) Soit $g(x) = \frac{1}{f(x)}$. a/ Préciser l'ensemble de définition D de g .

b/ Montrer que g est dérivable sur D et exprimer sa fonction dérivée en fonction de f' et f

c/ Dresser le tableau de variation de g .



Exercice N° 7 : Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ dont la courbe représentative (ξ) est donnée ci-contre :

La droite d'équation $y = -x + 1$ est une asymptote à (ξ) au voisinage de $(-\infty)$

La droite d'équation $x = -1$ est une asymptote à (ξ)

La droite d'équation $y = 0$ est une asymptote à (ξ) au voisinage de $(+\infty)$

Pour tout $x > 1$; $f(x) > 0$

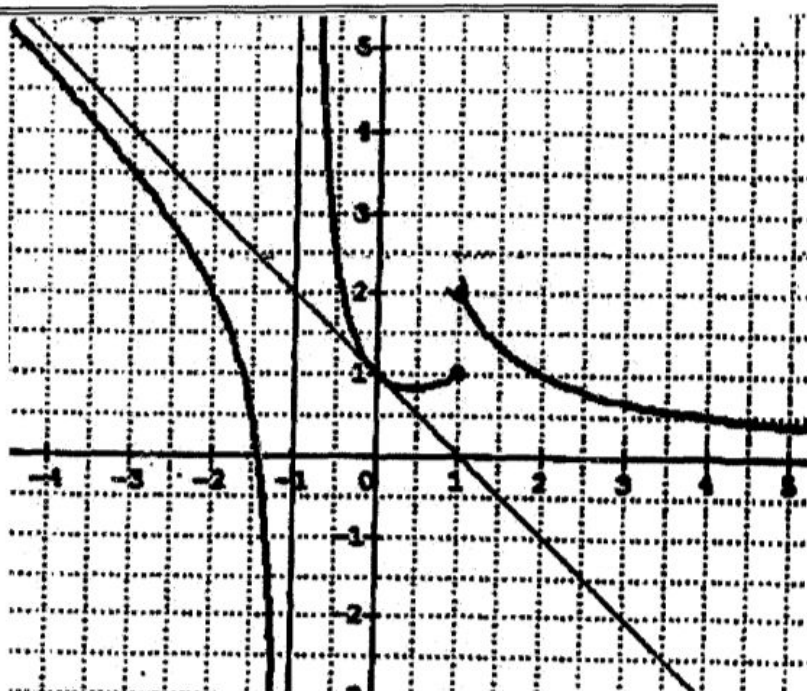
$f(0) = f(1) = f(2) = 1$

En utilisant le graphique, répondre aux questions suivantes : 1) f est-elle continue en 1 ?

2) Déterminer, en justifiant, les limites suivantes :

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$; b) $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$; c) $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$;

d) $\lim_{x \rightarrow -1} |f(x)|$; e) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)-1}{f(x)}$; f) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{f(x)}{f(x)-1}$; g) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) + x$; h) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)-2x}{x+1}$



Exercice N° 8 : La courbe (ξ)

ci-contre est la représentation graphique d'une fonction f dans un repère orthonormé du plan.

1) a) Déterminer le domaine de définition de f ;

b) Préciser les asymptotes de la courbe (ξ)

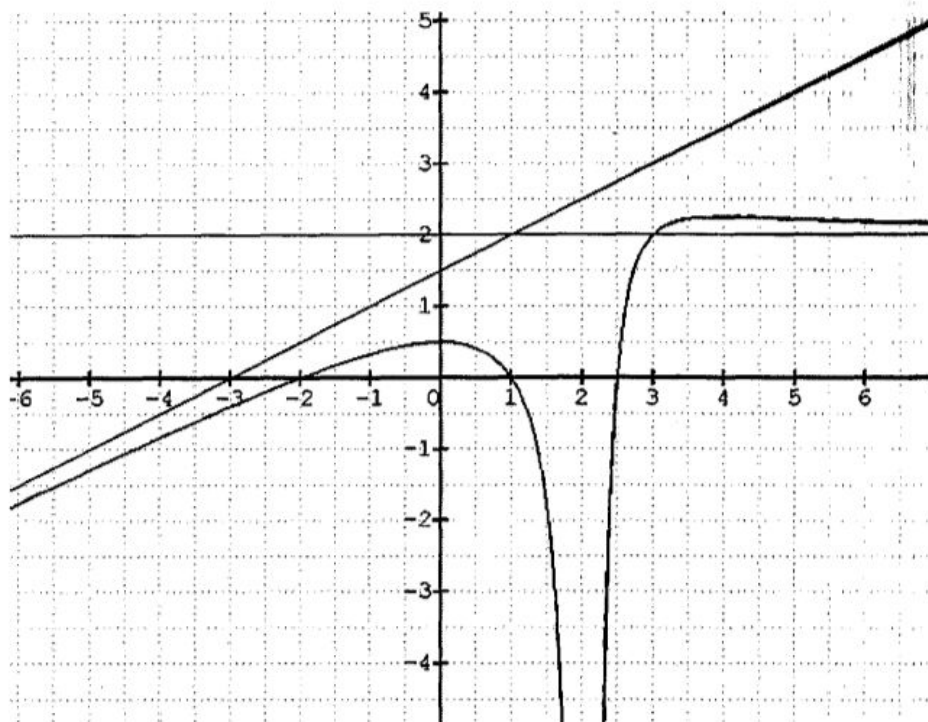
2) Déterminer chacune des limites suivantes :

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$

3) Calculer chacune des limites suivantes

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) - \frac{1}{2}x$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2-x}{f(x)-2} \right)$

; $\lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{4-x}{f(x)}$



EXERCICE 9 : Soit la fonction définie par $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 5}{x - 1}$;

ζ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1) a) Vérifier que $f(x) = x - 1 + \frac{4}{x - 1}$. b) Dédire que (ζ) admet une asymptote oblique que l'on précisera.

2) Montrer que le point $I(1; 0)$ est un centre de symétrie de (ζ)

3) Dresser le tableau de variation de f et tracer (ζ) 4) Soit la fonction $g(x) = |x - 1| + \frac{4}{x - 1}$.

a) Dresser le tableau de variation de g . b) Montrer que (ζ_g) admet deux asymptotes obliques. c) tracer (ζ_g)

Exercice 10 : On considère les fonctions : $f(x) = \frac{1}{3} \left(x^2 + x + \frac{1}{x} \right)$; $g(x) = 2x^3 + x^2 - 1$.

1) Montrer que $\forall x \in \mathbb{R}$ on a : $f'(x) = \frac{1}{3x^2} g(x)$. 2) Dresser le tableau de variation de g .

3) En déduire que l'équation $g(x) = 0$ admet dans $\mathbb{R}$ une unique solution α dans $]0; 1[$.

4) Dresser le tableau de variation de f .

5) On désigne par (ζ) la courbe de f dans un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$ et soient les points I et J de (ζ) d'abscisses respectifs -1 et 1 .

a) Vérifier que (IJ) est tangente à (ζ) en J .

b) Déterminer une équation de la tangente (T) à (ζ) en I . c) Etudier la position de (ζ) par rapport à (T) .

6) utiliser les résultats précédents pour construire la courbe (ζ) (On prendra $\frac{2}{3}$ comme valeur approchée de α .)

Exercice 11 : Soit f la fonction définie par : $f(x) = \frac{-x^2 + 2x + 3}{x - 2}$.

1) a) Calculer $f(0)$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$ et $\lim_{x \rightarrow 2} (x - 2)f(x)$.

b) En déduire les réels a , b et c tels que : $f(x) = ax + b + \frac{c}{x - 2}$ pour tout $x \in D_f$.

2) Montrer que $I(2; -2)$ est un centre de symétrie pour la courbe ζ_f .

3) Montrer que la droite $\Delta : y = -x$ est une asymptote oblique à la courbe ζ_f .

4) Dresser le tableau de variation de f . 5) Tracer ζ_f dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

6) On pose : $g(x) = |x| + \frac{3}{|x| - 2}$. a) Etudier la parité de g . b) Tracer la courbe ζ_g

7) Soit $D_k : y = k$ où $k \in \mathbb{R}$. a) Montrer que pour tout réel k , la droite D_k coupe ζ_f en deux points M' et M'' .

b) Déterminer l'ensemble des points $I = M' * M''$ lorsque k varie.

Exercice n°12 : Le plan est rapporté d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$. ζ_1 et ζ_2 sont les courbes représentatives, d'une fonction f dérivable sur $\mathbb{R}$ et de sa fonction dérivée f' .

Par lecture graphique :

1) Déterminer, parmi les courbes ζ_1 et ζ_2 , celle qui représente la fonction f' .

2) Dresser le tableau de variations de f .

Exercice 13 : On considère la fonction f définie

par : $f(x) = \frac{x^2 - 2x - 2}{x^2 + x + 1}$. On désigne par (ζ_f)

sa courbe représentative dans un repère

orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$. 1) Dresser le tableau de variation de f .

2) a) Ecrire l'équation de la tangente (T) à (ζ_f) au point d'abscisse 1.

b) Etudier la position de (ζ_f) par rapport à (T) .

3) Tracer (T) puis (ζ_f) .

4) Justifier graphiquement que pour tout réel m de $] -2, +\infty[$, l'équation $f(x) = x - m$ admet, dans $\mathbb{R}$, une solution unique.

5) Soit g la fonction définie par : $g(x) = \frac{x^2 + 2|x| - 2}{x^2 - |x| + 1}$. a) Montrer que g est paire.

b) Tracer la courbe représentative de g à partir de (ζ_f) . c) Justifier que g est dérivable en 0.

Exercice 14 : Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 4} + x$

ζ_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1) Montrer que $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$. Interpréter graphiquement.

2) Montrer que $\Delta : y = 2x - 1$ est une asymptote oblique à ζ_f au voisinage de $+\infty$

3) a) Montrer que f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et que pour tout $x \in \mathbb{R} : f'(x) > 0$. b) Dresser le tableau de variation de f .

4) Tracer ζ_f et Δ

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = \sqrt{x^2 + 3} + x$. a) Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R} : g(x) = f(x+1) - 1$.

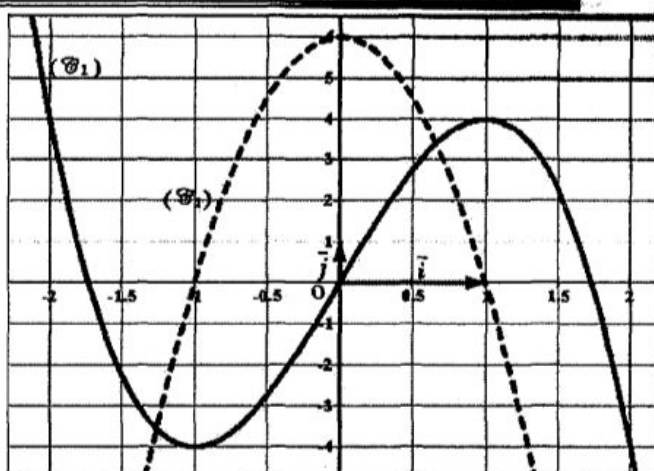
b) En déduire que ζ_g est l'image de ζ_f par une translation que l'on précisera.

EXERCICE 15 : 1) Soit la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = 1 + \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$

a) Déterminer $g'(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$. b) Dresser le tableau de variations de g et préciser le signe de $g(x)$

2) Soit la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x - 1 + \sqrt{1 + x^2}$ et (ζ) sa courbe dans un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$

a) Vérifier que pour tout $x \in \mathbb{R}$ On a $f'(x) = g(x)$. b) Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et interpréter le résultat.



c) Dresser le tableau de variation de f .

3a) Montrer que la droite $\Delta : y = 2x - 1$ est une asymptote oblique à (ζ) en $+\infty$.

b) Etudier la position relative de (ζ) et Δ

c) Ecrire une équation de la tangente (T) à (ζ) en 0 et étudier la position de (T) et (ζ) .

d) Tracer (ζ) ; (T) et Δ asymptote oblique à (ζ) au voisinage de $+\infty$.

5) Tracer (ζ) .

Exercice 16 : On donne la courbe représentative (C) d'une fonction f définie, continue et dérivable sur $\mathbb{R}$ dans repère

orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$. La tangente (T) à (C) au point $I(-1, -2)$.

1) Déterminer, graphiquement : a) Le signe de $f'(x)$ et le tableau de variation de f .

b) L'équation de la tangente (T) . c) Le signe de $f(x)$ sur $\mathbb{R}$.

d) Dresser le tableau de variation de la fonction $g : x \rightarrow f^2(x)$.

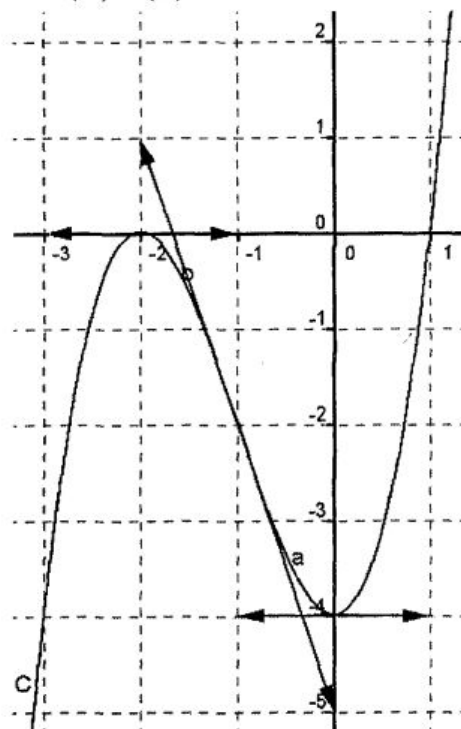
e) Tracer à partir de (C) la courbe (C') de la fonction

$$h : x \rightarrow |f(x)| - 1.$$

f) Le nombre des solutions de l'équation $h(x) = m + 4$, où m un réel.

2) On suppose que $f(x) = ax^3 + bx^2 - 4$, où a et b des réels, déterminer a et b .

Exercice N°17 : Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}^*$ dont la courbe représentative (ξ) est donnée ci-contre :



- La droite d'équation $y = x + 2$ est une asymptote à (ξ) au voisinage de $(-\infty)$
- La droite d'équation $x = 0$ est une asymptote à (ξ)
- La droite d'équation $y = 1$ est une asymptote à (ξ) au voisinage de $(+\infty)$

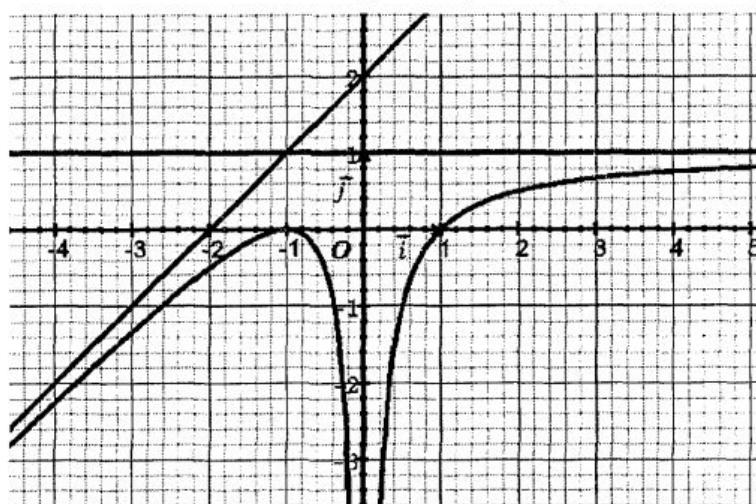
En utilisant le graphique, répondre aux questions suivantes :

1) f est-elle continue en 0 ?

2) Déterminer, en justifiant, les limites suivantes : a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$; b) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$

c) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$; d) $\lim_{x \rightarrow 0} |f(x)|$; e)

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) - x \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x) - 1}{f(x)}$$



1a) Déterminer le domaine de définition de la fonction $\frac{1}{f}$. b) Déterminer les asymptotes de la courbe $\frac{1}{f}$