

LES EXERCICES

Exercice N° 1 : 1) On veut placer quatre billes dans cinq trous de telle sorte qu'un trou reçoit au plus une bille. Le nombre de façons de placer ces quatre billes est : a) 4^5 ; b) A_5^4 ; c) C_5^4

2) Cinq enfants veulent s'asseoir sur un banc le nombre de manière de les disposer sur le banc est :

a) $5!$; b) 5^5 ; c) C_5^5

3) Dans un classe de 23 élèves on doit élire 2 délégués le nombre de choix possibles est :

a) C_{23}^2 ; b) A_{23}^2 ; c) 2^{23}

Exercice N°2 : Une urne contient dix boules numérotées de 1 à 12.

1) On tire successivement et sans remise 2 boules. Le nombre de tirages possibles est :

a) A_{12}^2 ; b) C_{12}^2 ; c) 2^{12}

2) On tire successivement et avec remise 5 boules. Le nombre de tirages possibles est :

a) A_{12}^5 ; b) C_{12}^5 ; c) 5^{12}

3) On tire simultanément 3 boules Le nombre de tirages possibles est :

a) A_{12}^3 ; b) C_{12}^3 ; c) 3^{12}

4) Le nombre d'anagrammes du mot ACADEMIE est égal à

a) 1680 b) 10080 c) 40320

5) Pour tout entier naturel non nul n , la somme $C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^n$ est égal à :

a) 2^n b) $n!$ c) n^2

6) Pour tout entier naturel n , $n! + (n+1)! = a) \frac{(n+2)!}{n+1}$, b) $(n+1)!$, c) $n!$.

Exercice 3 : Trente voyageurs prennent le même bus qui va s'arrêter dans dix stations.

De combien de façon peut-on envisager les descentes des voyageurs ?

Exercice 4 : un sac contient : cinq boules rouges numérotée 0, 0, 1, 2, 2

Trois boules blanches numérotée 0, 1, 2

Deux boules jaunes numérotée 0, 4

On tire simultanément trois boules de sac. Dénombrer les tirages dans chacun des cas suivants :

a) Obtenir trois boules de même couleur

b) Obtenir une seule boule jaune

c) La somme des trois numéros inscrits sur les boules tirées est égale à 5

d) Le produit des trois numéros obtenus est nul

Exercice 5 : Une urne contient dix jetons dont quatre sont blancs et six rouges.

1) On tire successivement et sans remise trois jetons de l'urne.

a) Quelle est le nombre des tirages possibles ?

b) Quelle est le nombre des tirages comprenant des jetons de même couleur ?

c) Quelle est le nombre des tirages comprenant les deux couleurs ?

d) Quelle est le nombre des tirages comprenant exactement deux jetons rouges ?

2) Répondre aux mêmes questions dans le cas où l'on tire trois jetons successivement et avec remise.

Exercice 6 : Quatre garçons et deux filles s'assoient sur un banc.

1) Quelle est le nombre de dispositions possibles ?

2) Quel est le nombre de dispositions si les garçons sont d'un cote et les filles d'une autre.

3) Quel est le nombre de dispositions si chaque fille est intercalée entre deux garçons.

4) Quel est le nombre de dispositions si les filles veulent rester l'une a cote de l'autre.

Exercice 7 : On forme un jury composé de cinq membres pris dans une liste de dix hommes et sept femmes.

1) Quelle est le nombre de jurys que l'on peut former ?

2) Quelle est le nombre de jurys comprenant trois hommes et deux femmes?

3) Quelle est le nombre de jurys ne comprenant aucune femme ?

4) Quelle est le nombre de jurys comprenant au moins une femme ?

5) Quelle est le nombre de jurys comprenant au plus deux femmes?

Exercice 8 : On forme un comité de quatre membres choisis parmi sept personnes dont deux sont frères.

1) Combien de comités peut on former ?

2) Combien de comités comprenant les deux frères peut-on former ?

3) Combien de comités comprenant un seul des deux frères peut-on former ?

4) Combien de comités ne comprenant aucun des deux frères peut-on former ?

5) Combien de comités comprenant au moins l'un des deux frères peut-on former ?

Exercice 9 : 1) Montrer que pour tout entier naturel k , $(k+1)! - k! = k \times k!$

2) En déduire que pour tout entier naturel n , $n! - 1 = 1 \times 1! + 2 \times 2! + \dots + (n-1) \times (n-1)!$.

Exercice 10 : La fabrication d'une pièce nécessite de passer celle-ci sur quatre machine A, B, C et D.

Dénombrer les trajets possibles dans chacun des cas suivants :

a) l'ordre de passage est indifférent b) la pièce doit d'abord passer par A.

c) la pièce doit passer en B avant C et D.

Exercice 11 : Dans un restaurant on peut servir cinq plats P_1, P_2, P_3, P_4 et P_5 . Quatre clients se présentent et choisissent chacun un plats et un seul.

1) De combien de façon peut-on les servir ?

2) De combien de façon peut-on les servir sachant que les plats choisis sont différents.

3) Sachant que le plats P_1 est choisis par deux client et seulement deux, déterminer le nombre de façons de servir les quatre clients.

Exercice 12 : Le cadron d'un appareil téléphonique comporte les chiffres de 0 à 9.

Le numéro de téléphone se compose de cinq chiffres, le premier chiffre n'étant pas zéro.

1) Combien de numéros de téléphone existe-il ?

2) Combien de numéros commencent par 56 existe-il ?

3) Combien y-a-t-il de numéros composés de chiffres distinct ?

Exercice 13 : On veut colorier un rectangle divisé en huit carreaux. On dispose de trois crayons : un vert, un rouge et un noire. Chaque carreau est colorié par une couleur et une seule.

1) Dénombrer les cas possibles.

2) Dénombrer les cas où trois carreaux exactement sont rouges.

3) Dénombrer les cas où trois carreaux sont rouges, trois sont verts et deux sont noirs.

4) Dénombrer les cas comprenant deux couleurs seulement.

Exercice 14 : 1) Soit $n \geq 4$. a) Quel est le nombre de diagonales d'un polygone à n cotés ?

b) Quels polygones ont autant de diagonales que de coté ?

2) On donne n points distincts sur un cercle ($n \geq 4$). a) Combien de cordes définissent-ils ?

b) On suppose que ces cordes se coupent en des points distincts à l'intérieur de cercle.

Combien y-a-t-il de points d'intersection ?

Exercice 15: Une urne contient dix jetons dont quatre sont blancs et six rouges.

- 1) On tire successivement et sans remise trois jetons de l'urne.
- a) Quelle est le nombre des tirages possibles ?
- b) Quelle est le nombre des tirages comprenant des jetons de même couleur ?
- c) Quelle est le nombre des tirages comprenant les deux couleurs ?
- d) Quelle est le nombre des tirages comprenant exactement deux jetons rouges ?
- 2) Répondre aux mêmes questions dans le cas où l'on tire trois jetons successivement et avec remise.

Exercice N° 16 : Pour un groupe d'élèves donné, combien y'a-t-il de classements sans ex-æquo par ordre de mérite ? On note N_k le nombre de classements possibles sans ex-æquo de k élèves.

Pour un groupe $E_2 = \{A; B\}$ de deux élèves il y a deux éléments possibles que nous noterons $(A; B)$ et $(B; A)$ dans ce cas $N_2 = 2$.

- 1) Le groupe comprend 3 élèves, il est noté $E_3 = \{A; B; C\}$.

Trouver N_3 (Représenter à l'aide d'un arbre)

- 2) Le groupe comprend 4 élèves, il est noté $E_4 = \{A; B; C; D\}$.

Trouver N_4 (Représenter à l'aide d'un arbre)

- 3) Quelle relation y'a-t-il entre N_2 et N_3 ? entre N_3 et N_4

- 4) a) Quelle relation prévoyez-vous entre N_{k-1} et N_k .

- b) Calculer alors N_k en fonction de k pour tout $k \in \mathbb{N}^* \setminus \{1\}$

Exercice 17 Jamel a une carte bleue avec un code à quatre chiffres.

Il se souvient que ce code commence par 1 et se termine par 5.

Il se souvient aussi que les deux autres chiffres ne sont pas les mêmes.

1. Combien y'a-t-il de tels codes possibles?
2. Il se souvient de plus que la somme des quatre chiffres fait 8. Il prétend alors qu'en deux tentatives il est sûr de retrouver son code. A-t-il raison?

Exercice N°18 : Quatre joueurs d'escrime A ; B ; C et D laissent, après la séance d'entraînement du matin, leurs épées numérotées chez le gardien du club. Celui-ci s'amuse à enlever les numéros et rend au hasard les épées aux quatre joueurs avant la séance de l'après-midi.

- 1) Dénombrer tous les cas possibles.
- 2) Dénombrer les cas possibles si : a) Le joueur A est le seul à retrouver son épée.
- b) Un seul joueur retrouve son épée
- c) Aucun joueur ne retrouve son épée (on pourra dresser l'arbre des choix)

Exercice n°19: Un sac contient neuf jetons répartis comme suit : Quatre jetons blancs marqués : M, A, T, H
Cinq jetons rouges marqués : 1, 2, 3, 4, 5

- 1) On tire simultanément cinq jetons du sac. Dénombrer les tirages dans chacun des sacs suivants :

- a) Obtenir exactement deux jetons blancs. b) Obtenir au moins deux jetons rouges.
- c) La somme des chiffres marqués sur les jetons rouges tirés est égale à 8.

- 2) On tire successivement sans remise tous les jetons du sac .

Dénombrer les tirages dans chacun des cas suivants :

- a) Le premier jeton tiré est marqué A. b) Obtenir consécutivement et dans cet ordre : M , A, T, H
- c) Obtenir consécutivement les jetons blancs. d) Obtenir des lettres et des chiffres alternés.
- e) Parmi les cinq premiers jetons tirés, il y a exactement deux jetons blancs.